

НОВАЯ РЕДАКЦИЯ



Серия

РЕШЕ

ТОЛЬКО ДЛЯ РОДИТЕЛЕЙ

NEW

Домашняя работа по алгебре

10

«АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.

10 – 11 классы»

Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин,
М. В. Ткачёва и др.



Л.Д. Лаппо, А.В. Морозов

Домашняя работа по алгебре за 10 класс

к учебнику

«Алгебра и начала математического анализа.

10–11 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений :

базовый уровень / [Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин,

М.В. Ткачёва и др.]. — 18-е изд. —

М. : Просвещение, 2012»

*Издание двенадцатое,
переработанное и исправленное*

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2014**

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21
Л24

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Условия заданий приводятся исключительно в учебных целях и в необходимом объеме — как иллюстративный материал.

Изображение учебника «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый уровень / [Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва и др.]. — 18-е изд. — М.: Просвещение, 2012» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Лаппо, Л.Д.

Л24 Домашняя работа по алгебре за 10 класс к учебнику Ш.А. Алимова и др. «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый уровень» / Л.Д. Лаппо, А.В. Морозов. — 12-е изд., перераб. и испр. — М.: Издательство «Экзамен», 2014. — 224 с. (Серия «Решebнику»)

ISBN 978-5-377-06376-6

В пособии решены и в большинстве случаев подробно разобраны задачи и упражнения за 10 класс из учебника «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый уровень / [Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва и др.]. — 18-е изд. — М.: Просвещение, 2012».

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по алгебре и началам математического анализа.

**УДК 372.8:512
ББК 74.262.21**

Справочное издание

Лаппо Лев Дмитриевич, Морозов Александр Валерьевич
Домашняя работа по алгебре за 10 класс

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат № РОСС RU. АЕ51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лаппо*. Дизайн обложки *А.Ю. Горелик*
Компьютерная верстка *А.Л. Бабабекова, Е.Ю. Лысова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8. www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Подписано в печать 18.02.2013. Формат 84x108/32. Гарнитура «Таймс».
Бумага газетная. Уч.-изд. 8,59 л. Усл. печ. л. 11,76. Тираж 10 000 экз. Заказ № 6150.

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ОАО «Тверской полиграфический комбинат»
170024, г. Тверь, пр-т Ленина, 5

ISBN 978-5-377-06376-6

© Лаппо Л.Д., Морозов А.В., 2014
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2014

Содержание

Глава I. Действительные числа	4
Глава II. Степенная функция.	37
Глава III. Показательная функция.....	66
Глава IV. Логарифмическая функция.	86
Глава V. Тригонометрические формулы.....	124
Глава VI. Тригонометрические уравнения.	158
Глава VII. Тригонометрические функции ..	194

Глава I. Действительные числа

1. 1) Воспользуемся алгоритмом деления уголком:

$$\begin{array}{r|l} -2,0 & 3 \\ 18 & 0,66 \\ \hline -20... & \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же цифра: 6. Следовательно, $\frac{2}{3} = 0,666... = 0,(6)$.

2) Воспользуемся алгоритмом деления уголком:

$$\begin{array}{r|l} -8,0 & 3 \\ 77 & 0,66 \\ \hline -30 & \\ \hline 22 & \\ \hline \dots & \\ -30... & \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же группа цифр: 72. Следовательно, $\frac{8}{11} = 0,7272... = 0,(72)$.

3) $\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{6}{10} = 0,6$

4) $-\frac{3}{4} = -\frac{25 \cdot 3}{25 \cdot 4} = -\frac{75}{100} = -0,75$

5) $-8\frac{2}{7} = -\frac{56+2}{7} = -\frac{58}{7}$

$$\begin{array}{r|l} -58 & 7 \\ -56 & -8,2857142 \\ \hline -20 & \\ -14 & \\ \hline \dots & \\ -6... & \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же группа цифр: 285714. Следовательно, $-8\frac{2}{7} = -8,2857142... = -8,(285714)$.

6) $\begin{array}{r|l} -13,0 & 99 \\ 99 & 0,131 \\ \hline -310 & \\ 297 & \\ \hline \dots & \\ 31... & \end{array}$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же группа цифр: 13. Следовательно, $\frac{13}{99} = 0,1313... = 0,(13)$.

2. 1) $\frac{2}{11} + \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 9 + 1 \cdot 11}{9 \cdot 11} = \frac{18 + 11}{99} = \frac{29}{99}$.

$$\begin{array}{r|l} -29,0 & 99 \\ 198 & 0,292 \\ \hline -920 & \\ 891 & \\ \hline \dots & \\ 92... & \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же группа цифр: 29. Следовательно, $\frac{29}{99} = 0,2929... = 0,(29)$.

$$2) \frac{8}{13} + \frac{2}{3} = \frac{8 \cdot 3 + 2 \cdot 13}{3 \cdot 13} = \frac{24 + 26}{39} = \frac{50}{39}.$$

$$\begin{array}{r} \text{...} \\ \underline{\underline{11}} \\ \dots \\ \underline{\underline{11}} \\ \dots \\ \underline{\underline{11}} \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же группа цифр: 282051. Следовательно, $\frac{50}{39} = 1,2820512\dots = 1,(282051).$

$$3) \frac{1}{3} + 1,25 = \frac{1}{3} + \frac{125}{100} = \frac{1 \cdot 100 + 3 \cdot 125}{3 \cdot 100} = \frac{100 + 375}{300} = \frac{475}{300} = \frac{19}{12}.$$

$$\begin{array}{r} \underline{\underline{19}} \quad \underline{\underline{12}} \\ \underline{\underline{12}} \quad \underline{\underline{1,583}} \\ \underline{\underline{-70}} \\ \underline{\underline{60}} \\ \dots \\ \underline{\underline{4\dots}} \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же цифра: 3. Следовательно, $\frac{19}{12} = 1,5833\dots = 1,58(3).$

$$4) \frac{1}{6} + 0,33 = \frac{1}{6} + \frac{33}{100} = \frac{1 \cdot 50 + 33 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 50} = \frac{50 + 99}{300} = \frac{149}{300}.$$

$$\begin{array}{r} \underline{\underline{149,0}} \quad \underline{\underline{300}} \\ \underline{\underline{1200}} \quad \underline{\underline{0,4966}} \\ \underline{\underline{-2900}} \\ \underline{\underline{2700}} \\ \dots \\ \underline{\underline{200\dots}} \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же цифра: 6. Следовательно, $\frac{149}{300} = 0,4966\dots = 0,49(6)$

$$5) \frac{3}{14} \cdot 1,05 = \frac{3}{2 \cdot 7} \cdot \frac{105}{100} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3}{2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{9}{40} = \frac{9 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{225}{1000} = 0,225.$$

$$6) \frac{7}{9} \cdot 1,7 = \frac{7 \cdot 17}{9 \cdot 10} = \frac{119}{90}.$$

$$\begin{array}{r} \underline{\underline{119}} \quad \underline{\underline{90}} \\ \underline{\underline{90}} \quad \underline{\underline{1,32}} \\ \underline{\underline{-290}} \\ \underline{\underline{270}} \\ \dots \\ \underline{\underline{20\dots}} \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же цифра: 2. Следовательно, $\frac{119}{90} = 1,322\dots = 1,3(2).$

3. 1) 0,(6).

Пусть $x = 0,(6) = 0,66\dots$ (1)

Период этой дроби состоит из одной цифры. Поэтому, умножая обе части этого равенства на 10, находим $10x = 6,66\dots$ (2)

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $9x = 6.$

Отсюда $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$

2) 1,(55).

$$\text{Пусть } x = 1,(55) = 1,5555\dots \quad (1)$$

Период этой дроби состоит из двух цифр, поэтому, умножая обе части этого равенства на $10^2 = 100$, находим

$$100x = 155,55\dots \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получим

$$99x = 154. \text{ Отсюда } x = \frac{154}{99} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}.$$

3) 0,1(2)

$$\text{Пусть } x = 0,1(2) = 0,1222\dots$$

Так как в записи этого числа до периода содержится только один десятичный знак, то, умножая на 10, получаем

$$10x = 1,(2) \quad (1)$$

Период этой дроби состоит из одной цифры. Поэтому, умножая обе части последнего равенства на 10, находим

$$100x = 12,(2) \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $90x = 11$. Отсюда $x = \frac{11}{90}$.

4) - 0,(8)

$$\text{Пусть } x = -0,(8) = -0,888\dots \quad (1)$$

Период этой дроби состоит из одной цифры. Поэтому, умножая обе части этого равенства на 10, получаем

$$10x = -8,(8) \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $9x = -8$. Отсюда $x = -\frac{8}{9}$.

5) - 3,(27)

$$\text{Пусть } x = -3,(27) = -3,2727\dots \quad (1)$$

Период этой дроби состоит из двух цифр. Поэтому, умножая обе части этого равенства на $10^2 = 100$, получаем

$$100x = -327,(27) \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $99x = -324$. Отсюда $x = -\frac{324}{99} = -\frac{36}{11} = -3\frac{3}{11}$.

6) - 2,3(82)

$$\text{Пусть } x = -2,3(82) = -2,38282\dots$$

Так как в записи этого числа до периода содержится только один десятичный знак, то, умножая на 10, получаем

$$10x = -23,(82) \quad (1)$$

Период этой дроби состоит из двух цифр.

Поэтому, умножая обе части этого равенства на $10^2 = 100$, получаем $1000x = -2382, (82)$ (2)

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем $990x = -2359$.

$$\text{Отсюда } x = -\frac{2359}{990} = -2\frac{379}{990}.$$

$$4. 1) (20,88 : 18 + 45 : 0,36) : (19,59 + 11,95) = \left(\frac{2088}{100 \cdot 18} + \frac{45 \cdot 100}{36} \right) :$$

$$\left(\frac{1959}{100} + \frac{1195}{100} \right) = \left(\frac{2088 + 4500 \cdot 50}{50 \cdot 2 \cdot 12} \right) : \left(\frac{3154}{100} \right) = \frac{227088}{100 \cdot 18} \cdot \frac{100}{3154} = 4.$$

$$2) \frac{7}{36} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18} = \frac{7}{4 \cdot 9} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{4 \cdot 8} + \frac{9 \cdot 5}{2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 9} = \frac{7}{4} + \frac{11}{4} + \frac{1}{4} = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}.$$

$$5. 1) \left(3\frac{4}{25} + 0,24 \right) 2,15 + \left(5,1625 - 2\frac{3}{16} \right) \frac{2}{5} = \left(\frac{79 \cdot 4}{4 \cdot 25} + \frac{24}{100} \right) \cdot \frac{215}{100} + (5,1625 - 2,1875) \cdot \frac{2}{5} = \\ = \frac{316 + 24}{100} \cdot \frac{215}{100} + \frac{2975}{1000} \cdot \frac{2}{5} = \frac{35 \cdot 215}{10 \cdot 100} + \frac{595 \cdot 5 \cdot 2}{1000 \cdot 5} = \frac{7310 + 1190}{1000} = \frac{8500}{1000} = 8,5$$

$$2) 0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2\frac{1}{2} \cdot 0,8 = \frac{364}{1000} \cdot \frac{25}{7} + \frac{5}{16} \cdot \frac{8}{10} = \\ = \frac{7 \cdot 52 \cdot 25}{40 \cdot 25 \cdot 7} + \frac{5 \cdot 8 \cdot 125}{2 \cdot 8 \cdot 125} + \frac{5 \cdot 2 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{13}{10} + \frac{25}{10} + \frac{20}{10} = \frac{58}{10} = 5,8.$$

6. 1) 16, 9 — рациональное число.

2) 7, 25(4) — бесконечная периодическая десятичная дробь — рациональное число.

3) 1,21221222... (после каждой единицы стоит n двоек) — бесконечная непериодическая десятичная дробь — иррациональное число.

4) 99,1357911... (после запятой записаны подряд все нечетные числа) — бесконечная непериодическая десятичная дробь — иррациональное число.

7. С помощью микрокалькулятора находим $\sqrt{31} = 5,5677643... \approx 5,57$.

Значит пара чисел 5, 4 и 5, 5 образует десятичное приближения числа $\sqrt{31}$ с недостатком, а пара чисел 5, 5 и 5, 6 — с избытком.

8. 1) $x = 5 - \sqrt{7}$; $\sqrt{7} \approx 2,6457513...$, значит, $\sqrt{7} < 5$. Следовательно, $5 - \sqrt{7} > 0$, значит, в данном случае является верным равенство $|x| = x$.

2) $x = 4 - 3\sqrt{5}$. Нужно выяснить какое из чисел больше 4 или $3\sqrt{5}$, для этого возведем их в квадрат: $4^2 = 16$; $(3\sqrt{5})^2 = 45$. Очевидно, что $45 > 16$, следовательно, $3\sqrt{5} > 4$, а значит, $4 - 3\sqrt{5} < 0$, и верным в данном случае является равенство $|x| = -x$.

3) $x = 5 - \sqrt{10}$. Возведем в квадрат числа 5 и $\sqrt{10}$, получаем: $5^2 = 25$; $(\sqrt{10})^2 = 10$, так как $25 > 10$, то и $5 > \sqrt{10}$, поэтому $5 - \sqrt{10} > 0$, а значит, в данном случае верным является равенство $|x| = x$.

9. 1) $(\sqrt{8} - 3)(3 + 2\sqrt{2}) = (\sqrt{4 \cdot 2} - 3)(2\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 3) = (2\sqrt{2} - 3) \times$
 $\times (2\sqrt{2} + 3) = (2\sqrt{2})^2 - 3^2 = 8 - 9 = -1$ — рациональное число.

2) $(\sqrt{27} - 2)(2 - 3\sqrt{3}) = -(2 - 3\sqrt{3})(2 - 3\sqrt{3}) = -(2 - 3\sqrt{3})^2 =$
 $= -(4 + 27 - 12\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} - 31$ — иррациональное число.

3) $(\sqrt{50} + 4\sqrt{2})\sqrt{2} = (\sqrt{5^2 \cdot 2} + 4\sqrt{2})\sqrt{2} = (5\sqrt{2} + 4\sqrt{2})\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 18$
 — рациональное число.

4) $(5\sqrt{3} + \sqrt{27}) : \sqrt{3} = (5\sqrt{3} + \sqrt{3^2 \cdot 3}) : \sqrt{3} = (5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}) : \sqrt{3} = 8\sqrt{3} : \sqrt{3} = 8$
 — рациональное число.

5) $(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2 = 3 + 1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 + 2\sqrt{3} = 8$ — рациональное число.

6) $(\sqrt{5} - 1)^2 - (2\sqrt{5} + 1)^2 = 5 + 1 - 2\sqrt{5} - 20 - 1 - 4\sqrt{5} = -15 - 6\sqrt{5}$ — ир-
 рациональное число.

10. 1) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{28} = \sqrt{7 \cdot 3^2} \cdot \sqrt{2^2 \cdot 7} = 3 \cdot 2 \cdot 7 = 42$;

2) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 10$;

3) $\sqrt{50} : \sqrt{8} = \sqrt{5^2 \cdot 2} : \sqrt{2^2 \cdot 2} = 5 : 2 = 2,5$;

4) $\sqrt{12} : \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 2^2} : \sqrt{3^2 \cdot 3} = 2 : 3 = \frac{2}{3}$.

11. 1) Сравнить $\sqrt{3,9} + \sqrt{8}$ и $\sqrt{1,1} + \sqrt{17}$.

$$(\sqrt{3,9} + \sqrt{8})^2 = 3,9 + 8 + 2\sqrt{31,2} = 11,9 + 2\sqrt{31,2};$$

$$(\sqrt{1,1} + \sqrt{17})^2 = 11 + 17 + 2\sqrt{18,7} = 28 + 2\sqrt{18,7}.$$

Вычислим знак разности $(28 + 2\sqrt{18,7}) - (11,9 + 2\sqrt{31,2})$,

если он положительный, то $\sqrt{1,1} + \sqrt{17} > \sqrt{3,9} + \sqrt{8}$,

если отрицательный, то $\sqrt{1,1} + \sqrt{17} < \sqrt{3,9} + \sqrt{8}$.

Допустим, что он положительный, т.е. $28 + 2\sqrt{18,7} > 11,9 + 2\sqrt{31,2}$, про-
 верим это: $28 - 11,9 + 2\sqrt{18,7} > 2\sqrt{31,2}$; $16,1 + 2\sqrt{18,7} > 2\sqrt{31,2}$;
 $259,21 + 74,8 + 64,4\sqrt{18,7} > 124,8$; $209,21 + 64,4\sqrt{18,7} > 0$ — верное неравен-
 ство, значит наше предположение было верным и $\sqrt{1,1} + \sqrt{17} > \sqrt{3,9} + \sqrt{8}$.

2) Сравнить $\sqrt{11} - \sqrt{2,1}$ и $\sqrt{10} - \sqrt{3,1}$.

Допустим, что $\sqrt{11} - \sqrt{2,1} > \sqrt{10} - \sqrt{3,1}$;

$$11 + 2,1 - 2\sqrt{23,1} > 10 + 3,1 - 2\sqrt{31}; \quad -2\sqrt{23,1} > -2\sqrt{31};$$

$$2\sqrt{23,1} < 2\sqrt{31}; \quad 23,1 < 31$$
 — верное неравенство, значит, наше

предположение было верным и $\sqrt{11} - \sqrt{2,1} > \sqrt{10} - \sqrt{3,1}$.

$$12. 1) \sqrt{(\sqrt{7-2\sqrt{10}+\sqrt{2}}) \cdot 2\sqrt{5}} = \sqrt{(2\sqrt{35-10\sqrt{10}+2\sqrt{10}})} = \\ = \sqrt{(\sqrt{\frac{7+3}{2}} - \sqrt{\frac{7-3}{2}} + \sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}-2\sqrt{5})} = \sqrt{10}.$$

$$2) \sqrt{(\sqrt{16-6\sqrt{7}+\sqrt{7}}) \cdot 3} = \sqrt{(\sqrt{\frac{16+2}{2}} - \sqrt{\frac{16-2}{2}} + \sqrt{7}) \cdot 3} = \sqrt{3 \cdot 3} = 3.$$

$$3) \sqrt{(\sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{8-2\sqrt{15}}) \cdot 2 + 7} = \\ = \sqrt{(\sqrt{\frac{8+\sqrt{64-60}}{2}} + \sqrt{\frac{8-\sqrt{64-60}}{2}} - \sqrt{\frac{8+\sqrt{64-60}}{2}} + \sqrt{\frac{8-\sqrt{64-60}}{2}}) \cdot 2 + 7} = \\ = \sqrt{2\sqrt{\frac{8-\sqrt{4}}{2}} \cdot 2 + 7} = \sqrt{2\sqrt{\frac{8-2}{2}} \cdot 2 + 7} = \sqrt{4\sqrt{3} + 7} = \sqrt{\frac{7+1}{2}} + \sqrt{\frac{7-1}{2}} = 2 + \sqrt{3}.$$

$$13. 1) b_n = -5^{2n}, \text{ получим: } b_1 = -5^2, b_2 = -5^4, b_3 = -5^6.$$

Итак, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{5^4}{5^2} = 25 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{5^6}{5^4}$, значит, данная последовательность является геометрической прогрессией.

$$2) b_n = 2^{3n}, \text{ получим } b_1 = 2^3, b_2 = 2^6, b_3 = 2^9.$$

Итак, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{2^6}{2^3} = 8 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{2^9}{2^6}$, значит, данная последовательность является геометрической прогрессией.

$$14. 1) b_4 = 88, q = 2; b_4 = b_1 \cdot q^3; 88 = b_1 \cdot 8; b_1 = 11.$$

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{11(1-32)}{1-2} = 31 \cdot 11 = 341.$$

$$2) b_1 = 11, b_4 = 88; b_4 = b_1 \cdot q^3; 88 = 11 \cdot q^3; q^3 = 8; q = 2.$$

$$S_5 = \frac{11(1-2^5)}{1-2} = 31 \cdot 11 = 341.$$

$$15. 1) 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \dots \text{ Итак, } b_3 = \frac{1}{25}, b_2 = \frac{1}{5}; q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1}{25} : \frac{1}{5}, |q| < 1,$$

значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

$$2) \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots \text{ Итак, } b_3 = \frac{1}{27}, b_2 = \frac{1}{9};$$

$$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1}{27} : \frac{1}{9} = \frac{1}{3}, |q| < 1, \text{ значит, данная геометрическая прогрессия}$$

является бесконечно убывающей.

$$3) -27, -9, -3 \dots \text{ Итак, } b_3 = -3, b_2 = -9; q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, |q| < 1, \text{ значит,}$$

данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

$$4) -64, -32, -16 \dots \text{Итак, } b_3 = -16, b_2 = -32; q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}, |q| < 1,$$

значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

$$16. 1) b_1 = 40, b_2 = -20; q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-20}{40} = -\frac{1}{2}, \text{ так как } |q| < 1, \text{ то дан-}$$

ная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

$$2) b_7 = 12, b_{11} = \frac{3}{4}; b_{11} = b_1 \cdot q^{10}; b_7 = b_1 \cdot q^6, \text{ значит,}$$

$$\frac{b_{11}}{b_7} = \frac{b_1 \cdot q^{10}}{b_1 \cdot q^6} = q^4 = \frac{3}{4} : 12 = \frac{1}{16}, \text{ откуда получаем, что } |q| = \frac{1}{2} < 1, \text{ значит,}$$

данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

$$3) b_7 = -30, b_6 = 15; q = \frac{b_7}{b_6} = \frac{-30}{15} = -2, |q| = 2 < 1, \text{ значит, данная}$$

геометрическая прогрессия не является бесконечно убывающей.

$$4) b_5 = 9, b_{10} = -\frac{1}{27}; b_5 = b_1 \cdot q^4; b_{10} = b_1 \cdot q^9, \text{ значит,}$$

$$\frac{b_{10}}{b_5} = \frac{b_1 \cdot q^9}{b_1 \cdot q^4} = q^5 = -\frac{1}{27} : 9, \text{ откуда } q^5 = -\frac{1}{3^5}, \text{ то есть } q = -\frac{1}{3}, |q| < 1,$$

значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

$$17. 1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4^n}. \text{ Если } n \text{ неограниченно возрастает, то } \frac{1}{4^n} \text{ как угодно}$$

близко приближается к нулю, т.е. $\frac{1}{4^n} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ или $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4^n} = 0$.

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} (0,2)^n. \text{ Если } n \text{ неограниченно возрастает, то } (0,2)^n \text{ как угодно}$$

близко приближается к нулю, т.е. $(0,2)^n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ или $\lim_{n \rightarrow \infty} (0,2)^n = 0$.

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{7^n}\right). \text{ Если } n \text{ неограниченно возрастает, то } \frac{1}{7^n} \text{ как угодно}$$

близко приближается к нулю, т.е. $\frac{1}{7^n} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ или $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{7^n} = 0$. По-

этому, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{7^n}\right) = 1$.

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3}{5}\right)^n - 2\right). \text{ Если } n \text{ неограниченно возрастает, то } \left(\frac{3}{5}\right)^n \text{ как}$$

угодно близко приближается к нулю, т.е. $\left(\frac{3}{5}\right)^n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ или

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0. \text{ Поэтому, } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3}{5}\right)^n - 2\right) = -2.$$

$$18. 1) q = -\frac{1}{2}, \quad b_1 = \frac{1}{8} \quad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{8}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{12}.$$

$$2) q = \frac{1}{3}, \quad b_5 = \frac{1}{81}; \quad b_5 = b_1 \cdot q^4; \quad \frac{1}{81} = b_1 \cdot \frac{1}{3^4}; \quad \frac{1}{81} = b_1 \cdot \frac{1}{81}, \text{ значит,}$$

$$b_1 = 1; \quad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = 1,5.$$

$$3) q = -\frac{1}{3}, \quad b_1 = 9; \quad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{9}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{9}{\frac{4}{3}} = \frac{27}{4} = 6,75.$$

$$4) q = -\frac{1}{2}, \quad b_4 = \frac{1}{8}; \quad b_4 = b_1 \cdot q^3; \quad \frac{1}{8} = b_1 \left(-\frac{1}{2}\right)^3, \text{ откуда получаем } b_1 = -1,$$

$$\text{значит, } S = \frac{-1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-1}{\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}.$$

$$19. 1) 6, 1, \frac{1}{6} \dots \quad b_1 = 6, \quad b_2 = 1; \quad q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{6}; \quad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{6}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{6}{\frac{5}{6}} = \frac{36}{5} = 7,2.$$

$$2) -25, -5, -1, \dots \quad b_1 = -25, \quad b_2 = -5; \quad q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{5};$$

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{-25}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{-25}{\frac{4}{5}} = -\frac{125}{4} = -31,25.$$

20. 1) 0,(5). Составим следующую последовательность приближенных значений данной бесконечной дроби:

$$a_1 = 0,5 = \frac{5}{10}, \quad a_2 = 0,55 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2}, \dots \quad a_3 = 0,555 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{5}{10^3}, \dots$$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечной убывающей геометрической прогрессии:

$$a = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \dots \quad \text{Получаем } a = S = \frac{\frac{5}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{5}{9}.$$

2) 0,(8). Составим следующую последовательность:

$$a_1 = 0,8 = \frac{8}{10}, \quad a_2 = 0,88 = \frac{8}{10} + \frac{8}{10^2}, \dots$$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечной убывающей геометрической прогрессии:

$$a = \frac{8}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{8}{10^3} + \dots \quad \text{Получаем } a = S = \frac{\frac{8}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{8}{9}.$$

3) 0,(32). Составим следующую последовательность:

$$a_1 = 0,32 = \frac{32}{100}, a_2 = 0,3232 = \frac{32}{100} + \frac{32}{100^2}, \dots$$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечной убывающей геометрической прогрессии:

$$a = \frac{32}{100} + \frac{32}{100^2} + \frac{32}{100^3} + \dots \quad \text{Получаем } a = S = \frac{\frac{32}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{32}{99}.$$

4) 0,2(5). Составим следующую последовательность:

$$a_1 = 0,05 = \frac{5}{100}, a_2 = 0,055 = \frac{5}{100} + \frac{5}{100^2}, \dots$$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечной убывающей геометрической прогрессии и числа 0,2:

$$\text{Получаем } a = 0,2 + S = \frac{1}{5} + \frac{\frac{5}{100}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1}{5} + \frac{5}{90} = \frac{18+5}{90} = \frac{23}{90}.$$

21. 1) $b_n = 3 \cdot (-2)^n$; $b_1 = -6$; $b_2 = 12$; $b_3 = -24$;

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{-6} = -2 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{-24}{12}, \text{ так как } |q| = 2 > 1, \text{ то данная последовательность}$$

не является бесконечно убывающей геометрической прогрессией.

2) $b_n = -5 \cdot 4^n$; $b_1 = -20$; $b_2 = -80$; $b_3 = -320$;

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{80}{20} = 4 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{-320}{-80}, \text{ так как } |q| = 4 > 1, \text{ то последовательность}$$

не является бесконечно убывающей геометрической прогрессией.

3) $b_n = 8 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$; $b_1 = 8$; $b_2 = -\frac{8}{3}$; $b_3 = -\frac{8}{9}$;

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-\frac{8}{3}}{8} = -\frac{1}{3} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{-\frac{8}{9}}{-\frac{8}{3}}, \text{ так как } |q| = \frac{1}{3} < 1, \text{ значит, последовательность}$$

является бесконечно убывающей геометрической прогрессией.

4) $b_n = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; $b_1 = 3$; $b_2 = -\frac{3}{2}$; $b_3 = \frac{3}{4}$;

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-\frac{3}{2}}{3} = -\frac{1}{2} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{\frac{3}{4}}{-\frac{3}{2}}, |q| = \frac{1}{2} < 1, \text{ значит, данная последовательность}$$

является бесконечно убывающей геометрической прогрессией.

22. 1) $q = \frac{1}{2}$; $b_5 = \frac{\sqrt{2}}{16}$; $b_5 = b_1 \cdot q^4$; $\frac{\sqrt{2}}{16} = b_1 \cdot \frac{1}{16}$,

откуда получаем: $b_1 = \sqrt{2}$, $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\sqrt{2}}{1-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$.

$$2) q = \frac{\sqrt{3}}{2}; b_4 = \frac{9}{8}; b_4 = b_1 \cdot q^3; \frac{9}{8} = b_1 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8},$$

откуда получаем: $b_1 = \sqrt{3}$, $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$.

$$23. 1) S = 30, q = \frac{1}{5}. \text{ И так, } S = \frac{b_1}{1-q}, \text{ значит, } b_1 = S \cdot (1-q) = 30(1-\frac{1}{5}) = 24.$$

$$2) S = 30, b_1 = 20. \text{ И так, } S = \frac{b_1}{1-q}, \text{ значит, } 1-q = \frac{b_1}{S},$$

$$\text{а } q = 1 - \frac{b_1}{S} = 1 - \frac{20}{30} = \frac{1}{3}.$$

$$24. 1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-2^n}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{3}{2^n} - 1).$$

Если n неограниченно возрастает, то $\frac{3}{2^n}$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $\frac{3}{2^n} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ или $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2^n} = 0$.

$$\text{Поэтому } \lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{3}{2^n} - 1) = -1.$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 2}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 \cdot 3^n + 2}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} (9 + \frac{2}{3^n}).$$

Если n неограниченно возрастает, то $\frac{2}{3^n}$ как угодно близко приближается к нулю, т.е. $\frac{2}{3^n} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ или $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{3^n} = 0$.

$$\text{Поэтому } \lim_{n \rightarrow \infty} (9 + \frac{2}{3^n}) = 9.$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5^n + 1)^2}{5^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n} + 1 + 2 \cdot 5^n}{5^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{5^{2n}} + \frac{2}{5^n}).$$

Если n неограниченно возрастает, то $\frac{1}{5^{2n}}$ и $\frac{2}{5^n}$ как угодно близко приближаются к нулю, т.е. $\frac{1}{5^{2n}} \rightarrow 0$ и $\frac{2}{5^n} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ или $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5^{2n}} = 0$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{5^n} = 0$. Поэтому $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{5^{2n}} + \frac{2}{5^n}) = 1$.

25. Стороны поставленных друг на друга кубов составляют бесконечную убывающую геометрическую прогрессию

а, $\frac{a}{2}$, $\frac{a}{4}$, $\frac{a}{8}$, ... значит, высота получившейся фигуры равна сумме

бесконечно убывающей геометрической прогрессией с $q = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$;

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{a}{1-\frac{1}{2}} = 2a.$$

26. Расстояние от точки касания первой окружности со второй есть сумма бесконечно убывающей прогрессии диаметров окружностей с радиусами $R_2, R_3, \dots, R_n, \dots$, то есть $2(R_2 + R_2 + \dots + R_2 + \dots)$, а, значит, расстояние от центра первой окружности до вершины угла равно $R_1 + 2(R_2 + R_2 + \dots + R_2 + \dots)$.

Расстояние от вершины угла до центра первой окружности равно $R_1 : \sin 30^\circ = R_1 : \frac{1}{2} = 2R_1$.

Расстояние от вершины угла до центра второй окружности равно $2R_1 - R_2 - R_1 = R_1 - R_2$

Из подобия треугольника следует $\frac{R_1}{R_2} = \frac{2R_1}{R_1 - R_2}$, откуда $2R_1^2 - R_1R_2 = 2R_1R_2$, $R_2 = \frac{R_1}{3}$, аналогично, $R_3 = \frac{R_2}{3} = \frac{R_1}{9}$, таким образом $R_n = \frac{R_1}{3^{n-1}}$.

$$27. 1) \sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1; \quad \sqrt{0} = \sqrt{0^2} = 0; \quad \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4;$$

$$\sqrt{0,81} = \sqrt{(0,9)^2} = 0,9; \quad \sqrt{\frac{1}{289}} = \sqrt{\frac{1}{(17)^2}} = \frac{1}{17}.$$

$$2) \sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1^3} = 1; \quad \sqrt[3]{0} = \sqrt[3]{0^3} = 0; \quad \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5;$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3^3}} = \frac{1}{3}; \quad \sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{(0,3)^3} = 0,3; \quad \sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{(0,4)^3} = 0,4.$$

$$3) \sqrt[4]{0} = \sqrt[4]{0^4} = 0; \quad \sqrt[4]{1} = \sqrt[4]{1^4} = 1; \quad \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2;$$

$$\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{2}{3}; \quad \sqrt[4]{\frac{256}{625}} = \sqrt[4]{\left(\frac{4}{5}\right)^4} = \frac{4}{5}; \quad \sqrt[4]{0,0016} = \sqrt[4]{(0,2)^4} = 0,2.$$

$$28. 1) \sqrt[6]{36^3} = \sqrt[6]{(6^2)^3} = \sqrt[6]{6^6} = 6; \quad 2) \sqrt[12]{64^2} = \sqrt[12]{(2^6)^2} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2;$$

$$3) \sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5^2}\right)^2} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4} = \frac{1}{5}; \quad 4) \sqrt[8]{225^4} = \sqrt[8]{(15^2)^4} = \sqrt[8]{15^8} = 15$$

$$29. 1) \sqrt[3]{10^6} = \sqrt[3]{(10^2)^3} = 10^2 = 100; \quad 2) \sqrt[3]{3^{12}} = \sqrt[3]{(3^4)^3} = 3^4 = 81;$$

$$3) \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}} = \sqrt[4]{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^4} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}; \quad 4) \sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}} = \sqrt[4]{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^4\right)^4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}.$$

$$30. 1) \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2; \quad 2) \sqrt[15]{-1} = \sqrt[15]{(-1)^{15}} = -1;$$

$$3) \sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{3}\right)^3} = -\frac{1}{3};$$

$$4) \sqrt[5]{-1024} = \sqrt[5]{(-4)^5} = -4;$$

$$5) \sqrt[3]{-34^3} = -\sqrt[3]{34^3} = -34;$$

$$6) \sqrt[7]{-8^7} = -\sqrt[7]{8^7} = -8.$$

$$31. 1) x^4 = 256; x = \pm\sqrt[4]{256}; x = \pm\sqrt[4]{4^4}; x = 4 \text{ или } x = -4.$$

$$2) x^5 = -\frac{1}{32}; x = \sqrt[5]{-\frac{1}{32}}; x = -\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5}; x = -\frac{1}{2}.$$

$$3) 5x^5 = -160; x = \sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2.$$

$$4) 2x^6 = 128; x^6 = 64; |x| = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2, \text{ отсюда, } x = 2 \text{ или } x = -2.$$

$$32. 1) \sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{64} = -\sqrt[3]{5^3} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{2^6} = -5 + \frac{2}{8} = -5 + \frac{1}{4} = -4,75;$$

$$2) \sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216} = \sqrt[5]{2^5} + 0,5\sqrt[3]{6^3} = 2 + 3 = 5;$$

$$3) -\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625} = -\frac{1}{3}\sqrt[4]{3^4} + \sqrt[4]{5^4} = -1 + 5 = 4;$$

$$4) \sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256} = -\sqrt[3]{10^3} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{4^4} = -10 - 1 = -11;$$

$$5) \sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{3}\right)^5} + \sqrt[3]{(-0,1)^3} - \sqrt[4]{(0,2)^4} = \\ = \frac{1}{3} - 0,1 - 0,2 = \frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{10 - 9}{30} = \frac{1}{30}.$$

$$33. 1) \sqrt[3]{343 \cdot 0,125} = \sqrt[3]{(7)^3 \cdot (0,5)^3} = \sqrt[3]{(7 \cdot 0,5)^3} = 7 \cdot 0,5 = 3,5;$$

$$2) \sqrt[3]{512 \cdot 216} = \sqrt[3]{8^3 \cdot 6^3} = \sqrt[3]{(8 \cdot 6)^3} = 8 \cdot 6 = 48;$$

$$3) \sqrt[5]{32 \cdot 100000} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 10^5} = \sqrt[5]{(2 \cdot 10)^5} = 2 \cdot 10 = 20.$$

$$34. 1) \sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3} = \sqrt[3]{(5 \cdot 7)^3} = 5 \cdot 7 = 35; 2) \sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{(11 \cdot 3)^4} = 11 \cdot 3 = 33;$$

$$3) \sqrt[5]{(0,2)^5 \cdot 8^5} = \sqrt[5]{(0,2 \cdot 8)^5} = 0,2 \cdot 8 = 1,6; 4) \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 21^7} = \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3} \cdot 21\right)^7} = \frac{1}{3} \cdot 21 = 7$$

$$35. 1) \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{500} = \sqrt[3]{2 \cdot 500} = \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10;$$

$$2) \sqrt[3]{0,2} \cdot \sqrt[3]{0,04} = \sqrt[3]{0,2 \cdot 0,04} = \sqrt[3]{0,008} = \sqrt[3]{(0,2)^3} = 0,2;$$

$$3) \sqrt[4]{324} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{324 \cdot 4} = \sqrt[4]{81 \cdot 2^4} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2^4} = 3 \cdot 2 = 6;$$

$$4) \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{16} = \sqrt[5]{2 \cdot 16} = \sqrt[5]{2^5} = 2.$$

$$36. 1) \sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}} = 3^2 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72;$$

$$2) \sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6} = \sqrt[3]{(2 \cdot 5^2)^6} = 2 \cdot 5^2 = 2 \cdot 25 = 50;$$

$$3) \sqrt[4]{3^{12} \left(\frac{1}{3}\right)^6} = \sqrt[4]{\left(3^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^4} = 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 27 \cdot \frac{1}{9} = 3;$$

$$4) \sqrt[10]{4^{30} \left(\frac{1}{2}\right)^{20}} = \sqrt[10]{\left(4^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^{10}} = 4^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 64 \cdot \frac{1}{4} = 16.$$

$$37. 1) \sqrt[3]{64x^3z^6} = \sqrt[3]{4^3x^3z^6} = \sqrt[3]{(4xz^2)^3} = 4xz^2;$$

$$2) \sqrt[4]{a^8b^{12}} = \sqrt[4]{(a^2b^3)^4} = a^2b^3;$$

$$3) \sqrt[5]{32x^{10}y^{20}} = \sqrt[5]{2^5x^{2 \cdot 5}y^{4 \cdot 5}} = \sqrt[5]{(2x^2y^4)^5} = 2x^2y^4;$$

$$4) \sqrt[6]{a^{12}b^{18}} = \sqrt[6]{a^{2 \cdot 6}b^{3 \cdot 6}} = \sqrt[6]{(a^2b^3)^6} = a^2b^3.$$

$$38. 1) \sqrt[3]{2ab^2} \cdot \sqrt[3]{4a^2b} = \sqrt[3]{2 \cdot 4a^3b^3} = \sqrt[3]{(2 \cdot a \cdot b)^3} = 2ab;$$

$$2) \sqrt[4]{2a^2b^3} \cdot \sqrt[4]{27a^2b} = \sqrt[4]{3^4a^4b^4} = \sqrt[4]{(3ab)^4} = 3ab;$$

$$3) \sqrt[4]{\frac{ab}{c}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3c}{b}} = \sqrt[4]{\frac{ab}{c} \cdot \frac{a^3c}{b}} = \sqrt[4]{a^4} = a;$$

$$4) \sqrt[3]{\frac{16a}{b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2ab}} = \sqrt[3]{\frac{16a}{b^2} \cdot \frac{1}{2ab}} = \sqrt[3]{\frac{8}{b^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{b}\right)^3} = \frac{2}{b}.$$

$$39. 1) \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \sqrt[3]{\frac{4^3}{5^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{4}{5}\right)^3} = \frac{4}{5}; \quad 2) \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \sqrt[4]{\frac{2^4}{3^4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{2}{3};$$

$$3) \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

$$4) \sqrt[5]{7\frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{32 \cdot 7 + 19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{224 + 19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^5} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

$$40. 1) \sqrt[4]{324} : \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{324 : 4} = \sqrt[4]{34} = 3;$$

$$2) \sqrt[3]{128} : \sqrt[3]{2000} = \sqrt[3]{128 : 2000} = \sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{(0,4)^3} = 0,4;$$

$$3) \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} : \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2; \quad 4) \frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}} = \sqrt[5]{\frac{256}{8}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2;$$

$$5) (\sqrt{25} - \sqrt{45}) : \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - \sqrt{9})}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} - \sqrt{9} = \sqrt{5} - 3;$$

$$6) (\sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{5}) : \sqrt[3]{5} = \frac{\sqrt[3]{5}(\sqrt[3]{125} - 1)}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{125} - 1 = 5 - 1 = 4.$$

$$41. 1) \sqrt[5]{a^6b^7} : \sqrt[5]{ab^2} = \sqrt[5]{(a^6b^7) : (ab^2)} = \sqrt[5]{a^5b^5} = ab;$$

$$2) \sqrt[3]{81x^4y} : \sqrt[3]{3xy} = \sqrt[3]{(81x^4y) : 3xy} = \sqrt[3]{27 \cdot x^3} = 3x;$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{3x}{y^2}} : \sqrt[3]{\frac{y}{9x^2}} = \sqrt[3]{\frac{3x}{y^2} : \frac{y}{9x^2}} = \sqrt[3]{\frac{27x^3}{y^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3x}{y}\right)^3} = \frac{3x}{y};$$

$$4) \sqrt[4]{\frac{2b}{a^3}} : \sqrt[4]{\frac{a}{8b^3}} = \sqrt[4]{\frac{2b}{a^3} : \frac{a}{8b^3}} = \sqrt[4]{\frac{16b^4}{a^4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2b}{a}\right)^4} = \frac{2b}{a}.$$

$$42. 1) (\sqrt[6]{7^3})^2 = \sqrt[6]{7^{3 \cdot 2}} = \sqrt[6]{7^6} = 7; \quad 2) (\sqrt[6]{9})^{-3} = \sqrt[6]{9^{-3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{9^3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{3^6}} = \frac{1}{3};$$

$$3) (\sqrt[10]{32})^2 = \sqrt[10]{32^2} = \sqrt[10]{(2^5)^2} = \sqrt[10]{2^{10}} = 2;$$

$$4) (\sqrt[8]{16})^{-4} = \sqrt[8]{16^{-4}} = \sqrt[8]{\frac{1}{16^4}} = \sqrt[8]{\frac{1}{4^{2 \cdot 4}}} = \sqrt[8]{\frac{1}{4^8}} = \frac{1}{4}.$$

$$43. 1) \sqrt[3]{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{36} = \sqrt[3]{6} = 3; \quad 2) \sqrt[5]{\sqrt[10]{1024}} = \sqrt[10]{1024} = \sqrt[10]{2^{10}} = 2;$$

$$3) \sqrt[3]{\sqrt[9]{9}} \cdot \sqrt[9]{3^7} = \sqrt[9]{3^2} \cdot \sqrt[9]{3^7} = \sqrt[9]{3^2 \cdot 3^7} = \sqrt[9]{3^9} = 3;$$

$$4) \sqrt[4]{\sqrt[3]{25}} \cdot \sqrt[6]{5^5} = \sqrt[12]{5^2} \cdot \sqrt[6]{5^5} = \sqrt[6]{5} \cdot \sqrt[6]{5^5} = \sqrt[6]{5 \cdot 5^5} = \sqrt[6]{5^6} = 5.$$

$$44. 1) (\sqrt[3]{x})^6 = \sqrt[3]{x^6} = \sqrt[3]{(x^2)^3} = x^2; \quad 2) (\sqrt[3]{y^2})^3 = \sqrt[3]{(y^2)^3} = y^2;$$

$$3) (\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b})^6 = \sqrt{a^6} \cdot \sqrt[3]{b^6} = \sqrt{a^{2 \cdot 3}} \cdot \sqrt[3]{b^{2 \cdot 3}} = a^3 \cdot b^2;$$

$$4) (\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3})^{12} = \sqrt[3]{(a^2)^{12}} \cdot \sqrt[4]{(b^3)^{12}} = (a^2)^4 \cdot (b^3)^3 = a^8 \cdot b^9;$$

$$5) (\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^2b}})^6 = (\sqrt[9]{a^2b})^6 = \sqrt[3]{(a^2b)^6} = a^2b;$$

$$6) (\sqrt[3]{\sqrt[4]{27a^3}})^4 = \sqrt[12]{(3a)^{3 \cdot 4}} = \sqrt[12]{(3a)^{12}} = 3a.$$

$$45. 1) \sqrt[6]{2x-3}, \text{ это выражение имеет смысл при } 2x-3 \geq 0; 2x \geq 3; x \geq \frac{3}{2}; x \geq 1,5.$$

$$2) \sqrt{x+3}, \text{ это выражение имеет смысл при } x+3 \geq 0; 2x \geq 3; x \geq -3.$$

$$3) \sqrt[6]{2x^2-x-1}, \text{ это выражение имеет смысл при } 2x^2-x-1 \geq 0. \text{ Решим уравнение } 2x^2-x-1=0. D=1+8=9=3^2; x_1=\frac{1+3}{4}=1 \text{ или } x_2=\frac{1-3}{4}=-0,5.$$

Так как ветви параболы $2x^2-x-1=0$ направлены вверх и точки пересечения этой параболы с осью абсцисс: $(1; 0)$ и $(-0,5; 0)$, то $2x^2-x-1 \geq 0$ при $x \leq -0,5$ и $x \geq 1$.

$$4) \sqrt[4]{\frac{2-3x}{2x-4}}; \text{ Это выражение имеет смысл при совокупности } \frac{2-3x}{2x-4} \geq 0;$$

$$\frac{2-3x}{x-2} \geq 0, \text{ что эквивалентно системе неравенств:}$$

$$\begin{cases} 2-3x \geq 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2-3x \leq 0 \\ x-2 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \geq 3x \\ x > 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2 \leq 3x \\ x < 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{2}{3} \\ x > 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x < 2 \end{cases}$$

Первая система не имеет действительных решений, значит $\frac{2}{3} \leq x < 2$.

$$46. 1) \sqrt{9+\sqrt{17}} \cdot \sqrt{9-\sqrt{17}} = \sqrt{(9+\sqrt{17})(9-\sqrt{17})} = \sqrt{81-17} = \sqrt{64} = 8;$$

$$2) (\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}})^2 = 3 + \sqrt{5} - 2\sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{5}} + 3 - \sqrt{5} = \\ = 6 - 2\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} = 6 - 2\sqrt{9-5} = 6 - 2\sqrt{2^2} = 6 - 4 = 2;$$

$$3) (\sqrt{5+\sqrt{21}} + \sqrt{5-\sqrt{21}})^2 = 5 + \sqrt{21} + 2\sqrt{5+\sqrt{21}} \cdot \sqrt{5-\sqrt{21}} + 5 - \sqrt{21} = 10 + \\ + 2\sqrt{(5+\sqrt{21})(5-\sqrt{21})} = 10 + 2\sqrt{25-21} = 10 + 2\sqrt{4} = 10 + 2\sqrt{2^2} = 10 + 4 = 14.$$

$$47. 1) \frac{\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{250}} = \sqrt[3]{\frac{49 \cdot 112}{250}} = \sqrt[3]{\frac{7^3 \cdot 2 \cdot 8}{250}} = \sqrt[3]{\frac{7^3 \cdot 2^3}{5^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{14}{5}\right)^3} = \frac{14}{5} = 2,8;$$

$$2) \frac{\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{120}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{\frac{54 \cdot 120}{5}} = \sqrt[4]{54 \cdot 24} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2^4} = \sqrt[4]{(3 \cdot 2)^4} = 6;$$

$$3) \frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} + \sqrt[6]{27^2} - \sqrt[3]{64} = \sqrt[4]{\frac{32}{2}} + \sqrt[6]{3^6} - \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[4]{16} + 3 - 2 = \sqrt[4]{2^4} + 1 = 2 + 1 = 3;$$

$$4) \sqrt[3]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{2}} - \sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt[3]{\frac{24+3}{8}} + \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[4]{\frac{8+1}{2}} - \sqrt[4]{4^4} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} + \sqrt[4]{9 \cdot 2 \cdot \frac{9}{2}} - 4 = \\ = 1,5 + \sqrt[4]{3^4} - 4 = 3 - 2,5 = 0,5;$$

$$5) \sqrt[3]{11-\sqrt{57}} \cdot \sqrt[3]{11+\sqrt{57}} = \sqrt[3]{(11-\sqrt{57})(11+\sqrt{57})} = \sqrt[3]{121-57} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4;$$

6)

$$\sqrt[4]{17-\sqrt{33}} \cdot \sqrt[4]{17+\sqrt{33}} = \sqrt[4]{(17-\sqrt{33})(17+\sqrt{33})} = \sqrt[4]{289-33} = \sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{4^4} = 4.$$

$$48. 1) \sqrt[3]{2ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b} \cdot \sqrt[3]{27b} = \sqrt[3]{2ab \cdot 4a^2b \cdot 27b} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3 \cdot a^3 b^3} = \sqrt[3]{(2 \cdot 3ab)^3} = 6ab;$$

$$2) \sqrt[4]{abc} \cdot \sqrt[4]{a^3b^2c} \cdot \sqrt[4]{b^5c^2} = \sqrt[4]{abc \cdot a^3b^2c \cdot b^5c^2} = \sqrt[4]{a^4b^8c^4} = \sqrt[4]{(ab^2c)^4} = ab^2c.$$

$$49. 1) \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{18}}} + (\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^4}})^3 = \sqrt[9]{a^{18}} + (\sqrt[6]{a^4})^3 = \sqrt[9]{(a^2)^9} + \sqrt[6]{a^{12}} = a^2 + \sqrt[6]{(a^2)^6} = \\ = a^2 + a^2 = 2a^2;$$

$$2) (\sqrt[3]{\sqrt{x^2}})^3 + 2(\sqrt[4]{\sqrt{x}})^8 = (\sqrt[6]{x^2})^3 + 2(\sqrt[8]{x})^8 = \sqrt[6]{x^6} + 2\sqrt[8]{x^8} = x + 2x = 3x;$$

$$3) \sqrt[3]{\sqrt{x^6y^{12}}} - (\sqrt[5]{xy^2})^5 = \sqrt[6]{(xy^2)^6} - \sqrt[5]{(xy^2)^5} = xy^2 - xy^2 = 0;$$

$$4) ((\sqrt[5]{a\sqrt{a}})^5 - \sqrt[5]{a}) : \sqrt[10]{a^2} = (\sqrt[5]{(a\sqrt{a})^5} - \sqrt[5]{a}) : \sqrt[5]{a} = (a\sqrt{a} - \sqrt[5]{a}) : \sqrt[5]{a} = \\ = \sqrt[5]{a} = (\sqrt[5]{a(a-1)}) : \sqrt[5]{a} = a - 1.$$

$$50. 1) \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}} = \frac{\sqrt[6]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[6]{3}} = \sqrt[6]{\frac{3^3}{3}} \cdot \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[6]{3^2} \cdot \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{3 \cdot 3^2} = \sqrt[3]{3^3} = 3;$$

$$2) \frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{343}}{\sqrt[12]{7}} = \frac{\sqrt[12]{7^4} \cdot \sqrt[4]{7^3}}{\sqrt[12]{7}} = \sqrt[12]{\frac{7^4}{7}} \cdot \sqrt[4]{7^3} = \sqrt[12]{7^3} \cdot \sqrt[4]{7^3} = \sqrt[7]{7} \cdot \sqrt[4]{7^3} = \\ = \sqrt[7]{7 \cdot 7^3} = \sqrt[7]{7^4} = 7;$$

$$3) (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}) = \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3} - \sqrt[3]{3^2 \cdot 2} + \sqrt[3]{3^2 \cdot 2} - \sqrt[3]{2^2 \cdot 3} + \sqrt[3]{2^2 \cdot 3} - \sqrt[3]{2^3} = 3 - 2 = 1.$$

$$51. 1) \sqrt[3]{(x-2)^3} = x-2;$$

$$а) \text{ при } x \geq 2; \sqrt[3]{(x-2)^3} = x-2; \quad б) \text{ при } x < 2; \sqrt[3]{(x-2)^3} = x-2;$$

$$2) \sqrt{(3-x)^6} = |3-x|^3;$$

$$а) \text{ при } x \leq 3; |3-x|^3 = (3-x)^3; \quad б) \text{ при } x > 3; |3-x|^3 = (x-3)^3.$$

$$3) \sqrt[4]{(x+6)^4} + \sqrt{(x-3)^2} = |x+6| + |x-3|.$$

Если $-1 < x < 2$, то $|x+6| = x+6$; а $|x-3| = 3-x$, значит, $|x+6| + |x-3| = x+6+3-x=9$.

$$4) \sqrt[6]{(2x+1)^6} + \sqrt[4]{(4+x)^2} = |2x+1| - |4+x|.$$

Если $-3 < x < -1$, то $|2x+1| = -(2x+1) = -2x-1$; а $|4+x| = 4+x$, значит, $|2x+1| - |4+x| = 2x-1-4-x = -3x-5$.

$$52. 1) \sqrt[3]{63} < \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4, \text{ значит, } -\sqrt[3]{63} > -4;$$

$$\sqrt[3]{30} > \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3; \quad \sqrt{3} > \sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1.$$

Складываем эти неравенства и получаем: $\sqrt[3]{30} + \sqrt{3} - \sqrt[3]{63} > 3+1-4$;
 $\sqrt[3]{30} + \sqrt{3} > \sqrt[3]{63}$.

$$2) \sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2, \text{ значит, } -\sqrt[3]{7} > -2;$$

$$\sqrt{15} < \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4, \text{ значит, } -\sqrt{15} > -4;$$

$$\sqrt{10} > \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3; \quad \sqrt[3]{28} > \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3.$$

Складываем эти неравенства, получим:

$$\sqrt{10} + \sqrt[3]{28} - \sqrt[3]{7} - \sqrt{15} > 3+3-2-4 = 0; \quad \sqrt{10} + \sqrt[3]{28} > \sqrt[3]{7} + \sqrt{15}.$$

$$53. 1) (\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}})^2 = 4 + \sqrt{3} + 4 - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})} =$$

$$= 8 - 2\sqrt{16-4 \cdot 3} = 8 - 2\sqrt{4} = 8 - 2\sqrt{2^2} = 8 - 4 = 4 = (2)^2;$$

$$2) (\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} - \sqrt[3]{9-\sqrt{80}})^2 = 9 + \sqrt{80} + 9 - \sqrt{80} + 3\sqrt{(9+\sqrt{80})(9-\sqrt{80})} +$$

$$+ 3\sqrt{(9+\sqrt{80})(9+\sqrt{80})(9-\sqrt{80})} = 18 + 3\sqrt{(9-\sqrt{80})(81-80)} =$$

$$= 18 + 3\sqrt{9+\sqrt{80}} + 3\sqrt{9-\sqrt{80}} = x^3; \quad \sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = \frac{x^3}{3} - 6;$$

$$x = \frac{x^3}{3} - 6; \quad (x-3)(x^2+3x+6) = 0; \quad x^2+3x+6 \neq 0, \text{ значит, } x-3 = 0;$$

$$x = 3 = \sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}}.$$

$$54. 1) \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a}-\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) - (\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b})(\sqrt{a}-\sqrt[4]{ab})}{(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b})} =$$

$$= \frac{\sqrt[4]{a^3} - \sqrt[4]{ab^2} + \sqrt[4]{ba^2} - \sqrt[4]{b^3} - \sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a^2b} + \sqrt[4]{ba^2} + \sqrt[4]{ab^2}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} =$$

$$= \frac{\sqrt[4]{b}(\sqrt[4]{a^2} - \sqrt[4]{b^2})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt[4]{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt[4]{b};$$

$$2) \frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}} = \frac{(a-b)(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}) - (a+b)(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})}{(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})} =$$

$$= \frac{a\sqrt[3]{a} + a\sqrt[3]{b} - b\sqrt[3]{a} - b\sqrt[3]{b} - a\sqrt[3]{a} + a\sqrt[3]{b} - b\sqrt[3]{a} + b\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} =$$

$$= \frac{2a\sqrt[3]{b} - 2b\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} = \frac{2\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2})}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} = 2\sqrt[3]{ab};$$

$$3) \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab} \right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = \frac{a+b - \sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} - 2\sqrt[3]{ab})} =$$

$$= \frac{a+b - \sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^3} + \sqrt[3]{ab^2} - 2\sqrt[3]{a^2b} + \sqrt[3]{ba^2} + \sqrt[3]{b^3} - 2\sqrt[3]{ab^2}} = \frac{a+b - \sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2}}{a+b - \sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2}} = 1.$$

$$55. 1) \sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}};$$

$$2) \sqrt[3]{a^4} = a^{\frac{4}{3}};$$

$$3) \sqrt[4]{b^3} = b^{\frac{3}{4}};$$

$$4) \sqrt[5]{x^{-1}} = x^{-\frac{1}{5}};$$

$$5) \sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{6}};$$

$$6) \sqrt[7]{b^{-3}} = b^{-\frac{3}{7}}.$$

$$56. 1) x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x};$$

$$2) y^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{y^2};$$

$$3) a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5};$$

$$4) b^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{b^{-1}};$$

$$5) (2x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2x};$$

$$6) (3b)^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(3b)^{-2}}.$$

$$57. 1) 64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8;$$

$$2) 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3;$$

$$3) 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{(2^3)^2} = \sqrt[3]{4^3} = 4;$$

$$4) 81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(81)^3} = \sqrt[4]{(3^4)^3} = \sqrt[4]{27^4} = 27;$$

$$5) 16^{-0.75} = 16^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^{-3}} = \sqrt[4]{(2^4)^{-3}} = 2^{-3} = \frac{1}{8} = 0,125;$$

$$6) 9^{-1.5} = 9^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{9^{-3}} = \sqrt{(3^2)^{-3}} = 3^{-3} = \frac{1}{27}.$$

$$58. 1) 2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}} = 2^{\frac{4+11}{5}} = 2^{\frac{15}{5}} = 2^3 = 8;$$

$$2) 5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}} = 5^{\frac{2+5}{7}} = 5^{\frac{7}{7}} = 5^1 = 5;$$

$$3) 9^{\frac{2}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{2}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{4-1}{6}} = 9^{\frac{3}{6}} = \sqrt{3^2} = 3;$$

$$4) 4^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{5}{6}} = 4^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{5}{6}} = 4^{\frac{2-5}{6}} = 4^{-\frac{3}{6}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{2^2}} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

$$5) (8^{\frac{1}{2}})^{-4} = 8^{-\frac{4}{12}} = 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

$$59. 1) 9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (3^{\frac{2}{5}})^2 \cdot (3^{\frac{2}{5}})^3 = 3^{\frac{4}{5}} \cdot 3^{\frac{6}{5}} = 3^{\frac{4+6}{5}} = 3^2 = 9;$$

$$2) 7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}} = 7^{\frac{2}{3}} \cdot (7^{\frac{2}{3}})^2 = 7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{4}{3}} = 7^{\frac{2+4}{3}} = 7^2 = 49;$$

$$3) 144^{\frac{3}{4}} \cdot 9^{\frac{3}{4}} = (3^2 \cdot 4^2)^{\frac{3}{4}} \cdot (9^{-\frac{3}{4}})^2 = 4^{\frac{6}{4}} \cdot 3^{\frac{6}{4}} \cdot 3^{-\frac{6}{4}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{6-6}{4}} = 2^3 \cdot 3^0 = 8 \cdot 1 = 8;$$

$$4) 150^{\frac{3}{2}} \cdot 6^{\frac{3}{2}} = 25^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot 6^{-\frac{3}{2}} = (5^2)^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{-\frac{3}{2}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}} = 5^3 \cdot 2^{\frac{3-3}{2}} \cdot 3^{\frac{3-3}{2}} = 125 \cdot 2^0 \cdot 3^0 = 5 \cdot 1 \cdot 1 = 125.$$

$$60. 1) \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{4}{3}} = (16)^{\frac{3}{4}} + (8)^{\frac{4}{3}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} + (2^3)^{\frac{4}{3}} = 2^3 + 2^4 = 8 + 16 = 24;$$

$$2) (0,04)^{-1,5} - (0,125)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = (25)^{\frac{3}{2}} - (8)^{\frac{2}{3}} = (5^2)^{\frac{3}{2}} - (2^3)^{\frac{2}{3}} = 5^3 - 2^2 = 125 - 4 = 121;$$

$$3) 8^{\frac{9}{7}} \cdot 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}} = 8^{\frac{9}{7}} \cdot 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6+4}{5}} = 8^{\frac{9+2}{7}} - 3^{\frac{10}{5}} = 8^{\frac{11}{7}} - 3^2 = 8 - 9 = -1;$$

$$4) (5^{-\frac{2}{5}})^{-5} + ((0,2)^{\frac{3}{4}})^{-4} = 5^{\frac{2 \cdot 5}{5}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3 \cdot 4}{4}} = 5^2 + 5^3 = 25 + 125 = 150.$$

$$61. 1) \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt[6]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt[6]{a^3} = \sqrt{a};$$

$$\text{при } a = 0,09; \sqrt{a} = \sqrt{0,009} = \sqrt{(0,3)^2} = 0,3.$$

$$2) \sqrt{b} \cdot \sqrt[6]{b} = \frac{\sqrt[6]{b^3}}{\sqrt[6]{b}} = \sqrt[6]{\frac{b^3}{b}} = \sqrt[6]{b^2} = \sqrt[3]{b}; \quad \text{при } b = 27; \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3.$$

$$3) \frac{\sqrt{b} \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}} = \frac{\sqrt[6]{b^3} \sqrt[6]{(b^2)^2}}{\sqrt[6]{b}} = \sqrt[6]{\frac{b^3 \cdot b^4}{b}} = \sqrt[6]{b^6} = b = 1,3.$$

$$4) \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[12]{a^5} = \sqrt[12]{a^4} \cdot \sqrt[12]{a^3} \cdot \sqrt[12]{a^5} = \sqrt[12]{a^4 \cdot a^3 \cdot a^5} = \sqrt[12]{a^{12}} = a = 2,7.$$

$$62. 1) a^{\frac{1}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1+1}{3 \cdot 2}} = a^{\frac{2+3}{6}} = a^{\frac{5}{6}};$$

$$2) b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b} = b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{1+1+1}{2 \cdot 3 \cdot 6}} = b^{\frac{3+2+1}{6}} = b^{\frac{6}{6}} = b^1 = b;$$

$$3) \sqrt[3]{b} \cdot b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{1+1}{3 \cdot 6}} = b^{\frac{2+1}{6}} = b^{\frac{1}{6}};$$

$$4) a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{4}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} = a^{\frac{4-1}{3}} = a^{\frac{3}{3}} = a^1;$$

$$5) x^{1,7} \cdot x^{2,8} : \sqrt{x^5} = x^{\frac{17-28}{10}} : x^{\frac{5}{2}} = x^{\frac{45}{10}} \cdot x^{\frac{5}{2}} = x^{\frac{9}{2}} \cdot x^{\frac{5}{2}} = x^{\frac{9+5}{2}} = x^{\frac{14}{2}} = x^7;$$

$$6) y^{-3,8} : y^{-2,3} \cdot \sqrt[3]{y} = y^{-3,8} \cdot y^{2,3} \cdot y^{\frac{1}{3}} = y^{-2,3+\frac{1}{3}-3,8} = y^{-1,5} = y^{\frac{1-3}{2}} = y^{\frac{2-9}{6}} = y^{-\frac{7}{6}} = y^{-1\frac{1}{6}}.$$

$$63. 1) x^{\frac{1}{2}} + x = x^{\frac{1}{2}} + x^1 = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{2}{2}} = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1+2}{2}} = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = x^1(1 + x^{\frac{1}{2}});$$

$$2) (ab)^{\frac{1}{3}} + (ac)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}} c^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{1}{3}} + c^{\frac{1}{3}});$$

$$3) y^{\frac{3}{4}} - y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{9}{12}} - y^{\frac{4}{12}} = y^{\frac{4+5}{12}} - y^{\frac{4}{12}} = y^{\frac{4}{12}} \cdot y^{\frac{5}{12}} - y^{\frac{4}{12}} = y^{\frac{4}{12}}(y^{\frac{5}{12}} - 1) = y^{\frac{1}{3}}(y^{\frac{5}{12}} - 1);$$

$$4) 12xy^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}y = 3(4x^{\frac{2}{2}}y^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{2}}) = 3x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}(4x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}).$$

$$64. 1) a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{4}} \cdot b^{\frac{2}{4}} = (a^{\frac{1}{4}})^2 - (b^{\frac{1}{4}})^2 = (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}});$$

$$2) y^{\frac{2}{3}} - 1 = (y^{\frac{1}{3}})^2 - 1^2 = (y^{\frac{1}{3}} + 1)(y^{\frac{1}{3}} - 1);$$

$$3) a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{6}} - b^{\frac{2}{6}} = (a^{\frac{1}{6}})^2 - (b^{\frac{1}{6}})^2 = (a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}})(a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{6}});$$

$$4) x - y = x^1 - y^1 = x^{\frac{2}{2}} - y^{\frac{2}{2}} = (x^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{2}})^2 = (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}});$$

$$5) 4a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} = 2^2 a^{\frac{2}{4}} - b^{\frac{2}{4}} = (2a^{\frac{1}{4}})^2 - (b^{\frac{1}{4}})^2 = (2a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(2a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}});$$

$$6) 0,01m^{\frac{1}{6}} - n^{\frac{1}{6}} = (0,1)^2 m^{\frac{2}{12}} - n^{\frac{2}{12}} = (0,1)^2 (m^{\frac{1}{12}})^2 - (n^{\frac{1}{12}})^2 = (0,1m^{\frac{1}{12}})^2 - (n^{\frac{1}{12}})^2 = (0,1m^{\frac{1}{12}} + n^{\frac{1}{12}})(0,1m^{\frac{1}{12}} - n^{\frac{1}{12}}).$$

$$65. 1) a - x = a^{\frac{3}{3}} - x^{\frac{3}{3}} = (a^{\frac{1}{3}})^3 - (x^{\frac{1}{3}})^3 = (a^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}})(0,1m^{\frac{1}{12}} + n^{\frac{1}{12}});$$

$$2) x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}} = (x^{\frac{1}{2}})^3 - (y^{\frac{1}{2}})^3 = (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{2}{2}} + y^{\frac{2}{2}} + y^{\frac{2}{2}}) = (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y);$$

$$3) a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{6}} - b^{\frac{3}{6}} = (a^{\frac{1}{6}})^3 - (b^{\frac{1}{6}})^3 = (a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{6}})(a^{\frac{2}{6}} + a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{2}{6}}) = (a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{6}})(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}});$$

$$4) 27a + c^{\frac{1}{2}} = 3^3 a^{\frac{3}{3}} + c^{\frac{3}{6}} = (3a^{\frac{1}{3}})^3 + (c^{\frac{1}{6}})^3 = (3a^{\frac{1}{3}} + c^{\frac{1}{6}})((3a^{\frac{1}{3}})^2 - 3a^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{6}} + c^{\frac{2}{6}}) = (3a^{\frac{1}{3}} + c^{\frac{1}{6}})(9a^{\frac{2}{3}} - 3a^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{6}} + c^{\frac{1}{3}}).$$

$$66. 1) \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}} = \frac{a^{\frac{2}{4}} - b^{\frac{2}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}} = \frac{a^{\frac{2}{4}} - b^{\frac{2}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}} = \frac{(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}};$$

$$2) \frac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{m + 2\sqrt{mn} + n} = \frac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{(\sqrt{m} + \sqrt{n})^2} = \frac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{1}{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}};$$

$$3) \frac{c - 2c^{\frac{1}{2}} + 1}{\sqrt{c} - 1} = \frac{(c^{\frac{1}{2}} - 1)^2}{\sqrt{c} - 1} = \frac{(c^{\frac{1}{2}} - 1)^2}{c^{\frac{1}{2}} - 1} = c^{\frac{1}{2}} - 1.$$

$$\begin{aligned}
 67. \quad & \frac{c^{\frac{3}{2}}}{c^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - \frac{cb^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} - c^{\frac{1}{2}}} + \frac{2c^2 - 4cb}{c - b} = \frac{c^{\frac{3}{2}}}{c^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{cb^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} + \frac{2c^2 - 4cb}{(c^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(c^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})} = \\
 & = \frac{c^{\frac{3}{2}}(c^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}) + cb^{\frac{1}{2}}(c^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}) + 2c^2 - 4cb}{(c^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(c^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})} = \frac{c^{\frac{3}{2}} \cdot c^{\frac{1}{2}} - c^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{2}{2}}b^{\frac{1}{2}} + cb^{\frac{1}{2}} + 2c^2 - 4cb}{(c^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(c^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})} = \\
 & = \frac{c^2 - c^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} + cb + 2c^2 - 4cb}{(c^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(c^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})} = \frac{3c^2 - 3cb}{c - b} = \frac{3c(c - b)}{c - b} = 3c.
 \end{aligned}$$

$$68. 1) 2^{\sqrt{5}} \cdot 2^{-\sqrt{5}} = 2^{\sqrt{5} - \sqrt{5}} = 2^0 = 1;$$

$$2) 3^{2\sqrt{2}} : 9^{\sqrt{2}} = 3^{2\sqrt{2}} : 3^{2\sqrt{2}} = 3^{2\sqrt{2}} : 3^{2\sqrt{2}} = 3^{2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}} = 3^0 = 1;$$

$$3) (5^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} = 5^{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 5^{\sqrt{3^2}} = 5^3 = 125;$$

$$4) ((0,5)^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}} = (0,5)^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}} = (0,5)^{\sqrt{4^2}} = (0,5)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}.$$

$$69. 1) 2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}} \cdot (2^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 2^{3\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}+3\sqrt{5}} = 2^2 = 4$$

$$2) 3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 9^{\sqrt[3]{2}} = 3^{1+2\sqrt[3]{2}} : (3^{\sqrt[3]{2}})^2 = 3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 3^{2\sqrt[3]{2}} = 3^{1+2\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2}} =$$

$$= 3^{1+2\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2}} = 3^1 = 3;$$

$$3) (5^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}} = 5^{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = 5^{1-2} = 5^{-1} = \frac{1}{5};$$

$$4) 5^{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} - (\sqrt{5})^0 = 5^{1-5} - 5^{\frac{0}{0}} = 5^{-4} - 5^0 = \frac{1}{5^4} - 1 = \frac{1}{625} - 1 = \frac{1-625}{625} = -\frac{624}{625}.$$

$$70. 1) 2^{1-2\sqrt{2}} \cdot 4^{\sqrt{2}} = 2^{1-2\sqrt{2}} \cdot (2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 2^{1-2\sqrt{2}} \cdot 2^{2\sqrt{2}} = 2^{1-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}} = 2^1 = 2;$$

$$2) 3^{2-3\sqrt{3}} \cdot 27^{\sqrt{3}} = 3^{2-3\sqrt{3}} \cdot (3^{\sqrt{3}})^3 = 3^{2-3\sqrt{3}} \cdot 3^{3\sqrt{3}} = 3^{2-3\sqrt{3}+3\sqrt{3}} = 3^2 = 9;$$

$$3) 9^{1+\sqrt{3}} \cdot 3^{1-\sqrt{3}} \cdot 3^{-2-\sqrt{3}} = (3^2)^{1+\sqrt{3}} \cdot 3^{1-\sqrt{3}-2-\sqrt{3}} = 3^{2+2\sqrt{3}} \cdot 3^{-1-2\sqrt{3}} =$$

$$= 3^{2+2\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}} = 3^1 = 3;$$

$$4) 4^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} \cdot 2^{-4-\sqrt{2}} = (2^2)^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}-4-\sqrt{2}} = 2^{6+2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2}} = 2^3 = 8.$$

$$71. 1) \frac{10^{2+\sqrt{7}}}{10^{2+\sqrt{7}} \cdot 5^{1+\sqrt{7}}} = \frac{10^{2+\sqrt{7}}}{10^{2+\sqrt{7}} \cdot 5^{(2+\sqrt{7})-1}} = \frac{10^{2+\sqrt{7}}}{(2 \cdot 5)^{2+\sqrt{7}} \cdot 5^{-1}} = \frac{1}{5^{-1}} = (5^{-1})^{-1} =$$

$$= 5^{(-1)(-1)} = 5^1 = 5;$$

$$2) \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}} = \frac{6^2 \cdot 6^{1+\sqrt{5}}}{2 \cdot 2^{1+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}} = \frac{36}{2} \cdot \frac{6^{1+\sqrt{5}}}{(2 \cdot 3)^{1+\sqrt{5}}} = \frac{36}{2} \cdot \frac{6^{1+\sqrt{5}}}{(6)^{1+\sqrt{5}}} = \frac{36}{2} = 18;$$

$$3) (25^{1+\sqrt{2}} - 5^{2\sqrt{2}}) \cdot 5^{-1-2\sqrt{2}} = (5^2)^{1+\sqrt{2}} \cdot 5^{-1-2\sqrt{2}} - 5^{2\sqrt{2}} \cdot 5^{-1-2\sqrt{2}} =$$

$$= 5^{2+2\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}} - 5^{2\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}} = 5^1 - 5^{-1} = 5 - \frac{1}{5} = 4\frac{4}{5};$$

$$4) (2^{2\sqrt{3}} - 4^{\sqrt{3}-1}) \cdot 2^{-2\sqrt{3}} = 2^{2\sqrt{3}} \cdot 2^{-2\sqrt{3}} - (2^2)^{\sqrt{3}-1} \cdot 2^{-2\sqrt{3}} = \\ = 2^{2\sqrt{3}-2\sqrt{3}} - 2^{2\sqrt{3}-2} \cdot 2^{-2\sqrt{3}} = 2^0 - 2^{2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3}} = 1 - 2^{-2} = 1 - \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

72. 1) $3\sqrt{71} > 3\sqrt{69}$, так как $\sqrt{71} > \sqrt{69}$;

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}} = 3^{-\sqrt{3}}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}} = 3^{-\sqrt{2}}$; $3^{-\sqrt{3}} < 3^{-\sqrt{2}}$, так как $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$;

3) $4^{-\sqrt{3}} < 4^{-\sqrt{2}}$, так как $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$; 4) $2^{\sqrt{3}} > 2^{1,7}$, так как $\sqrt{3} > 1,7$;

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4} = 2^{-1,4}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}} = 2^{-\sqrt{2}}$; $2^{-1,4} > 2^{-\sqrt{2}}$, так как $-1,4 > -\sqrt{2}$;

6) $\left(\frac{1}{9}\right)^\pi = 9^{-\pi}$; $\left(\frac{1}{9}\right)^{3,14} = 9^{-3,14}$; $9^{-\pi} < 9^{-3,14}$, так как $-3,14 > -\pi$.

73. 1) $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} < 1$; 2) $(0,013)^{-1} = \left(\frac{13}{1000}\right)^{-1} = \frac{1000}{13} = 76\frac{2}{13} > 1$;

3) $\left(\frac{2}{7}\right)^5 = \left(\frac{7}{2}\right)^{-5} = (3,5)^{-5} < 1 = (3,5)^0$, так как $-5 < 0$;

4) $27^{1,5} = (3^3)^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{9}{2}} > 1 = 3^0$, так как $4\frac{1}{2} > 0$;

5) $2^{-\sqrt{5}} < 1 = 2^0$, так как $-\sqrt{5} < 0$;

6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}} = 2^{-\sqrt{3}} < 1 = 2^0$, так как $-\sqrt{3} < 0$;

7) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2} = \left(\frac{4}{\pi}\right)^{2-\sqrt{5}}$; $1 < \frac{4}{\pi}$; $\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2$; значит, $2-\sqrt{5} < 0$, а $\left(\frac{4}{\pi}\right)^{2-\sqrt{5}} < 1 = \left(\frac{4}{\pi}\right)^0$;

8) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3} = 3^{3-\sqrt{8}}$; $3 = \sqrt{9} > \sqrt{8}$, значит, $3-\sqrt{8} > 0$, то есть $3^{3-\sqrt{8}} > 1 = 3^0$.

74. 1) $a^{\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} = a^{\sqrt{2}+1-\sqrt{2}} = a^1 = a$; 2) $a^{\sqrt{3}-1} \cdot a^{\sqrt{3}+1} = a^{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1} = a^{2\sqrt{3}}$;

3) $(b^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} \cdot b^2 = b^{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} \cdot b^2 = b^3 \cdot b^2 = b^{3+2} = b^5 = b$.

75. 1) $\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}} < \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}}$, так как $3 > 2$; 2) $\sqrt[4]{5} = 5^{\frac{1}{4}} < \sqrt[4]{7} = 7^{\frac{1}{4}}$, так как $7 > 5$.

76. 1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 810000^{0,25} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = (16)^{\frac{3}{4}} + (30^4)^{\frac{1}{4}} -$

$$- \left(\frac{224+19}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} + 30 - \left(\frac{3^5}{2^5}\right)^{\frac{1}{5}} = 2^3 + 30 - \frac{3}{2} = 8 + 30 - 1,5 = 36,5;$$

$$2) (0,001)^{\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot (2^6)^{\frac{2}{3}} - (2^3)^{\frac{4}{3}} = (10^3)^{\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 2^4 - 2^{-4} = 10 - 2^{4-2} - \frac{1}{2^4} = 10 - 2^2 - 0,0625 = 9,9375 - 4 = 5,9375;$$

$$3) 27^{\frac{2}{3}} - (-2)^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{(-2)^2} + \left(\frac{24+3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^2 - \frac{1}{4} + \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{1}{3}} = 9 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9 \cdot 12 - 3 + 2 \cdot 4}{12} = \frac{108 - 3 + 8}{12} = \frac{113}{12} = 9\frac{5}{12};$$

$$4) (-0,5)^{-4} - 625^{0,25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{-2}\right)^{-4} - (5^4)^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{8+1}{4}\right)^{-\frac{2+1}{2}} = \frac{432 - 135 - 8}{27} = \frac{289}{27} = 10\frac{19}{27}.$$

$$77. 1) (a^4)^{\frac{3}{4}} \cdot (b^{\frac{2}{3}})^{-6} = a^{-3} \cdot b^{\frac{26}{3}} = a^{-3} \cdot b^4 = \frac{b^4}{a^3};$$

$$2) \left(\left(\frac{a^6}{b^{-3}}\right)^4\right)^{\frac{1}{12}} = \left(\frac{a^6}{b^{-3}}\right)^{\frac{1}{3}} = (a^6 \cdot b^3)^{\frac{1}{3}} = a^2 \cdot b.$$

$$78. 1) \frac{a^{\frac{4}{3}}(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}})}{a^4(a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{4}})} = \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}(1 + a^{\frac{2+1}{3}})}{a^4 \cdot a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{3+1}{4}} + 1)} = \frac{a^{\frac{4+1}{3}}(1+a)}{a^{\frac{4+1}{4}}(a+1)} = \frac{a}{a^0} = \frac{a}{1} = a;$$

2)

$$\frac{b^{\frac{5}{3}}(\sqrt[5]{b^4} - \sqrt[5]{b^{-1}})}{b^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{b^{-2}})} = \frac{b^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{4}{5}} - b^{-\frac{1}{5}})}{b^{\frac{2}{3}}(b^{\frac{1}{3}} - b^{-\frac{2}{3}})} = \frac{b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{5}}(b^{\frac{4+1}{5}} - 1)}{b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}}(b^{\frac{1+2}{3}} - 1)} = \frac{b^{\frac{1+1}{3}}(b-1)}{b^{\frac{2+2}{3}}(b-1)} = \frac{b^0}{b^0} = \frac{1}{1} = 1;$$

$$3) \frac{a^{\frac{5}{3}}b^{-1} - a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{5-2}{3}}b^{-1} - a^{-\frac{1-2}{3}} = ab^{-1} - a^{-1};$$

$$4) \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{2}{6}}b^{\frac{3}{6}} + b^{\frac{2}{6}}a^{\frac{3}{6}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{2}{6}}b^{\frac{2}{6}}(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}})}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{2}{6}}b^{\frac{2}{6}}(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}})}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{2}{6}}b^{\frac{2}{6}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}.$$

$$79. 1) (2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}) \cdot \sqrt[3]{6} = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}(2^{\frac{6}{3}} - 3^{\frac{6}{3}})\sqrt[3]{6} = 6^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{1}{3}}(2^2 - 3^2) = 6 = 4 - 9 = -5;$$

$$2) (5^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}}) \sqrt[4]{1000} = (5^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}}) \cdot 10^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}} (5^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}) \cdot 10^{\frac{3}{4}} = 10^{\frac{3}{4}} \cdot 10^{\frac{3}{4}} (5 - 2) = 10^{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}} \cdot 3 = 10^0 \cdot 3 = 1 \cdot 3 = 3.$$

$$80. 1) a^{\frac{1}{9}} \sqrt[6]{a^3 a} = a^{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt[6]{3a^4} = a^{\frac{1}{9}} \cdot a^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{1}{9} + \frac{2}{9}} = a^{\frac{1}{3}};$$

$$2) b^{\frac{1}{12}} \sqrt[3]{b^4 b} = b^{\frac{1}{12}} \cdot \sqrt[3]{b^5} = b^{\frac{1}{12}} \cdot b^{\frac{5}{3}} = b^{\frac{1}{12} + \frac{5}{12}} = b^{\frac{1}{2}};$$

$$3) (\sqrt[3]{ab^{-2}} + (ab)^{\frac{1}{6}}) \sqrt[6]{ab^4} = (a^{\frac{1}{3}} b^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}}) a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{4}{6}} = (a^{\frac{2}{6}} b^{-\frac{4}{6}} + a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}}) a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{4}{6}} (a^{\frac{3}{6}} + b^{\frac{3}{6}}) a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{4}{6}} a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{4}{6}} (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}) = a^0 b^0 (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}) = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}};$$

$$4) (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab}) = (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}) \times \\ \times ((a^{\frac{1}{3}})^2 - a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + (b^{\frac{1}{3}})^2) = (a^{\frac{1}{3}})^3 + (b^{\frac{1}{3}})^3 = a + b.$$

$$81. 1) (1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}) : (a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})^2 = \frac{1}{a} (a - 2\sqrt{ab} + b) : (a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})^2 = \\ = \frac{1}{a} (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 : (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = \frac{1}{a};$$

$$2) (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}) : (2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}}) = (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}) : (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}} \cdot (2a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}})) = \\ = (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}) \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} : (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})^2 = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} : (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}});$$

$$3) \frac{a^4 - a^9}{a^4 - a^5} - \frac{b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{b^2 + b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^4(1 - a^5)}{a^4(1 - a^4)} - \frac{b^{\frac{1}{2}}(1 - b^2)}{b^{\frac{1}{2}}(b^{\frac{3}{2}} + 1)} = \frac{1 - a^2}{1 - a} -$$

$$\frac{b^2 - 1}{1 + b} = \frac{(1 - a)(1 + a)}{1 + a} - \frac{(1 - b)(1 + b)}{1 + b} = 1 + a - 1 + b = a + b;$$

$$4) \frac{\sqrt{a} - a^{\frac{1}{2}} b}{1 - \sqrt{a - 1b}} - \frac{\sqrt[3]{a^2} - a^{\frac{1}{3}} b}{\sqrt[6]{a} + a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b}} = \frac{a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} b}{1 - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}} b}{a^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} - b)}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})} - \\ - \frac{a^{\frac{1}{3}}(a^{\frac{3}{3}} - b)}{a^{\frac{1}{3}}(a^{\frac{3}{6}} - b^{\frac{1}{2}})} = \frac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} = \frac{(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} =$$

$$a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} = 2b^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{b}.$$

$$82. 1) \frac{m\sqrt{3}n\sqrt{3}}{(mn)^{2+\sqrt{3}}} = \frac{(mn)\sqrt{3}}{(mn)^{2+\sqrt{3}}} = \frac{(mn)\sqrt{3}}{(mn)^2(mn)^{\sqrt{3}}} = \frac{1}{(mn)^2};$$

$$2) \frac{x^{\sqrt{7}} \cdot y^{\sqrt{7}+1}}{(xy)^{\sqrt{7}}} = \frac{x^{\sqrt{7}} \cdot y^{\sqrt{7}} \cdot y}{(xy)^{\sqrt{7}}} = \frac{(xy)^{\sqrt{7}} \cdot y}{(xy)^{\sqrt{7}}} = y;$$

$$3) (a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}})(a^{\sqrt{2}} + b^{\sqrt{3}}) = ((a^{\sqrt{2}})^2 - (b^{\sqrt{3}})^2) = a^{2\sqrt{2}} - b^{2\sqrt{3}};$$

$$4) (2a^{-0.5} - \frac{1}{3}b^{-\sqrt{3}})(\frac{1}{3}b^{-\sqrt{3}} + 2a^{-0.5}) = (2a^{-0.5})^2 - (\frac{1}{3}b^{-\sqrt{3}})^2 = 4a^{-1} - \frac{1}{9}b^{-2\sqrt{3}}.$$

$$83. 1) (a^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}} = a^{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = a^{1-2} = a^{-1};$$

$$2) (m^{\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}})^{-3} \cdot m^{\frac{3\sqrt{5}}{2}} = m^{\frac{3\sqrt{5}-3}{1+\sqrt{5}} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{2}} = m^{\frac{6\sqrt{5}-6+3\sqrt{5}+35}{2(1+\sqrt{5})}} = m^{\frac{9}{2}} = m^{4.5};$$

$$3) (a^{3\sqrt{2}+3\sqrt{3}})^{3\sqrt{4}-3\sqrt{6}+3\sqrt{9}} = a^{3\sqrt{8}-3\sqrt{12}+3\sqrt{18}+3\sqrt{12}-3\sqrt{18}+3\sqrt{27}} = a^{3\sqrt{2}+3\sqrt{3}} = a^{2+3} = a^5;$$

$$4) (a^{3\sqrt{9}+3\sqrt{3}+1})^{1-3\sqrt{3}} = a^{(1-3^{\frac{1}{3}})^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}+1}}} = a^{1^3 - (3^{\frac{1}{3}})^3} = a^{-2}.$$

$$84. 1) 5^{2x} = 5^4; 2x = 4; x = 2;$$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}; 2x = -1; x = -\frac{1}{2};$$

$$3) 9^x = 3^{2\sqrt{2}}; 3^{2x} = 3^{2\sqrt{2}}; 2x = 2\sqrt{2}; x = \sqrt{2};$$

$$4) 16^x = 2^{8\pi}; 2^{4x} = 2^{8\pi}; 4x = 8\pi; x = 2\pi.$$

$$85. 1) 7^{x\sqrt{3}} = \sqrt{7}; 7^{x\sqrt{3}} = 7^{\frac{1}{2}}; x\sqrt{3} = \frac{1}{2}; x = \frac{1}{2\sqrt{3}};$$

$$2) 25^{x\sqrt{2}} = 5\sqrt{5}; 5^{2x\sqrt{2}} = 5^{1\frac{1}{2}}; 2x\sqrt{2} = \frac{3}{2}; x = \frac{3}{4\sqrt{2}};$$

$$3) (\sqrt{2})^x = 2\sqrt{2}; 2^{\frac{x}{2}} = 2^{1\frac{1}{2}}; 2^{\frac{x}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}; \frac{x}{2} = \frac{3}{2}; x = 3;$$

$$4) (\sqrt{3})^{3x} = 3\sqrt{3}; 3^{\frac{3x}{2}} = 3^{1\frac{1}{2}}; 3^{\frac{3x}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}; \frac{3x}{2} = \frac{3}{2}; x = 1.$$

$$86. 1) \sqrt[3]{10} = \sqrt[15]{10^5} = \sqrt[15]{100000} > \sqrt[5]{20} = \sqrt[15]{(20)^3} = \sqrt[15]{8000};$$

$$2) \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125} < \sqrt[3]{7} = \sqrt[12]{7^4} = \sqrt[12]{2401};$$

$$3) \sqrt{17} = \sqrt[6]{17^3} = \sqrt[6]{4913} > \sqrt[3]{28} = \sqrt[6]{28^2} = \sqrt[6]{784};$$

$$4) \sqrt[4]{13} = \sqrt[20]{13^5} = \sqrt[20]{371293} > \sqrt[5]{23} = \sqrt[20]{23^4} = \sqrt[20]{279841}.$$

$$87. 1) \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{ab^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{2a^2}{a-b} = \frac{a^{\frac{3}{2}}(b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}) - ab^{\frac{1}{2}}(b^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}}) + 2a^2}{b-a} =$$

$$= \frac{a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} - a^{1+\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} - ab^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} + 2a^2}{b-a} = \frac{a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} - a^2 - a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} - ab + 2a^2}{b-a} = \frac{a^2 - ab}{b-a} = \frac{a(a-b)}{-(a-b)} = -a$$

$$2) \frac{3xy - y^2}{x-y} - \frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{y\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{3xy - y^2}{x-y} -$$

$$\frac{y\sqrt{xy} + y^2 + yx - y\sqrt{xy}}{x-y} = \frac{3xy - y^2 - y^2 - xy}{x-y} = \frac{2xy - 2y^2}{x-y} = \frac{2(x-y)y}{x-y} = 2y;$$

$$3) \frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{a^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} - 2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{a + b} = \frac{-3\sqrt[3]{ab}}{a + b};$$

4)

$$\frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \cdot \frac{a - b}{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \cdot \frac{(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}} = \\ = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = 2\sqrt[3]{b}.$$

$$88. 1) \frac{a - b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a + b}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} + ab^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b - b^{\frac{1}{3}+1} + ab^{\frac{1}{3}} - ba^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}+1}}{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}} = \frac{-2ba^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}};$$

$$2) \frac{a + b}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} - \frac{a - b}{a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{(a + b)(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})}{a + b} - \frac{(a - b)(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})}{a - b} = \\ = a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} = 2b^{\frac{1}{3}};$$

3)

$$\frac{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}{a - b} - \frac{1}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}{a - b} - \frac{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{a - b} = \frac{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{a - b} = \frac{-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{a - b};$$

$$4) \frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}{a + b} + \frac{1}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}{a + b} + \frac{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}{a + b} = \frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}{a + b} = \frac{2a^{\frac{1}{3}}}{a + b}.$$

$$89. 1) \frac{x + y}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}} + \frac{x - y}{x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}} - \frac{x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}} = \frac{(x + y)(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})}{x + y} +$$

$$+ \frac{(x - y)(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})}{x - y} - \frac{(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})}{x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}$$

$$2) \frac{(a - b)^2}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} + \frac{a^2 - b^2}{(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b)} = \frac{(a - b)^2}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} + \frac{(a + b)(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b)} =$$

$$= \frac{(a + b)(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} = \frac{a^2 + b^2 - 2ab(a + b)(a + b - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + b^2 + ab + ab - 2a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{2(a^2 + b^2 - a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}})}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} = \frac{2(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}})}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} = 2(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}});$$

$$\begin{aligned}
 & 3) \left(\frac{3x^{\frac{2}{3}} + 5x^{\frac{1}{3}}}{x+1} + \frac{1}{x^{\frac{1}{3}} + 1} \right) : \left(4x^{\frac{1}{3}} + 4 + \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} \right) = \left(\frac{3x^{\frac{2}{3}} + 5x^{\frac{1}{3}}}{x+1} + \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1}{x+1} \right) : \\
 & \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} \left((2x^{\frac{1}{3}})^2 + 4 \cdot x^{\frac{1}{3}} + 1 \right) \right) = \left(\frac{3x^{\frac{2}{3}} + 5x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1}{x+1} \right) : \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} (2x^{\frac{1}{3}} + 1)^2 \right) = \\
 & = \frac{4x^{\frac{2}{3}} + 4x^{\frac{1}{3}} + 1}{x+1} \cdot \frac{x^{\frac{1}{3}}}{(2x^{\frac{1}{3}} + 1)^2} = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x+1}.
 \end{aligned}$$

90. Искомая сумма вычисляется по формуле сложных процентов: $S = a \left(1 + \frac{p}{100} \right)^t$, где a — первоначальная сумма вклада, p — проценты, начисляемые за год, t — число лет: $S = 5000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^3 = 5000(1,02)^3 = 5306,04 = 5306 \text{ р. } 4 \text{ коп.}$

91. Искомая сумма вычисляется по формуле сложных процентов: $S = a \left(1 + \frac{p}{100} \right)^t$, $a = 2000 \text{ р.}$; $p = 3$; $t = 2 \frac{7}{12}$.
 $S = 200 \left(1 + \frac{3}{100} \right)^{2 \frac{7}{12}} = 2000 \cdot (1,03)^{\frac{31}{12}} = 2000 \cdot 1,07935 = 2158,7 = 185 \text{ р. } 70 \text{ коп.}$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{92.} \ 1) \left(0,645 : 0,3 - 1 \frac{107}{180} \right) \cdot \left(4 : 6,25 - 1 : 5 + \frac{1}{7} \cdot 1,96 \right) = \\
 & = \left(\frac{0,645 \cdot 10}{3} - \frac{287}{180} \right) \cdot \left(\frac{4 \cdot 100}{625} - \frac{1}{5} + \frac{196}{7 \cdot 100} \right) = \\
 & = \left(\frac{2,15 \cdot 180 - 287}{180} \right) \times (0,64 - 0,2 + 0,28) = \frac{387 - 287}{180} \cdot 1,12 = \frac{100}{180} \cdot \frac{112}{100} = \frac{28}{45};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2) \left(\frac{1}{2} - 0,375 \right) : 0,125 + \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{12} \right) : (0,358 - 0,108) = (0,5 - 0,375) : \\
 & : 0,125 + \frac{10-7}{12} : 0,25 = 0,125 : 0,125 + \frac{3}{12} \cdot \frac{4}{1} = 1 + 1 = 2.
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{93.} \ 1) \ 1,3(1) = x; \ 100x = 131, (1); \ 10x = 13, (1);$$

$$100x - 10x = 131, (1) - 13, (1) = 118; \ 90x = 118; \ x = \frac{118}{90} = \frac{59}{45} = 1 \frac{14}{45};$$

$$2) \ 2,3(2) = x; \ 10x = 23, (2); \ 100x = 232, (2);$$

$$100x - 10x = 232, (2) - 23, (2) = 209; \ 90x = 209; \ x = \frac{209}{90} = 2 \frac{29}{90};$$

$$3) \ 0, (248) = x; \ 1000 \cdot x = 24,8(248); \ 999 \cdot x = 248; \ x = \frac{248}{999};$$

$$4) \ 0, (34) = x; \ 100 \cdot x = 34, (34);$$

$$100 \cdot x - x = 34, (34) - 0, (34) = 34; \ 99 \cdot x = 34; \ x = \frac{34}{99}.$$

$$94. 1) 48^\circ = 1; 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2} = 1,5; (0,3)^{-3} = \left(\frac{3}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{10}{3}\right)^3 = \frac{1000}{9} = 111\frac{1}{9};$$

$$(-1,2)^{-2} = \left(-\frac{12}{10}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{6}\right)^{-2} = \frac{25}{36}; \left(2\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{9}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81};$$

$$2) \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3; \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3; \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2;$$

$$\sqrt[6]{8^2} = \sqrt[6]{(2^3)^2} = \sqrt[6]{2^6} = 2; \sqrt[8]{16^2} = \sqrt[8]{(2^4)^2} = \sqrt[8]{2^8} = 2;$$

$$\sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{(3^3)^2} = \sqrt[3]{(3^2)^3} = 3^2 = 9;$$

$$3) 8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2; 27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9; 10000^{\frac{1}{4}} = (10^4)^{\frac{1}{4}} = 10;$$

$$32^{\frac{2}{5}} = (2^5)^{\frac{2}{5}} = 2^2 = 4; 32^{\frac{3}{5}} = (2^5)^{\frac{3}{5}} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8};$$

$$\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3^3}{4^3}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\left(\frac{3}{4}\right)^3\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}.$$

$$95. 1) \sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3} = \sqrt[3]{(5 \cdot 7)^3} = 5 \cdot 7 = 35; \sqrt[4]{324} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{324 \cdot 4} = \sqrt[4]{6^4} = 6;$$

$$\sqrt[4]{15 \frac{5}{8}} : \sqrt[4]{\frac{2}{5}} = \sqrt[4]{\frac{125}{8} \cdot \frac{5}{2}} = \sqrt[4]{\left(\frac{5}{2}\right)^4} = \frac{5}{2} = 2,5;$$

$$2) 56^\circ : 8^{-2} = 1 \cdot 8^2 = 1 \cdot 64 = 64; 16^{\frac{1}{4}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} = (2^4)^{\frac{1}{4}} \cdot (5^2)^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 5 = 10;$$

$$\left(\frac{1}{15}\right)^{-1} : 9^{\frac{1}{2}} = 15 : (3^2)^{\frac{1}{2}} = 15 : 3 = 5; 8^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 : 16^{-1} = (2^3)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{16} \cdot 16 = 2;$$

$$3) \frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}}{5^2} = 5^{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 2} = \frac{1}{25}; \frac{7^{\frac{7}{3}} \cdot 7^{\frac{4}{3}}}{7^2} = 7^{\frac{7}{3} + \frac{4}{3} - 2} = 7^{1-2} = 7^{-1} = \frac{1}{7};$$

$$\frac{(0,3)^{0,3} \cdot (0,3)^{-1}}{(0,3)^{1,3}} = (0,3)^{0,3-1-1,3} = (0,3)^{-2} = \frac{1}{(0,3)^2} = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}.$$

$$96. 1) \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3 - 2 \cdot 3}{4} = -\frac{3}{4};$$

$$2) \left(\frac{1}{27} \cdot 125^{-1}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{3^3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left((5^3)^{-1}\right)^{\frac{1}{3}} = (3^{-3})^{\frac{1}{3}} \cdot (5^{-3})^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 5 = 15;$$

$$3) 27^{\frac{2}{3}} + 9^{-1} = (3^3)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{9} = 3^2 + \frac{1}{9} = 9 + \frac{1}{9} = 9\frac{1}{9};$$

$$4) (0,01)^{-2} : 100^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{100}\right)^{-2} \cdot 100^{\frac{1}{2}} = (100)^2 \cdot (10^2)^{\frac{1}{2}} = 10000 \cdot 10 = 100000;$$

$$5) \left(\frac{64}{81}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{8}{5}\right)^{-1} = \left(\left(\frac{8}{9}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{5}{8} = \frac{9}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{45}{64};$$

$$6) \left(2\frac{10}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{4}\right)^{2^1} = \left(\frac{64}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{9}{16} = \left(\left(\frac{3}{4}\right)^3\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{9}{16} = \frac{81}{256}.$$

$$97. 1) \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 4}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{3}{2} = 1,5;$$

$$2) \sqrt[4]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{4}} = \sqrt[4]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{27}{4}} = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot 27}{4 \cdot 4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{3}{2}\right)^4} = \frac{3}{2} = 1,5;$$

$$3) \sqrt[4]{15\frac{5}{8}} : \sqrt[4]{\frac{2}{5}} = \sqrt[4]{\frac{125}{8}} : \sqrt[4]{\frac{2}{5}} = \sqrt[4]{\frac{125}{8} \cdot \frac{2}{5}} = \sqrt[4]{\frac{125 \cdot 5}{8 \cdot 2}} = \sqrt[4]{\left(\frac{5}{2}\right)^4} = \frac{5}{2} = 2,5;$$

$$4) \sqrt[3]{11\frac{1}{4}} : \sqrt[3]{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{45}{4}} : \sqrt[3]{\frac{10}{3}} = \sqrt[3]{\frac{45}{4} \cdot \frac{10}{3}} = \sqrt[3]{\frac{45 \cdot 3}{4 \cdot 10}} = \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 3}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{3}{2} = 1,5;$$

$$5) (\sqrt[3]{\sqrt{27}})^2 = (\sqrt[6]{27})^2 = (\sqrt[6]{3^3})^2 = \sqrt[6]{3^6} = 3;$$

$$6) (\sqrt[3]{\sqrt{16}})^2 = (\sqrt[6]{16})^3 = (\sqrt[6]{4^2})^3 = \sqrt[6]{4^6} = 4.$$

$$98. 1) 1^{3,75} = 1; 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5; \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8, \text{ т.к. } 8 > 1 > 0,5, \text{ то } \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} > 1^{3,75} > 2^{-1};$$

$$2) 98^0 = 1, \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{7}, 32^{\frac{1}{2}} = (2^5)^{\frac{1}{2}} = 2, \text{ т.к. } 2\frac{1}{7} > 2 > 1, \text{ то } \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} > 32^{\frac{1}{2}} > 98^0.$$

$$99. 1) (0,88)^{\frac{1}{6}} > \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}, \text{ т.к. } 0,88 < 1, \frac{6}{11} < 1 \text{ и } 0,88 > \frac{6}{11}, \text{ а } \frac{1}{6} > 0;$$

$$2) \left(\frac{5}{12}\right)^{\frac{1}{4}} < (0,41)^{\frac{1}{4}}, \text{ т.к. } \frac{5}{12} < 1, 0,41 < 1 \text{ и } \frac{5}{12} > 0,41, \text{ а } -\frac{1}{4} < 0;$$

$$3) (4,09)^{3\sqrt{2}} < \left(4\frac{3}{25}\right)^{3\sqrt{2}} = (4,12)^{3\sqrt{2}}, \text{ т.к. } 4,09 < 4,12, \text{ а } 3\sqrt{2} > 0;$$

$$4) \left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}} = \left(1\frac{1}{11}\right)^{\sqrt{5}} > \left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}} = \left(1\frac{1}{12}\right)^{\sqrt{5}}, \text{ т.к. } 1\frac{1}{11} > 1\frac{1}{12}, \text{ а } \sqrt{5} > 0.$$

100.

$$1) \frac{a^{\frac{1}{2}} a^{-0,5}}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{2}{3}} = a^{-\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3}}; 2) \frac{a^{-3} a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}} = a^{-3 + \frac{7}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} = a^{-\frac{2}{3} - \frac{1}{3}} = a^{-1};$$

$$3) (a^{2,5})^2 \sqrt[5]{a} = a^5 \cdot a^{\frac{1}{5}} = a^{5 + \frac{1}{5}} = a^{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}} = a^{\frac{6}{5}}; 4) \sqrt[7]{a^2 (a^{\frac{3}{14}})^2} = a^{\frac{2}{7}} \cdot a^{\frac{3}{7}} = a^{\frac{2+3}{7}} = a^{\frac{5}{7}}.$$

101.

$$1) x^{-2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{x^{-2\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} = x^{-2\sqrt{2}} \cdot (x^{-(-\sqrt{2}-1)})^{\sqrt{2}+1} = x^{-2\sqrt{2}} \times (x^{(\sqrt{2}+1)})^{\sqrt{2}+1} =$$

$$= x^{-2\sqrt{2}} \cdot x^{2+1+2\sqrt{2}} = x^{3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}} = x^3;$$

$$2) \left(\frac{a\sqrt{3}}{b\sqrt{3}-1}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}} = (a\sqrt{3})^{\sqrt{3}+1} \cdot (b^{-(\sqrt{3}-1)})^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{-1-\sqrt{3}} \cdot b^2 =$$

$$= a^{3+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}} \cdot b^{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} \cdot b^2 = a^2 b^{1-3+2} = a^2.$$

102. 1) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt[7]{\left(\frac{3-2}{6}\right)^2} = \sqrt[7]{\left(\frac{1}{6}\right)^2} > \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt[7]{\left(\frac{4-3}{12}\right)^2} =$

$$= \sqrt[7]{\left(\frac{1}{12}\right)^2}, \text{ т.к. } \frac{1}{6} > \frac{1}{12};$$

$$2) \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4}-1\frac{1}{5}\right)^3} = \sqrt[5]{\left(\frac{5}{4}-\frac{6}{5}\right)^3} = \sqrt[5]{\left(\frac{25-24}{20}\right)^3} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{20}\right)^3} >$$

$$> \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6}-1\frac{1}{6}\right)^3} = \sqrt[5]{\left(\frac{7}{6}-\frac{8}{6}\right)^3} = \sqrt[5]{\left(\frac{49-48}{42}\right)^3} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{42}\right)^3}, \text{ т.к. } \frac{1}{20} > \frac{1}{42}.$$

103. 1) $6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}}; 2x = \frac{1}{5}; x = \frac{1}{5 \cdot 2} = \frac{1}{10} = 0,1;$

2) $3^x = 27; 3^x = 3^3; x = 3;$ 3) $7^{3x} = 7^{10}; 3x = 10; x = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3};$

4) $2^{2x+1} = 32; 2^{2x+1} = 2^5; 2x+1 = 5; 2x = 4; x = 2;$

5) $2^{2+x} = 4; 4^{2+x} = 4^0; 2+x = 0; x = -2.$

104. 1) $\frac{y-16y^{\frac{1}{2}}}{5y^{\frac{1}{4}}+20} = \frac{y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{1}{2}}-16)}{5(y^{\frac{1}{4}}+4)} = \frac{y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{1}{2}}-4)(y^{\frac{1}{2}}+4)}{5(y^{\frac{1}{4}}+4)} = \frac{y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{1}{2}}-4)}{5};$

$$2) \frac{a^{\frac{4}{5}}-b^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{2}{5}}-b^{\frac{2}{5}}} = \frac{(a^{\frac{2}{5}})^2-(b^{\frac{2}{5}})^2}{a^{\frac{2}{5}}-b^{\frac{2}{5}}} = \frac{(a^{\frac{2}{5}}+b^{\frac{2}{5}})-(a^{\frac{2}{5}}-b^{\frac{2}{5}})}{a^{\frac{2}{5}}-b^{\frac{2}{5}}} = a^{\frac{2}{5}}+b^{\frac{2}{5}}.$$

105. 1) $\frac{ab^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-1} = \frac{b^{\frac{1}{2}}(ab-1)}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-1} = \frac{b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-1)(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+1)}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-1} = b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+1);$

$$2) \frac{b}{a-b} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} = \frac{b}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} = \frac{b+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-b}{a-b} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a-b}.$$

106. 1) $b_2 = -81; S_2 = 162; S_2 = b_1 + b_2 = b_1 - 81 = 162;$

$$b_1 = 243; b_2 = b_1 \cdot q; q = \frac{b_2}{b_1} = -\frac{81}{243} = -\frac{1}{3}; |q| = \frac{1}{3} < 1;$$

$$2) b_2 = 33, S_2 = 67; S_2 = 67 = b_1 + b_2 = b_1 + 33;$$

$$b_1 = 34; q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{33}{34}; |q| = \frac{33}{34} < 1;$$

$$3) b_1 + b_2 = 130;$$

$$b_1 - b_3 = 120; \begin{cases} b_1 + b_1 \cdot q = 130 \\ b_1 - b_1 \cdot q^2 = 120 \end{cases}; \begin{cases} b_1 = \frac{120}{1-q^2} \\ \frac{120}{1-q^2} + q \frac{120}{1-q^2} = 130 \end{cases}, \text{ значит, } |q| \neq 1;$$

$$120 + 120q = 130 - 130q^2; 13q^2 + 12q - 1 = 0;$$

$$q = \frac{-12 + \sqrt{144 + 5^2}}{26} = \frac{1}{13} \text{ или } q = -1, \text{ чего быть не может, значит, } |q| = \frac{1}{13} < 1;$$

$$4) \begin{cases} b_2 + b_4 = 68; \\ b_2 - b_4 = 60 \end{cases}; 2b_2 = 68 + 60 = 128; b_2 = 64;$$

$$b_2 - (-b_4) = 68 - 60 = 8; 2b_4 = 8; b_4 = 4; b_2 = b_1 - q = 64;$$

$$b_4 = b_1 - q^3 = 4, \text{ значит, } \frac{b_4}{b_2} = \frac{b_1 q^3}{b_1 q} = \frac{4}{64}; q^2 = \frac{12}{16}, \text{ значит, } |q| = \frac{1}{4} < 1.$$

$$107. 1) 1,10(209) = x; 110,(209) = 100 \cdot x; 100000 \cdot x = 110209,(209);$$

$$100000 \cdot x - 100 \cdot x = 110209,(209) - 110,(209);$$

$$110099 = 99900x; x = \frac{110099}{99900} = 1 \frac{10199}{99900};$$

$$2) 0,108(32) = x; 108,(32) = 100 \cdot x; 108,32(32) = 100000 \cdot x;$$

$$100000 \cdot x - 1000 \cdot x = 10832,(32) - 108,(32);$$

$$10724 = 99000 \cdot x; x = \frac{10724}{99000} = \frac{2681}{24750}.$$

$$108. b_n > 0; b_1 + b_2 + b_3 = 39; \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_3} = \frac{13}{27}; |q| < 1;$$

$$\begin{cases} b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = 39 \\ \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_1 \cdot q} + \frac{1}{b_1 \cdot q^2} = \frac{13}{27} \end{cases}; \begin{cases} b_1(1 + q + q^2) = 39 \\ q^2 + q + 1 = \frac{13}{27} b_1 \cdot q^2 \end{cases}; \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2}\right) \cdot \frac{27}{13} = \frac{39}{1 + q + q^2};$$

$$(1 + q + q^2)^2 = \frac{169 \cdot q^2}{3}; 1 + q + q^2 = \frac{13 \cdot q}{3} \text{ или } 1 + q + q^2 = -\frac{13 \cdot q}{3};$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0; \text{ или } 3q^2 - 16q + 3 = 0$$

$$q_1 = \frac{10+8}{6}; q_1 = 3 > 1, \text{ или } q_3 = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}; q_4 = \frac{-16 + \sqrt{220}}{6} < 0;$$

$$q_2 = \frac{-16 - \sqrt{220}}{6} < 0; \text{ значит, } q = \frac{1}{3};$$

$$b_1 = \frac{39}{1+q+q^2} = \frac{39}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}} = \frac{39 \cdot 9}{9+3+1} = 27; \quad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{27}{1-\frac{1}{3}} = \frac{27 \cdot 3}{2} = 40,5.$$

$$\begin{aligned} 109. \quad & \sqrt{43+30\sqrt{2}} + \sqrt{43-30\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{43+\sqrt{43^2-1800}}{2}} + \sqrt{\frac{43-\sqrt{43^2-1800}}{2}} + \\ & + \sqrt{\frac{43+\sqrt{43^2-1800}}{2}} - \sqrt{\frac{43-\sqrt{43^2-1800}}{2}} = 2\sqrt{\frac{43-\sqrt{1849-1800}}{2}} = 2\sqrt{\frac{43+\sqrt{49}}{2}} = \\ & = 2\sqrt{\frac{43+7}{2}} = 2\sqrt{\frac{50}{2}} = 2\sqrt{25} = 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 110. \quad & a = (4-3\sqrt{2})^2 + 8\sqrt{34-24\sqrt{2}} - \sqrt{5} = 16 - 24\sqrt{2} + 18 + \\ & + 8\left(\sqrt{\frac{34+\sqrt{1156-1152}}{2}} - \sqrt{\frac{34+\sqrt{1156-1152}}{2}}\right) - \sqrt{5} = 34 - \\ & - 24\sqrt{2} + 8 \cdot (3\sqrt{2} - 4) - \sqrt{5} = 34 - 24\sqrt{2} + 24\sqrt{2} - 32 - \sqrt{5} = 2 - \sqrt{5}; \\ & 2 - \sqrt{5} < 0, \text{ так как } 2 < \sqrt{5}, \text{ значит, } a < 0. \end{aligned}$$

$$111. 1) \quad a = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{5}{3+2\sqrt{2}}; \quad \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} > 3,9; \quad \frac{5}{3+2\sqrt{2}} > 0,8;$$

$$b = \frac{2}{\sqrt{8}-\sqrt{5}} < 3,4; \text{ значит, } b < 3,4 < 4,7 < a, \text{ значит, } b < a;$$

$$2) \quad a = \sqrt{2} + \sqrt{3}; \quad \sqrt{2} < 1,4143; \quad \sqrt{3} < 1,7321; \quad a < 3,1464 < 3,1622 < \sqrt{10} = b, \\ \text{значит, } a < b;$$

$$3) \quad a = 5 - \sqrt{5}; \quad \sqrt{15} < 3,873; \quad a > 1,127; \quad \sqrt{17} < 4,124; \quad b < 1,124 < 1,127 < a, \\ \text{значит, } b < a;$$

$$4) \quad a = \sqrt{13} - \sqrt{12}; \quad \sqrt{13} < 3,604; \quad \sqrt{12} > 3,464; \quad \sqrt{11} < 3,317; \\ a < 0,14 < 0,147 < b.$$

$$112. 1) \quad \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3} = -2(\sqrt{2}+\sqrt{3});$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \frac{\sqrt{5}}{5+\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}(5-\sqrt{10})}{(5-\sqrt{10})(5+\sqrt{10})} = \frac{\sqrt{5}(5-\sqrt{10})}{25-10} = \frac{\sqrt{5}(5-\sqrt{10})}{15} = \\ & = \frac{5\sqrt{5}(\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{2}}{15} = \frac{5\sqrt{5} \cdot 5\sqrt{2}}{15} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{3}; \end{aligned}$$

$$3) \quad \frac{3}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{(2)^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2}}{2};$$

$$4) \quad \frac{2}{\sqrt[4]{27}} = \frac{2\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{27}} = \frac{2\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{2\sqrt[4]{3}}{3};$$

$$5) \quad \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5-2} = \frac{3(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{3} = (\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2});$$

$$6) \frac{11}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}} = \frac{11(\sqrt[3]{3})^2 - \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2}{(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{3})^2 - \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2)} = \frac{11(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})}{3+2} = \frac{11(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})}{5};$$

$$7) \frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + 2\sqrt{2} + 2 - 3)} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 2 - \sqrt{6}}{4};$$

$$8) \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}} = \frac{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})}{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} + (\sqrt[3]{3})^2)} = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{3-2} = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}.$$

$$113. 1) (\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{28} + \sqrt[3]{16}) = (\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{4}) \times ((\sqrt[3]{7})^2 + \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{4} + (\sqrt[3]{4})^2) = (\sqrt[3]{7})^3 - (\sqrt[3]{4})^3 = 7 - 4 = 3;$$

$$2) (\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{25})(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5}) = ((\sqrt[3]{2})^2 - \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} + (\sqrt[3]{5})^2) \times (\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5}) = (\sqrt[3]{2})^3 + (\sqrt[3]{2})^5 = 2 + 5 = 7.$$

$$114. 1) \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 4\sqrt{x} + 4\sqrt{y} - 4\sqrt{x} = 4\sqrt{y};$$

$$2) \frac{x-y}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} - \frac{x+y}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} = \frac{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} - \frac{(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} - \sqrt[3]{y^2} = 2\sqrt[3]{xy};$$

$$3) \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{y}}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{y}} + \sqrt[3]{y} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt{x} + \sqrt[3]{y})}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{y}} + \sqrt[3]{y} = 4\sqrt{x} - \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{y} = 4\sqrt{x};$$

$$4) \frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}} - 1 = \frac{(\sqrt{x})^3 - (\sqrt{y})^3}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} - 1 = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} - 1 = \frac{x + \sqrt{xy} + y}{\sqrt{xy}} - 1 = \frac{x + y + \sqrt{xy} - \sqrt{xy}}{\sqrt{xy}} = \frac{x + y}{\sqrt{xy}}.$$

$$115. 1) \left(\frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}} \right)^3 = \left(\frac{ab(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}} \right)^3 = \frac{a^3b^3}{b} = a^2b^2;$$

$$2) \frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{ab}} \cdot \frac{ab^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}) \cdot \sqrt[3]{ab}((\sqrt[3]{a})^2 - (\sqrt[3]{b})^2)}{\sqrt[3]{ab} \cdot (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})} = \frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2;$$

$$3) \frac{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}}{a - b} = \frac{(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} \times \frac{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}}{(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}})} = 1;$$

$$4) \frac{a^{\frac{4}{3}} - b^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \cdot \frac{a^{\frac{4}{3}} - \sqrt[3]{a^2 b^2} + b^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}})(a^{\frac{2}{3}})^2 - \sqrt[3]{a^2 b^2} + (b^{\frac{2}{3}})^2}{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}} =$$

$$= (a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}})((a^{\frac{2}{3}})^2 - \sqrt[3]{a^2 b^2} + (b^{\frac{2}{3}})^2) = a^2 + b^2.$$

$$116. 1) \left(\frac{4a^2 - 9a^{-2}}{2a - 3a^{-1}} + \frac{4a^2 - 4 + 3a^{-2}}{a - a^{-1}} \right)^2 = \left(\frac{(2a - 3a^{-1})(2a + 3a^{-1})}{2a - 3a^{-1}} + \frac{4a^2 - 4 + 3a^{-2}}{a - a^{-1}} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{(2a - 3a^{-1})(a - a^{-1})a^2 - 4 + 3a^{-2}}{a - a^{-1}} \right)^2 = \left(\frac{2a - 2 + 3 - 3a^{-2} + a^2 - 4 + 3a^{-2}}{a - a^{-1}} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{3a^2 - 3}{a - a^{-1}} \right)^2 = \left(\frac{3a(a - a^{-1})}{a - a^{-1}} \right)^2 = (3a)^2 = 9a^2;$$

$$2) \left(\frac{1}{(a+b)^{-2}} + \left(\frac{a-b}{a^3+b^3} \right)^{-1} \right) \cdot (ab)^{-1} = ((a+b)^2 - \frac{a^3+b^3}{a-b}) \cdot \frac{1}{ab} =$$

$$= (a+b)^2 - \frac{a^3 - ab^2 + ba^2 - b - a^3 + b^3}{(a-b) \cdot ab} = \frac{ab(a-b)}{ab(a-b)} = 1.$$

$$117. 1) \left(\frac{(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})^2 + (\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})^2}{a + \sqrt{ab}} \right)^5 \cdot \sqrt[3]{a^{10}} \sqrt{a} = \left(\frac{\sqrt{a} + 2\sqrt[4]{ab} + \sqrt{b} - 2\sqrt[4]{ab} + \sqrt{b}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \right)^5 \cdot \sqrt[6]{a^{21}}.$$

$$= \left(\frac{2}{\sqrt{a}} \right)^5 \cdot a^{\frac{21}{6}} = 32 \cdot a^{\frac{21}{6} - \frac{5}{2}} = 32 \cdot a^{\frac{21-15}{6}} = 32a;$$

$$2) \left(\frac{a - a^{-1}}{(\sqrt[3]{a^{-1}} + \sqrt[3]{a} + 1)(\sqrt[3]{a^{-1}} - \sqrt[3]{a} + 1)} + \sqrt[3]{a^{-1}} \right)^{-3} = \left(\frac{a - a^{-1}}{(\sqrt[3]{a^{-1}} + 1)^2 - a^{\frac{2}{3}}} + \sqrt[3]{a^{-1}} \right)^{-3} =$$

$$= \left(\frac{a - a^{-1} + a^{-1} + 2a^{-\frac{2}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{a^{-1}} - a^{\frac{2}{3}} + 1} + \sqrt[3]{a^{-1}} \right)^{-3} = (a^{\frac{1}{3}})^{-3} = a^{-1};$$

$$3) \left(\frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \sqrt{\frac{ab\sqrt{a} + b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}} \right) \cdot \frac{1}{a+b} = \left(\frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(a + \sqrt{ab} + b)}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \sqrt{\frac{ab(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}} \right) \cdot$$

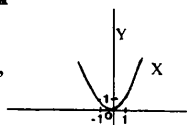
$$\frac{1}{a+b} = (a + \sqrt{ab} + b - \sqrt{ab}) \cdot \frac{1}{a+b} = 1.$$

$$118. \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1} =$$

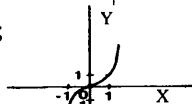
$$= \sqrt[3]{1 - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 6} = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)^3} + \sqrt[3]{(1 - \sqrt{2})^3} = \sqrt{2} + 1 + 1 - \sqrt{2} = 2$$

Глава II. Степенная функция

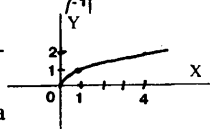
119. 1) $y = x^6$; область определения — \mathbb{R} ;
множество значений — неотрицательные числа,
т.е. $y \geq 0$.



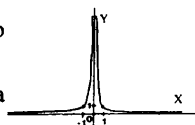
2) $y = x^5$; область определения — множество \mathbb{R} ;
множество значений — множество \mathbb{R} .



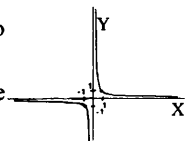
3) $y = x^{\frac{1}{2}}$; область определения — неотрицательные числа $x \geq 0$;
множество значений — неотрицательные числа $y \geq 0$.



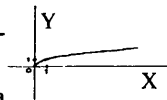
4) $y = x^{-2}$; область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x = 0$;
множество значений — положительные числа $y > 0$.



5) $y = x^{-3}$; область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x = 0$;
множество значений — множество \mathbb{R} , кроме $y = 0$.



6) $y = x^{\frac{1}{3}}$; область определения — неотрицательные числа $x \geq 0$;
множество значений — неотрицательные числа $y \geq 0$.



120. 1) Возрастающая. 3) Убывающая. 5) Убывающая.

2) Возрастающая. 4) Убывающая. 6) Убывающая.

121. 1) Функция убывает на $[-1; 0]$ и возрастает на $(0; 2]$, значит наименьшее значение при $x=0$ и наибольшее либо при $x=-1$, либо при $x=2$.

$$\min(y) = 0^4 = 0. \quad y(-1) = (-1)^4 = 1, \quad y(2) = (2)^4 = 16, \quad \max(y) = 16;$$

2) Функция возрастает на $[-2; 3]$, значит наименьшее значение при $x = -2$, наибольшее при $x = 3$.

$$\min(y) = -2^7 = -128; \quad \max(y) = 3^7 = 2187;$$

3) Функция убывает на $[-3; -1]$, значит наименьшее значение при $x = -1$, наибольшее при $x = -3$.

$$\min(y) = -1^{-1} = -1; \quad \max(y) = -3^{-1} = -\frac{1}{3};$$

4) Функция убывает на $[1; 4]$, значит наименьшее значение при $x=4$, наибольшее при $x=1$.

$$\max(y) = 1^{-2} = 1; \quad \min(y) = 4^{-2} = \frac{1}{16};$$

122. 1) $4,1^{12} > 4,1^0 = 1$ т.к. $4,1 > 1$ и $12 > 0$, значит $4,1^{12} > 1$

2) $0,2^3 < 0,2^0 = 1$ т.к. $0,2 < 1$ и $3 > 0$, значит $0,2^3 < 1$

3) $0,7^9 < 0,7^0 = 1$ т.к. $0,7 < 1$ и $9 > 0$, значит $0,7^9 < 1$

4) $(\sqrt{3})^{22} = 3^{\frac{22}{2}} = 3^{11} > 3^0 = 1$ т.к. $3 > 1$ и $11 > 0$, значит $(\sqrt{3})^{22} > 1$

5) $1,3^{-2} < 1,3^0 = 1$ т.к. $1,3 > 1$ и $-2 < 0$, значит $1,3^{-2} < 1$

6) $0,8^{-1} > 0,8^0 = 1$ т.к. $0,8 < 1$ и $-1 < 0$, значит $0,8^{-1} > 1$

123. 1) Область определения:

$(-\infty; +\infty)$, $x \in \mathbb{R}$.

Область значений:

$(-\infty; +\infty)$, $y \in \mathbb{R}$.

Функция неограниченная, убывающая на $(-\infty; +\infty)$, не принимает наибольшие или наименьшие значения (т.к. общий вид функции $y = -x^3$)

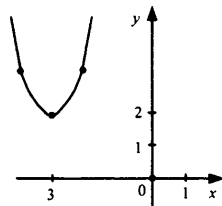
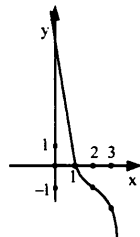
2) Область определения:

$(-\infty; +\infty)$, $x \in \mathbb{R}$.

Область значений:

$[2; +\infty)$, $y \in \mathbb{R}$ и $y \geq 2$.

Функция ограничена снизу, убывает на $(-\infty; -3]$ и возрастает на $[-3; +\infty)$, не принимает наибольшего значения, принимает наименьшее значения $y(-3) = 2$.



124. 1) $3,1^7 < 4,3^7$, т.к. $3,1 < 4,3$

2) $(\frac{10}{11})^3 < (\frac{12}{11})^3$, т.к. $\frac{10}{11} < \frac{12}{11}$

3) $0,3^8 > 0,2^8$, т.к. $0,3 > 0,2$

4) $2,5^2 < 2,6^2$, т.к. $2,5 < 2,6$

5) $\frac{7}{9} = \frac{70}{90}$; $\frac{8}{10} = \frac{72}{90}$; $(\frac{7}{9})^{-2} > (\frac{8}{10})^{-2}$, т.к. $\frac{7}{9} < \frac{8}{10}$ и $-2 < 0$;

6) $\frac{14}{15} = \frac{224}{240}$; $\frac{15}{16} = \frac{225}{240}$; $(\frac{14}{15})^{-6} > (\frac{15}{16})^{-6}$, т.к. $\frac{14}{15} < \frac{15}{16}$ и $-6 < 0$;

7) $4\sqrt{3} = \frac{12}{\sqrt{3}}$; $3\sqrt{4} = \frac{12}{\sqrt{4}}$; $(4\sqrt{3})^{-3} < (3\sqrt{4})^{-3}$, т.к. $4\sqrt{3} > 3\sqrt{4}$ и $-3 < 0$;

8) $2\sqrt[3]{6} = \frac{12}{\sqrt[3]{6^2}}$; $6\sqrt[3]{2} = \frac{12}{\sqrt[3]{2^2}}$; $(2\sqrt[3]{6})^{-5} > (6\sqrt[3]{2})^{-5}$, т.к. $2\sqrt[3]{6} < 6\sqrt[3]{2}$ и $-5 < 0$;

125. 1) $y = x^3$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — множество \mathbb{R} ;

$y = x^{\frac{1}{3}}$ — область определения — $x \geq 0$;

множество значений — $y \geq 0$;

2) $y = x^4$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — $y \geq 0$;

$y = x^{\frac{1}{4}}$ — область определения — $x \geq 0$;

множество значений — $y \geq 0$;

3) $y = x^2$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — $y \geq 0$;

$y = x^{-2}$ — область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x = 0$;

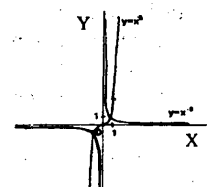
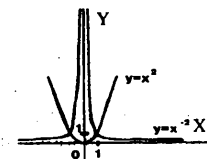
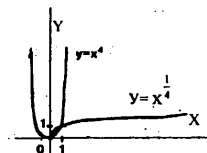
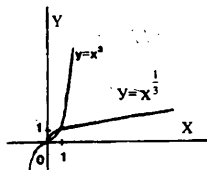
множество значений — $y \geq 0$;

4) $y = x^5$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — множество \mathbb{R} ;

$y = x^{-5}$ — область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x = 0$;

множество значений — множество \mathbb{R} , кроме $y = 0$.



126. 1) $x = x^8 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^7 = 1 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0. \end{cases}$$

Ответ: при $x \in (0; 1)$ $y = x$ выше, чем $y = x^8$; при $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ $y = x^8$ выше, чем $y = x$.

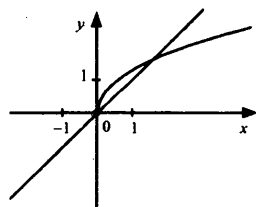
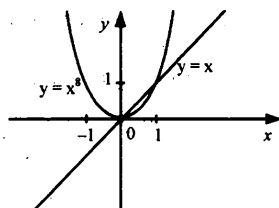
2) $x^{\frac{1}{3}} = x \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^{\frac{2}{3}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: при $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ y

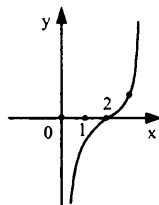
$= x$ выше, чем $y = x^{\frac{1}{3}}$; при $x \in (0; 1)$

$y = x^{\frac{1}{3}}$ выше, чем $y = x$.



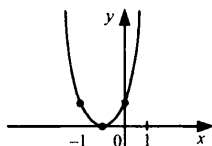
127. 1) $y = (x - 2)^7$.

7 — нечетное натуральное число
 \Rightarrow область определения — множество \mathbb{R} , область значений — множество \mathbb{R} , функция возрастающая и не ограниченная.



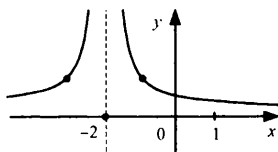
2) $y = (x + 1)^6$.

6 — четное натуральное число \Rightarrow область определения — множество \mathbb{R} , область значений — $y \geq 0$, функция убывает на $x \leq -1$, функция возрастает на $x \geq -1$.



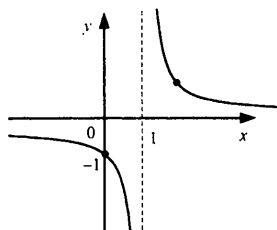
3) $y = (x + 2)^{-2}$.

-2 — четное отрицательное число
 \Rightarrow область определения — множество \mathbb{R} без -2, область значений — $y > 0$, функция возрастает на $x < -2$, функция убывает на $x > -2$.



4) $y = (x - 1)^{-3}$.

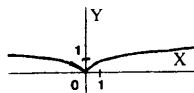
-3 — нечетное отрицательное число \Rightarrow область определения — множество \mathbb{R} без 1, область значений — множество \mathbb{R} без 0, функция убывает на $x < 1$ и $x > 1$.



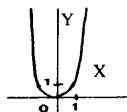
128. 1) Выше при $0 < x < 1$ и ниже при $x > 1$.

2) Выше при $x > 1$ и ниже при $0 < x < 1$.

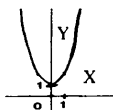
129. 1) $y = |x|^{\frac{1}{3}}$ область определения — множество \mathbb{R} ; множество значений — $y \geq 0$;



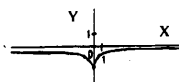
2) $y = |x|^5$ область определения — множество \mathbb{R} ; множество значений — $y \geq 0$;



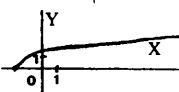
3) $y = |x|^3 + 1$ область определения — множество \mathbb{R} ; множество значений — $y \geq 1$;



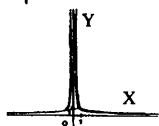
4) $y = |x|^{\frac{1}{5}} - 2$ область определения — множество \mathbb{R} ;
множество значений — $y \geq -2$;



5) $y = |x + 2|^{\frac{1}{5}}$ область определения — множество \mathbb{R} ;
множество значений — $y \geq -2$;



6) $y = |2x|^{-3}$ область определения — множество \mathbb{R} ,
кроме $x = 0$;
множество значений — $y > 0$.



130. 1) $y = \sqrt[5]{x}$ и $y = x^{\frac{3}{5}}$; область определения функции $y = x^{\frac{3}{5}}$ — $x \geq 0$;
 $\sqrt[5]{x} = x^{\frac{3}{5}}$; $x^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{3}{5}}$; $x = x^3$ — при $x = 0$, $x = 1$, или $x = -1$, но $x = -1$ — не входит в область определения, значит, точки пересечения графиков $(0; 0)$ и $(1; 1)$.

2) $y = \sqrt[7]{x}$ и $y = x^{\frac{5}{7}}$; область определения функции $x \geq 0$;

$\sqrt[7]{x} = x^{\frac{5}{7}}$; $x = x^5$ — при $x = 0$, $x = 1$, или $x = -1$, но $x = -1$ — не входит в область определения, значит, точки пересечения графиков $(0; 0)$ и $(1; 1)$.

131. 1) $y = 3x - 1$ — обратима, т.к. каждое свое значение функция принимает один раз.

2) $y = x^2 + 7$ — не обратима, т.к., например, значение 8 она принимает при $x = 1$ или $x = -1$.

3) $y = \frac{1}{x}$ — обратима, т.к. каждое свое значение функция принимает один раз.

4) $y = \sqrt{x}$ — обратима, т.к. каждое свое значение функция принимает один раз.

5) $y = x^4$ — не обратима, т.к., например, значение 1 она принимает при $x = 1$ или $x = -1$.

6) $y = x^4$, $x < 0$ — обратима, т.к. каждое свое значение функция принимает один раз.

132. 1) $y = 2x - 1$; $x = \frac{1}{2}(y + 1)$, значит, функция $x = \frac{1}{2}(y + 1)$ — обратная к данной.

2) $y = -5x + 4$; $x = \frac{1}{5}(4 - y)$, значит, функция $x = \frac{1}{5}(4 - y)$ — обратная к данной.

3) $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$; $x = 3y + 2$, значит, функция $y = 3x + 2$ — обратная к данной.

4) $y = \frac{3x - 1}{2}$; $x = \frac{1}{3}(2y + 1)$, значит, функция $y = \frac{1}{3}(2x + 1)$ — обратная к данной.

5) $y = x^3 + 1$; $x = \sqrt[3]{y-1}$, значит, функция $y = \sqrt[3]{x-1}$ — обратная к данной.

6) $y = x^3 - 3$; $x = \sqrt[3]{y+3}$, значит, функция $y = \sqrt[3]{x+3}$ — обратная к данной.

133. 1) $y = -2x + 1$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — множество \mathbb{R} ;

область определения обратной функции — множество \mathbb{R} ;

множество значений обратной функции — множество \mathbb{R} ;

2) $y = \frac{1}{4}x - 7$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — множество \mathbb{R} ;

область определения обратной функции — множество \mathbb{R} ;

множество значений обратной функции — множество \mathbb{R} ;

3) $y = x^3 - 1$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — множество \mathbb{R} ;

область определения обратной функции — множество \mathbb{R} ;

множество значений обратной функции — множество \mathbb{R} ;

4) $y = (x-1)^3$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — множество \mathbb{R} ;

область определения обратной функции — множество \mathbb{R} ;

множество значений обратной функции — множество \mathbb{R} ;

5) $y = \frac{2}{x}$ — область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x = 0$;

множество значений — множество \mathbb{R} , кроме $y = 0$;

область определения обратной функции — множество \mathbb{R} , кроме $x = 0$;

множество значений обратной функции — множество \mathbb{R} , кроме $y = 0$;

6) $y = \frac{3}{x-4}$ — область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x = 4$;

множество значений — множество \mathbb{R} , кроме $y = 0$;

область определения обратной функции — множество \mathbb{R} , кроме $x > 0$;

множество значений обратной функции — множество \mathbb{R} , кроме $y = 4$.

134. Т.к. график обратной функции симметричен графику данной функции относительно прямой $y=x$.

а) точка симметричная точке $(1, 1)$ относительно прямой $y = x$ — точка $(1, 1)$.

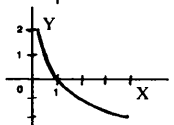
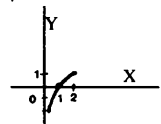
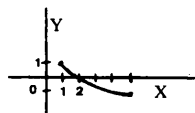
Точка симметричная точке $(0, 2)$ относительно прямой $y=x$ — точка $(2, 0)$.

б) точка симметричная точке $(0, 1)$ относительно прямой $y = x$ — точка $(1, 0)$.

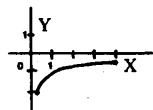
Точка симметричная точке $(1, 2)$ относительно прямой $y = x$ — точка $(2, 1)$.

в) точка симметричная точке $(-2, 4)$ относительно прямой $y = x$ — точка $(4, -2)$.

Точка симметричная точке $(0, 1)$ относительно прямой $y = x$ — точка $(1, 0)$.



г) точка симметричная точке $(-1, 1)$ относительно прямой $y = x$ — точка $(1, -1)$.



Точка симметричная точке $(-\frac{1}{2}, 4)$ относительно

прямой $y = x$ — точка $(4, -\frac{1}{2})$.

135. 1) $y = -x^3$; $x = \sqrt[3]{-y} = -\sqrt[3]{y}$, значит, функция $x = -\sqrt[3]{y}$ — обратная к функции $y = -x^3$, и данные функции взаимно обратимы.

2) $y = -x^5$; $x = \sqrt[5]{-y} = -\sqrt[5]{y}$, значит, функция $x = -\sqrt[5]{y}$ — обратная к функции $y = -x^5$, и данные функции не являются взаимно обратимыми.

3) $y = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$; $x = \frac{1}{\sqrt[3]{y}}$, значит, функция $x = \frac{1}{\sqrt[3]{y}}$ — обратная к функции $y = x^{-3}$, и данные функции взаимно обратимы.

4) $y = \sqrt{x^3}$; $y = \sqrt{x^3} = \sqrt[3]{x^5} = y^{\frac{3}{5}}$, значит, функция $y = x^{\frac{3}{5}}$ — обратная к функции $y = \sqrt{x^3}$, и данные функции взаимно обратимы.

136. 1) $y = -x \frac{1}{2}$; $\begin{cases} y \leq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$; $x = y^2$, значит, функция $y = x^2$ является обратной к данной при $x \leq 0$.

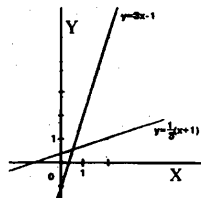
2) $y = -x^{\frac{3}{5}}$; $x = \sqrt[3]{-y^5} = -\sqrt[3]{y^5}$, значит, функция $x = -\sqrt[3]{y^5}$ является обратной к данной.

3) $y = x^{\frac{3}{2}}$; $\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$; $x = \sqrt[3]{y^2}$, значит, функция $x = \sqrt[3]{y^2}$ является обратной к данной при $x \geq 0$.

4) $y = -x^{\frac{1}{3}}$; $x = (-y)^3 = -y^3$, значит, функция $y = -x^{\frac{1}{3}}$ является обратной к данной.

137. 1) $y = 3x - 1$ — область определения — множество \mathbb{R} ; множество значений — множество \mathbb{R} ;

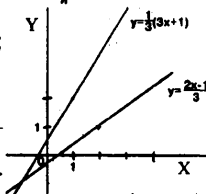
$x = \frac{1}{3}(y+1)$, значит, функция $y = \frac{1}{3}(x+1)$ — обратная к данной — область определения — множество \mathbb{R} , множество значений — множество \mathbb{R} .



2) $y = \frac{2x-1}{3}$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

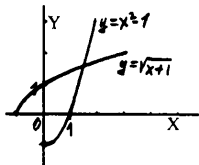
множество значений — множество \mathbb{R} ;

$x = \frac{1}{2}(3y+1)$, значит, функция $y = \frac{1}{2}(3x+1)$ — обратная к данной — область определения — множество \mathbb{R} , множество значений — множество \mathbb{R} .



3) $y = x^2 - 1$, при $x \geq 0$ — область определения — множество \mathbb{R} ; множество значений — $y \geq -1$;

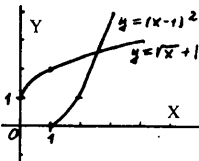
$x = \sqrt{y+1}$, значит, функция $y = \sqrt{x+1}$ — обратная к данной — область определения — $x \geq -1$, множество значений — $y \geq 0$.



4) $y = (x-1)^2$, при $x \geq 1$ — область определения — $x \geq -1$;

множество значений — $y \geq 0$;

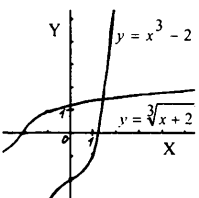
$x = \sqrt{y} + 1$, значит, функция $y = \sqrt{x} + 1$ — обратная к данной — область определения — $x \geq 0$, множество значений — $y \geq 1$.



5) $y = x^3 - 2$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — множество \mathbb{R} ;

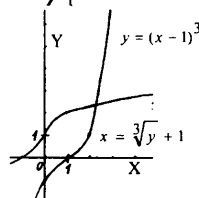
$x = \sqrt[3]{y+2}$, значит, функция $y = \sqrt[3]{x+2}$ — обратная к данной — область определения — множество \mathbb{R} , множество значений — множество \mathbb{R} .



6) $y = (x-1)^3$ — область определения — множество \mathbb{R} ;

множество значений — множество \mathbb{R} ;

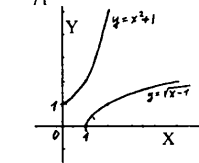
$x = \sqrt[3]{y} + 1$, значит, функция $y = \sqrt[3]{x} + 1$ — обратная к данной — область определения — множество \mathbb{R} , множество значений — множество \mathbb{R} .



7) $y = \sqrt{x-1}$ — область определения — $x \geq 1$;

множество значений — $y \geq 0$;

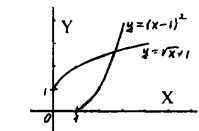
$x = y^2 + 1$, значит, функция $y = x^2 + 1$ — обратная к данной — область определения — $x \geq 0$, множество значений — $y \geq 1$.



8) $y = \sqrt{x} + 1$ — область определения — $x \geq 0$;

множество значений — $y \geq 1$;

$x = (y-1)^2$, значит, функция $y = (x-1)^2$ — обратная к данной — область определения — $x \geq 1$, множество значений — $y \geq 0$.



138. 1) $(x+7) \cdot 3 = 2x+14$; $3x+21 = 2x+14$; $x+7=0$; $x=-7$.

2) $x^2 + \frac{1}{x^2-4} = 4 + \frac{1}{x^2-4}$; $x^2 - 4 = 0$, но решения этого уравнения об-

ращают знаменатели дробей исходного уравнения в 0, значит решений нет.

$$3) \frac{x-2}{x^2-1} = \frac{1-2x}{x^2-1}, \text{ умножая обе части данного уравнения на } x^2-1 \text{ мы}$$

можем приобрести новые корни, значит, необходимо выполнить проверку.

$x-2=1-2x$; $3x=3$; $x=1$, но при $x=1$ знаменатель дробей в исходном уравнении обращается в 0, значит корней нет.

$$4) \frac{5x-15}{(x-3)(x+2)} = \frac{2}{x+2}; \quad \frac{5x-15}{(x-3)(x+2)} - \frac{2}{x+2} = 0; \quad 5x-15-2x+6=0;$$

$3x=9$; $x=3$, но при $x=3$ знаменатель дробей в исходном уравнении превращается в 0, значит корней нет.

139. 1) $3x-7=5x+5$ равносильно уравнению $2x+12=0$, т.к. каждое из них имеет единственный корень $x=-6$.

$$2) \frac{1}{5}(2x-1); \quad 2x-1=5; \quad 2x=6; \quad x=3;$$

$$\frac{3x-1}{8}=1; \quad 3x-1=8; \quad 3x=9; \quad x=3, \text{ значит, данные уравнения равно-}$$

сильны.

$$3) x^2-3x+2=0; \quad D=9-8=1; \quad x=\frac{3+1}{2}=2 \text{ или } x=1.$$

$$x^2+3x+2=0; \quad D=9-8=1; \quad x=\frac{-3+1}{2}=-1 \text{ или } x=-2, \text{ значит, дан-}$$

ные уравнения не равносильны.

$$4) (x-5)^2=3(x-5); \quad x^2-10x+25=3x-15; \quad x^2-13x+40=0;$$

$$D=169-160=9; \quad x=\frac{13+3}{2}=8 \text{ или } x=5.$$

$x-5=3$; $x=8$, значит, данные уравнения не равносильны.

$$5) x^2-1=0; \quad x^2=1; \quad x=1 \text{ или } x=-1;$$

$2^{x-1}=0$ — не имеет действительных корней, значит, данные уравнения не равносильны.

$$6) |x-2|=-3 \text{ — не имеет действительных корней,}$$

$3^x=(-1)^3$ — не имеет действительных корней, значит, данные уравнения равносильны.

$$\mathbf{140.} \text{ 1) } 2x-1 \geq 2; \quad 2x \geq 3; \quad x \geq 1,5.$$

$2(x-1) \geq 1$; $x-1 \geq 0,5$; $x \geq 1,5$, значит, данные неравенства равносильны.

2) $(x-1)(x+2) < 0$. Решая это неравенство методом интервалов получаем:

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -2 \quad 1 \end{array} \rightarrow -2 < x < 1$$

$$x^2+x < 2; \quad x^2+x-2 < 0; \quad \text{решим уравнение } x^2+x-2=0;$$

$$D=1+8=9; \quad x=\frac{-1+3}{2}=1 \text{ или } x=-2.$$

Ветви этой параболы направлены вверх, значит, $x^2 + x - 2 < 0$ при $-2 < x < 1$, значит, данные неравенства равносильны.

3) $(x-2)(x+1) < 3x+3$; $x^2 + x - 2x - 2 - 3x - 3 < 0$; $x^2 - 4x - 5 < 0$;
 решим уравнение $x^2 - 4x - 5 = 0$, $x = \frac{4+6}{2} = 5$ или $x = -1$, ветви этой

параболы направлены вверх, значит, $x^2 - 4x - 5 < 0$ при $-1 < x < 5$.

$x - 2 < 3$; $x < 5$, значит, данные неравенства не равносильны.

4) $x(x+3) \geq 2x$; $x^2 + 3x - 2x \geq 0$; $x(x+1) \geq 0$;

$x \geq 0$ и $x \leq -1$;

$x^2(x+3) \geq 2x^2$; $x^2(x+3-2) \geq 0$ $x^2(x+1) \geq 0$, т.к. $x^2 \geq 0$,

то $x+1 \geq 0$; $x \geq -1$, значит, данные неравенства не равносильны.

141. 1) $x - 3 = 0$; $x = 3$;

$x^2 - 5x + 6 = 0$, корни этого уравнения $x = 3$ и $x = 2$. Значит, второе уравнение является следствием первого.

2) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0, \\ x-1 \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} (x-2)(x-1) = 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases}$. Значит, это уравне-

ние имеет единственный корень $x = 2$, а уравнение $x^2 - 3x + 2 = 0$ имеет два корня $x = 1$ и $x = 2$, значит второе уравнение является следствием первого.

142. 1) $\frac{x}{x+1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{4x}{x^2-1}$; $\frac{x(x-1)+2x(x+1)}{x^2-1} = \frac{4x}{x^2-1}$;

$\frac{x^2 - x + 2x^2 + 2x - 4x}{x^2 - 1} = 0$; $\frac{3x^2 - 3x}{x^2 - 1} = 0$; $\frac{3x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0$; $\frac{3x}{x+1} = 0$; $x = 0$;

2) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{2}{x} = \frac{1}{x-2}$; $\frac{x-1-1}{x-2} - \frac{2}{x} = 0$; $\frac{x-2}{x-2} - \frac{2}{x} = 0$; $1 - \frac{2}{x} = 0$; $\frac{x-2}{x} = 0$;

$x = 2$;

3) $(x-3)(x-5) = 3(x-5)$; $(x-3)(x-5) - 3(x-5) = 0$;

$(x-3-3)(x-5) = 0$; $(x-6)(x-5) = 0$; $x = 6$ или $x = 5$;

4) $(x-2)(x^2+1) = 2(x^2+1)$; $(x-2)(x^2+1) - 2(x^2+1) = 0$;

$(x-2-2)(x^2+1) = 0$; $(x-4)(x^2+1) = 0$; $x = 4$, т.к. $x^2+1 = 0$ не имеет действительных корней.

143. 1) $\frac{x+3}{2+x^2} < 3$; $\frac{x+3-3(2+x^2)}{2+x^2} < 0$; $\frac{x+3-6-3x^2}{2+x^2} < 0$;

$\frac{-3x^2+x-3}{2+x^2} < 0$; $\frac{3x^2-x+3}{2+x^2} > 0$; т.к. $2+x^2 > 0$, найдем где $3x^2-x+3 > 0$

решим $3x^2-x+3 = 0$; $D = 1-36 = -35 < 0$, т.к. ветви этой параболы направлены вверх, то она не пересекает ось абсцисс, и $3x^2-x+3 > 0$ при $x \in \mathbb{R}$.

$$2) \frac{x-2}{5-x} > 1; \frac{x-2-5+x}{5-x} > 0; \frac{2x-7}{5-x} > 0;$$

$$\begin{cases} 2x-7 > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 2x-7 < 0 \\ 5-x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3,5 \\ x < 5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x < 3,5 \\ x > 5 \end{cases} \quad \text{Эта система не имеет решений.}$$

Значит $3,5 < x < 5$.

$$144. 1) |2x-1|=3; 2x-1=3 \text{ или } 2x-1=-3; x=2 \text{ или } x=-1;$$

$2x-1=3; x=2$, значит, эти уравнения не равносильны.

$$2) \frac{3x-2}{3} - \frac{4-x}{2} - \frac{3x-5}{6} = 2x-2;$$

$$\frac{6x-4-12+3x-3x+5-12x+12}{6} = 0;$$

$$\frac{1-6x}{6} = 0; x = \frac{1}{6}; 2x+3 = \frac{10}{3}; 2x = \frac{1}{3}; x = \frac{1}{6}.$$

Значит данные уравнения равносильны.

$$145. 1) 2x-1=4-1,5x;$$

$$3,5x = 5; x = 1\frac{3}{7};$$

$$3,5x-5=0; 3,5x=5; x = 1\frac{3}{7}, \text{ значит, данные уравнения равносильны.}$$

2) $x(x-1)=2x+5; x^2-x-2x-5=0; x^2-3x-5=0$. Поскольку в ходе этих преобразований мы данное уравнение не умножали и не делили на переменную, то мы не потеряли и не приобрели корней, значит, данные уравнения равносильны.

$$3) 2^{3x+1} = 2^{-3}; 3x+1=-3, \text{ значит, данные уравнения равносильны.}$$

$$4) \sqrt{x+2}=3; (\sqrt{x+2})^2=(3)^2; x+2=9; x=7, \text{ делаем проверку}$$

$$\sqrt{7+2}=\sqrt{9}=3, \text{ значит, данные уравнения равносильны.}$$

$$146. 1) |x|=\sqrt{5}; x=\sqrt{5} \text{ или } x=-\sqrt{5};$$

$\sqrt{x^2}=5; x^2=25; x=5 \text{ или } -\sqrt{5}$, все корни различны, значит, ни одно из данных уравнений не является следствием другого.

$$2) \frac{x-2}{x+3} = \frac{x-3}{x+2}; \begin{cases} (x-2)(x+2) = (x-3)(x+3) \\ x+3 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2-4 = x^2-9 \\ x+3 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$$

Эта система не имеет действительных решений.

$(x-2)(x+2) = (x-3)(x+3)$, это уравнение не имеет действительных решений, значит, каждое из данных уравнений является следствием другого.

$$147. \frac{1}{3x+1} - \frac{2}{3x-1} - \frac{5x}{9x^2-1} = \frac{3x^2}{1-9x^2};$$

$$\frac{3x-1-2(3x+1)-5x}{9x^2-1} - \frac{3x^2}{1-9x^2} = 0;$$

$$\frac{-2x-1-6x-2+3x^2}{9x^2-1} = 0; \quad \frac{3x^2-8x-3}{9x^2-1} = 0;$$

$$3x^2-8x-3=0; \quad x=3 \text{ или } x=-\frac{1}{3}, \text{ но при } x=-\frac{1}{3} \text{ знаменатель ис-}$$

ходной дроби обращается в 0, значит $x=3$.

$$148. 1) \frac{3}{x-1} - \frac{4x-1}{x+4} = \frac{x^2+5}{x^2-1} - 5;$$

$$\frac{3(x+1)-(4x-1)(x-1)-(x^2+5)+5(x^2-1)}{x^2-1} = 0;$$

$$\frac{3x+3-4x^2+4x+x-1-x^2-5+5x^2-5}{x^2-1} = 0;$$

$$\frac{8x-8}{x^2-1} = 0; \quad 8x=8; \quad x=1, \text{ но при } x=1 \text{ знаменатель обращается в 0,}$$

значит, действительных корней нет.

$$2) \frac{x+2}{x-2} - \frac{x(x-4)}{x^2-4} = \frac{x-2}{x+2} - \frac{4(3+x)}{4-x^2};$$

$$\frac{(x+2)^2 - x(x-4) - (x-2)^2 - 4(3+x)}{x^2-4} = 0;$$

$$\frac{x^2+4x+4-x^2+4x-x^2+4x-4-12-4x}{x^2-4} = 0; \quad \frac{-x^2+8x-12}{x^2-4} = 0; \quad \frac{x^2-8x+12}{x^2-4} = 0;$$

$x^2-8x+12=0$; $x=6$ или $x=2$, но при $x=2$ знаменатель обра-
щается в 0, значит $x=6$.

$$149. 1) x^3-3x^2+2x-6 > 2x^3-x^2+4x-2;$$

$$x^3-3x^2+2x-6-2x^3+x^2-4x+2 > 0; \quad -x^3-2x^2-2x-4 > 0;$$

$$x^3+2x^2+2x+4 < 0; \quad x^2(x+2)+2(x+2) < 0; \quad (x^2+2)(x+2) < 0.$$

Т.к. $x^2+2 > 0$ для любого действительного x , значит, $x+2 < 0$ $x < -2$.

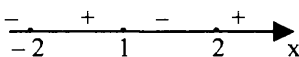
$$2) x^3-3x^2-4x+12 > -3x^3+x^2+12x-4;$$

$$x^3-3x^2-4x+12+3x^3-x^2-12x+4 > 0; \quad 4x^3-4x^2-16x+16 > 0;$$

$$2x^3-2x^2-8x+8 > 0; \quad x^3-x^2-4x+4 > 0;$$

$$x^2(x-1)-4(x-1) > 0;$$

$$(x^2-4)(x-1) > 0; \quad (x-2)(x+2)(x-1) > 0.$$



Решая это неравенство методом интервалов получаем: $-2 < x < 1$ и $x > 2$.

150. $f(x) \cdot \varphi(x) = g(x) \cdot \varphi(x)$ равносильно:

$$f(x) \cdot \varphi(x) = g(x) \cdot \varphi(x)$$

$$\Leftrightarrow f(x) \cdot \varphi(x) - g(x) \cdot \varphi(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \varphi(x) \cdot (f(x) - g(x)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \varphi(x) = 0 \\ f(x) - g(x) = 0 \end{cases}, \text{ т.к. по условию } \varphi(x) = 0 \text{ для всех } x \in X,$$

то это равносильно:

$$f(x) - g(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow f(x) = g(x), \text{ следовательно:}$$

$f(x) = g(x)$ и $f(x) \cdot \varphi(x) = g(x) \cdot \varphi(x)$ равносильны.

151. 1) $\sqrt{x} = 2$; $(\sqrt{x})^2 = 2^2$; $x = 4$; 2) $\sqrt{x} = 7$; $(\sqrt{x})^2 = 7^2$; $x = 49$;

3) $\sqrt[3]{x} = 2$; $(\sqrt[3]{x})^3 = 2^3$; $x = 8$; 4) $\sqrt[3]{x} = -3$; $(\sqrt[3]{x})^3 = -3^3$; $x = -27$;

5) $\sqrt[3]{1-3x} = 0$; $(\sqrt[3]{1-3x})^3 = 0^3$; $1-3x = 0$; $x = \frac{1}{3}$;

6) $\sqrt[4]{x} = 1$; $(\sqrt[4]{x})^4 = 1^4$; $x = 1$;

7) $\sqrt[4]{2-x} = 0$; $(\sqrt[4]{2-x})^4 = 0^4$; $2-x = 0$; $x = 2$.

152. 1) $\sqrt{x+1} = 3$; $(\sqrt{x+1})^2 = 3^2$; $x+1 = 9$; $x = 8$;

2) $\sqrt{x-2} = 5$; $(\sqrt{x-2})^2 = 5^2$; $x-2 = 25$; $x = 27$;

3) $\sqrt{4+x} = \sqrt{2x-1}$; $(\sqrt{4+x})^2 = (\sqrt{2x-1})^2$; $4+x = 2x-1$; $x = 5$.

153. 1) $\sqrt[3]{2x+3} = 1$; $(\sqrt[3]{2x+3})^3 = 1^3$; $2x+3 = 1$; $x = -1$;

2) $\sqrt[3]{1-x} = 2$; $(\sqrt[3]{1-x})^3 = 2^3$; $1-x = 8$; $x = -7$;

3) $\sqrt[3]{3x^2-3} = \sqrt[3]{8x}$; $(\sqrt[3]{3x^2-3})^3 = (\sqrt[3]{8x})^3$; $3x^2-3 = 8x$;

$$3x^2 - 3 - 8x = 0; \quad x_1 = 3; \quad x_2 = -\frac{1}{3}.$$

154. 1) $x+1 = \sqrt{1-x}$; $(x+1)^2 = (\sqrt{1-x})^2$; $x^2 + 2x + 1 = 1 - x$;

$$x^2 + 3x = 0; \quad x(x+3) = 0; \quad x_1 = 0, \quad x_2 = -3;$$

Проверка показывает, что $x_2 = -3$ — посторонний корень, значит, $x=0$.

2) $x = 1 + \sqrt{x+11}$; $(x-1)^2 = (\sqrt{x+11})^2$; $x^2 - 2x + 1 = x + 11$;

$$x^2 - 3x - 10 = 0; \quad x_1 = 5, \quad x_2 = -2;$$

Проверка показывает, что $x_2 = -2$ — посторонний корень, значит, $x=5$.

3) $\sqrt{x+3} = \sqrt{5-x}$; $(\sqrt{x+3})^2 = (\sqrt{5-x})^2$; $x+3 = 5-x$; $2x = 2$; $x = 1$;

4) $\sqrt{x^2-x-3} = 3$; $(\sqrt{x^2-x-3})^2 = 3^2$; $x^2-x-3 = 9$; $x^2-x-12 = 0$; $x_1 = 4$; $x_2 = -3$;

$$155. 1) \sqrt{x} - x = -12; \sqrt{x} = x - 12; (\sqrt{x})^2 = (x - 12)^2; x = x^2 - 24x + 144;$$

$$x^2 - 25x + 144 = 0; x_1 = 16, x_2 = 9.$$

Проверка показывает, что $x_2 = 9$ — посторонний корень, значит, $x = 16$.

$$2) x + \sqrt{x} = 2(x - 1); \sqrt{x} = 2x - 2 - x; \sqrt{x} = x - 2; (\sqrt{x})^2 = (x - 2)^2;$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0; x_1 = 4, x_2 = 1.$$

Проверка показывает, что $x_2 = 1$ — посторонний корень, значит, $x = 4$.

$$3) \sqrt{x-1} = x - 3; x - 1 = x^2 - 6x + 9; x^2 - 7x + 10 = 0; x_1 = 5, x_2 = 2;$$

Проверка показывает, что $x_2 = 2$ — посторонний корень, значит, $x = 5$.

$$4) \sqrt{6+x-x^2} = (1-x); (\sqrt{6+x-x^2})^2 = (1-x)^2;$$

$$6+x-x^2 = x^2 - 2x + 1; 2x^2 - 3x - 5 = 0; x_1 = 2,5, x_2 = -1.$$

Проверка показывает, что $x_1 = 2,5$ — посторонний корень, значит, $x = -1$.

$$156. 1) \sqrt{2x-34} = 1 + \sqrt{x}; (\sqrt{2x-34})^2 = (1 + \sqrt{x})^2; 2x - 34 = 1 + 2\sqrt{x} + x;$$

$$x - 35 = 2\sqrt{x}; (x - 35)^2 = (2\sqrt{x})^2; x^2 - 70x + 1225 = 4x;$$

$$x^2 - 74x + 1225 = 0; x = 49, x_2 = 25.$$

Проверка показывает, что $x_2 = 25$ — посторонний корень, значит, $x = 49$.

$$2) \sqrt{5x} + \sqrt{14-x} = 8; (\sqrt{5x} + \sqrt{14-x})^2 = 8^2;$$

$$5x + 2\sqrt{5x(14-x)} + 14 - x = 64; \sqrt{70x - 5x^2} = 25 - 2x;$$

$$(\sqrt{70x - 5x^2})^2 = (25 - 2x)^2; 70x - 5x^2 = 625 - 100x + 4x^2;$$

$$9x^2 - 170x + 625 = 0; x_1 = 5, x_2 = 3\frac{8}{9}.$$

Проверка показывает, что $x_2 = 3\frac{8}{9}$ — посторонний корень, значит, $x = 5$.

$$3) \sqrt{15+x} + \sqrt{3+x} = 6; (\sqrt{15+x} + \sqrt{3+x})^2 = 6^2;$$

$$15+x + 2\sqrt{(15+x)(3+x)} + 3+x = 36; (\sqrt{45+18x+x^2})^2 = (9-x)^2;$$

$$45+18x+x^2 = 81-18x+x^2; x = 1.$$

$$4) \sqrt{3-2x} - \sqrt{1-x} = 1; (\sqrt{3-2x} - \sqrt{1-x})^2 = 1^2;$$

$$3-2x - 2\sqrt{(3-2x)(1-x)} + 1-x = 1; (2\sqrt{3-5x+2x^2})^2 = (3x-3)^2;$$

$$12-20x+8x^2 = 9x^2 - 18x + 9; x^2 + 2x - 3 = 0; x_1 = 1, x_2 = -3.$$

$$157. 1) \sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^3+x^2} = 0; \sqrt{x^2+1} = -\sqrt{x^3+x^2};$$

$$(\sqrt{x^2+1})^2 = (-\sqrt{x^3+x^2})^2; x^2+1 = x^3+x^2; x^3 = 1; x = 1.$$

Проверка показывает, что $x = 1$ — посторонний корень, значит, данное уравнение не имеет действительных корней.

$$2) \sqrt[3]{1+x^4} = \sqrt[3]{1+x^2}; (\sqrt[3]{1+x^4})^3 = (\sqrt[3]{1+x^2})^3; 1+x^4 = 1+x^2; \\ x^2(x^2-1) = 0; x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1.$$

$$158. 1) \sqrt{5-x} - \sqrt{5+x} = 2; (\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x})^2 = 2^2;$$

$$5-x-2\sqrt{25-x^2}+5+x=4; (3)^2 = (\sqrt{25-x^2})^2; 9 = 25-x^2; \\ x^2 = 16; x_1 = 4, x_2 = -4.$$

Проверка показывает, что $x_1 = 4$ — посторонний корень, значит, $x = -4$.

$$2) \sqrt{12+x} - \sqrt{1-x} = 1; (\sqrt{12+x} - \sqrt{1-x})^2 = 1^2;$$

$$12+x-2\sqrt{12-11x-x^2}+1-x=1; 6 = \sqrt{12-11x-x^2}; \\ x^2+11x+24=0; x_1 = -3, x_2 = -8.$$

Проверка показывает, что $x = -8$ — посторонний корень, значит, $x = -3$.

$$3) \sqrt{x-2} + \sqrt{x+6} = 0; (\sqrt{x-2})^2 = (-\sqrt{x+6})^2; x-2 = x+6;$$

$-2 \neq 6$ — неверное равенство, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$4) \sqrt{x+7} + \sqrt{x-2} = 9; (\sqrt{x+7} + \sqrt{x-2})^2 = 9^2;$$

$$x+7+2\sqrt{x^2+5x-14}+x-2=81; (\sqrt{x^2+5x-14})^2 = (38-x)^2; \\ x^2+5x-14=1444-76x+x^2; 81x=1458; x=18.$$

$$159. 1) \sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4}; (\sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x})^2 = (\sqrt{x+4})^2;$$

$$1-2x-2\sqrt{13-25x-2x^2}+13+x=x+4; (\sqrt{13-25x-2x^2})^2 = (5-x)^2; \\ 13-25x-2x^2=25-10x+x^2;$$

$$3x^2+15x+12=0; x^2+5x+4=0; x_1 = -1, x_2 = -4.$$

Проверка показывает, что $x = -1$ — посторонний корень, значит, $x = -4$.

$$2) \sqrt{7x+1} - \sqrt{6-x} = \sqrt{15+2x}; (\sqrt{7x+1} - \sqrt{6-x})^2 = (\sqrt{15+2x})^2;$$

$$7x+1-2\sqrt{41x-7x^2+6}+6-x=15+2x;$$

$$(2x-4)^2 = (\sqrt{41x-7x^2+6})^2; 4x^2-16x+16=41x-7x^2+6;$$

$$11x^2-57x+10=0; x_1 = 5, x_2 = \frac{2}{11}.$$

Проверка показывает, что $x_2 = \frac{2}{11}$ — посторонний корень, значит, $x = 5$.

$$160. 1) \sqrt[3]{x-2} = 2; (\sqrt[3]{x-2})^3 = 2^3; x-2=8; x=10.$$

$$2) \sqrt[3]{2x+7} = \sqrt[3]{3(x+7)}; (\sqrt[3]{2x+7})^3 = (\sqrt[3]{3(x+7)})^3; 2x+7=3x-3; x=10.$$

$$3) \sqrt[4]{25x^2-144} = x; (\sqrt[4]{25x^2-144})^4 = x^4; 25x^2-144=x^4;$$

$$x^4-25x^2+144=0; x_1^2=16, x_2^2=9; x_1=4, x_2=-4, x_3=3, x_4=-3.$$

Проверка показывает, что $x_2 = -4$, $x_4 = -3$ — посторонние корни, значит, $x = 4$ или $x = 3$.

$$4) x^2 = \sqrt{19x^2 - 34}; \quad (x^2)^2 = (\sqrt{19x^2 - 34})^2; \quad x^4 = 19x^2 - 34;$$

$$x^4 - 19x^2 + 34 = 0; \quad x_{1,2}^2 = 2, \quad x_{3,4}^2 = 17; \quad x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = -\sqrt{2},$$

$$x_3 = -\sqrt{17}, \quad x_4 = \sqrt{17}.$$

161.

$$1) \sqrt[3]{x^3 - 2} = x - 2; \quad (\sqrt[3]{x^3 - 2})^3 = (x - 2)^3; \quad x^3 - 2 = x^3 - 8 - 6x^2 + 12x;$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0; \quad x = 1$$

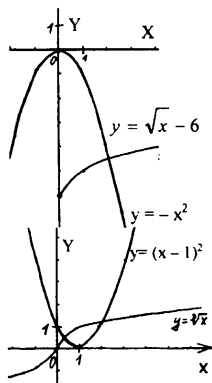
$$2) \sqrt[3]{x^3 - 5x^2 + 16 - 5} = x - 2; \quad (\sqrt[3]{x^3 - 5x^2 + 16 - 5})^3 = (x - 2)^3;$$

$$x^3 - 5x^2 + 16 - 5 = x^3 - 8 - 6x^2 + 12x; \quad x^2 + 4x + 3 = 0; \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -3.$$

162. 1) Построим на одном рисунке графики

функций $y = \sqrt{x} - 6$ и $y = -x^2$.

Графики пересекаются в одной точке $x \approx 2,1$.

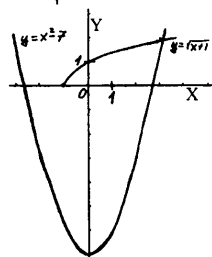


2) Построим на одном рисунке графики

функций $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = (x - 1)^2$.

Графики пересекаются в двух точках

$x_1 \approx 0,5$ и $x_2 \approx 2,1$.



3) $\sqrt{x + 1} = x^2 - 7$. Построим на одном рисунке графики функций $y = \sqrt{x + 1}$ и $y = x^2 - 7$.

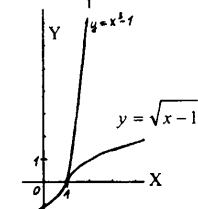
Графики пересекаются в одной точке $x = 3$,

точность проверяется равенством $\sqrt{3 + 1} = 2 = 3^2 - 7 = 9 - 7$.

4) $x^3 - 1 = \sqrt{x - 1}$. Построим на одном рисунке графики функций $y = x^3 - 1$ и $y = \sqrt{x - 1}$.

Графики пересекаются в одной точке $x = 1$, точность проверяется равенством

$$1^3 - 1 = 1 - 1 = 0 = \sqrt{1 - 1}.$$



$$163. 1) \sqrt{4x + 2\sqrt{3x^2 + 4}} = x + 2; \quad (\sqrt{4x + 2\sqrt{3x^2 + 4}})^2 = (x + 2)^2;$$

$$4x + 2\sqrt{3x^2 + 4} = x^2 + 4x + 4; (2\sqrt{3x^2 + 4})^2 = (x^2 + 4)^2;$$

$$12x^2 + 16 = x^4 + 8x^2 + 16; x^2(x^2 - 4) = 0; x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2.$$

$$2) 3 - x = \sqrt{9 - \sqrt{36x^2 - 5x^4}}; (3 - x)^2 = (\sqrt{9 - \sqrt{36x^2 - 5x^4}})^2;$$

$$9 - 6x + x^2 = 9 - \sqrt{36x^2 - 5x^4}; (\sqrt{36x^2 - 5x^4})^2 = (6x - x^2)^2;$$

$$36x^2 - 5x^4 = 36x^2 - 12x^3 + x^4; 12x^3 - 6x^4 = 0; x^3(2 - x) = 0; x_1 = 0, x_2 = 2.$$

$$3) \sqrt{x^2 + 3x + 12} - \sqrt{x^2 + 3x} = 2; (\sqrt{x^2 + 3x + 12})^2 = (2 + \sqrt{x^2 + 3x})^2;$$

$$x^2 + 3x + 12 = 4 + 4\sqrt{x^2 + 3x} + x^2 + 3x; (2)^2 = (\sqrt{x^2 + 3x})^2; x^2 + 3x - 4 = 0;$$

$$x_1 = 1, x_2 = -4.$$

$$4) \sqrt{x^2 + 5x + 10} - \sqrt{x^2 + 5x + 3} = 1; (\sqrt{x^2 + 5x + 10})^2 = (1 + \sqrt{x^2 + 5x + 3})^2;$$

$$x^2 + 5x + 10 = 1 + 2\sqrt{x^2 + 5x + 3} + x^2 + 5x + 3; (3)^2 = (\sqrt{x^2 + 5x + 3})^2;$$

$$9 = x^2 + 5x + 3; x^2 + 5x - 6 = 0; x_1 = 1, x_2 = -6.$$

$$164. 1) (\sqrt{x + \sqrt{6x - 9}} + \sqrt{x - \sqrt{6x - 9}})^2 = (\sqrt{6})^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + \sqrt{6x - 9} + 2\sqrt{(x + \sqrt{6x - 9})(x - \sqrt{6x - 9})} + x - \sqrt{6x - 9} = 6$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - (\sqrt{6x - 9})^2} = 6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 3 \\ 6x - 9 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{(x - 3)^2} = 3 \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + x - 3 = 3 \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

Подставим $x = 3$ в начальное уравнение:

$$\sqrt{3 + \sqrt{18 - 9}} + \sqrt{3 - \sqrt{18 - 9}} = \sqrt{3 + 3} + \sqrt{3 - 3} = \sqrt{6}.$$

Ответ: $x = 3$

$$2) (\sqrt{x + \sqrt{x + 11}} + \sqrt{x - \sqrt{x + 11}})^2 = 4^2$$

$$\Leftrightarrow x + \sqrt{x + 11} + 2\sqrt{(x + \sqrt{x + 11})(x - \sqrt{x + 11})} + x - \sqrt{x + 11} = 16$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - (\sqrt{x + 11})^2} = 8$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - x - 11} = 8 \\ x + 11 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - x - 11} = 8 - x \\ x \geq -11 \\ 8 - x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 11 = 64 - 16x + x^2 \\ x \geq -11 \\ 8 \geq x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x = 75 \\ -11 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

$$x = 5$$

Подставим $x = 5$ в начальное уравнение:

$$\sqrt{5 + \sqrt{5 + 11}} + \sqrt{5 - \sqrt{5 + 11}} = \sqrt{5 + 4} + \sqrt{5 - 4} = 3 + 1 = 4. \text{ Ответ: } x = 5$$

165. 1) $\begin{cases} 3 - x \leq 2 \\ 2x + 1 \leq 4 \end{cases}; \begin{cases} 1 \leq x \\ x \leq 1,5 \end{cases}$, значит, $1 \leq x \leq 1,5$.

2) $\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x > 2 \end{cases}$; решение первого неравенства $x \geq 1$ и $x \leq -1$, значит, $x > 2$.

3) $\begin{cases} 9 - x^2 \leq 0 \\ x + 5 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 \geq 9 \\ x < -5 \end{cases}$; решение первого неравенства $x \geq 3$ и $x \leq -3$,

значит, $x < -5$.

166. 1) $\sqrt{x} > 2$; $(\sqrt{x})^2 > (2)^2$; $x > 4$;

2) $\sqrt{x} < 3$; $\begin{cases} (\sqrt{x})^2 < (3)^2 \\ x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 9 \\ x \geq 0 \end{cases}$; $0 \leq x < 9$;

3) $\sqrt[3]{x} \geq 1$; $(\sqrt[3]{x})^3 \geq 1^3$; $x \geq 1$;

4) $\sqrt[3]{2x} < 3$; $(\sqrt[3]{2x})^3 < (3)^3$; $2x < 27$; $x < 13,5$;

5) $\sqrt{3x} > 1$; $\begin{cases} (\sqrt{3x})^2 > (1)^2 \\ 3x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 3x > 1 \\ 3x \geq 0 \end{cases}$; $x > \frac{1}{3}$;

6) $\sqrt{2x} \leq 2$; $\begin{cases} (\sqrt{2x})^2 \leq (2)^2 \\ 2x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 2x \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$; $0 \leq x \leq 2$.

167. 1) $\sqrt{x-2} > 3$; $\begin{cases} (\sqrt{x-2})^2 > (3)^2 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x-2 > 9 \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} x-2 > 11 \\ x \geq 2 \end{cases}$; $x > 11$;

2) $\sqrt{x-2} < 1$; $\begin{cases} (\sqrt{x-2})^2 < (1)^2 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x-2 < 1 \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} x < 3 \\ x \geq 2 \end{cases}$; $2 \leq x < 3$;

3) $\sqrt{3-x} < 5$; $\begin{cases} (\sqrt{3-x})^2 < 5^2 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 3-x < 25 \\ x \leq 3 \end{cases}; \begin{cases} x > -22 \\ x \leq 3 \end{cases}$; $-22 < x \leq 3$;

4) $\sqrt{4-x} > 3$; $\begin{cases} (\sqrt{4-x})^2 > 3^2 \\ 4-x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 4-x > 9 \\ x \leq 4 \end{cases}; \begin{cases} x < -5 \\ x \leq 4 \end{cases}$; $-22 < x \leq 3$;

5) $\sqrt{2x-3} > 4$; $\begin{cases} (\sqrt{2x-3})^2 > 4^2 \\ 2x-3 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 2x-3 > 16 \\ 2x \geq 3 \end{cases}; \begin{cases} x > 9,5 \\ x \geq 1,5 \end{cases}$; $x > 9,5$;

6) $\sqrt{x+1} > \frac{2}{3}$; $\begin{cases} (\sqrt{x+1})^2 > (\frac{2}{3})^2 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x+1 > \frac{4}{9} \\ x \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x \geq -\frac{5}{9} \\ x \geq -1 \end{cases}$; $x \geq -\frac{5}{9}$;

7) $\sqrt{3x-5} < 5$; $\begin{cases} (\sqrt{3x-5})^2 < 5^2 \\ 3x-5 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 3x-5 < 25 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases}; \begin{cases} x < 10 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$; $\frac{2}{3} \leq x < 10$;

$$8) \sqrt{4x+5} \leq \frac{1}{2}; \begin{cases} (\sqrt{4x+5})^2 \leq (\frac{1}{2})^2 \\ 4x+5 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 4x+5 \leq \frac{1}{4} \\ x \geq \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} x \leq 1,1875 \\ x \geq -1,25 \end{cases};$$

$$-1,25 \leq x < -1,1875.$$

$$168. 1) \sqrt{x^2-1} > 1; \begin{cases} (\sqrt{x^2-1})^2 > 1^2 \\ x^2-1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2-1 > 1^2 \\ x^2 \geq 1 \end{cases}; \begin{cases} x^2 > 2 \\ x^2 \geq 1 \end{cases}$$

равносильно $x^2 > 2$, значит, $x < -\sqrt{2}$ и $x > \sqrt{2}$.

$$2) \sqrt{1-x^2} < 1; \begin{cases} (\sqrt{1-x^2})^2 < 1^2 \\ 1-x^2 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 1-x^2 < 1^2 \\ x^2 \leq 1 \end{cases}; \begin{cases} x^2 > 0 \\ x^2 \leq 1 \end{cases}; \begin{cases} x^2 \neq 0 \\ x^2 \leq 1 \end{cases};$$

решение второго неравенства $-1 \leq x \leq 1$, значит, $-1 \leq x < 0$ и $0 < x \leq 1$.

$$3) \sqrt{25-x^2} > 4; \begin{cases} (\sqrt{25-x^2})^2 > 4^2 \\ 25-x^2 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 25-x^2 > 16 \\ 25-x^2 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 < 9 \\ x^2 \leq 25 \end{cases};$$

равносильно $x^2 < 9$, значит, $-3 < x < 3$.

$$4) \sqrt{25-x^2} < 4; \begin{cases} (\sqrt{25-x^2})^2 < 4^2 \\ 25-x^2 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 25-x^2 < 16 \\ x^2 \leq 25 \end{cases}; \begin{cases} x^2 < 9 \\ x^2 \leq 25 \end{cases};$$

значит, $-5 \leq x < -3$ и $3 < x \leq 5$.

$$169. 1) \sqrt{2x^2+3x-2} > 0, \text{ равносильно } 2x^2+3x-2 > 0, \text{ значит, } x < -2 \text{ и } x > \frac{1}{2}.$$

$$2) \sqrt{2+x-x^2} > -1, \text{ равносильно } 2+x-x^2 \geq 0, \text{ значит, } -1 \leq x \leq 2.$$

$$3) \sqrt{6x-x^2} < \sqrt{5}; \begin{cases} (\sqrt{6x-x^2})^2 < (\sqrt{5})^2 \\ 6x-x^2 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 6x-x^2 < 5 \\ x(6-x) \geq 0 \end{cases};$$

решения первого неравенства $x < 1$ и $x > 5$;

решения второго неравенства $0 \leq x \leq 6$, значит, $0 \leq x < 1$ и $5 < x \leq 6$.

$$4) \sqrt{x^2-x} > \sqrt{2}; \begin{cases} (\sqrt{x^2-x})^2 > (\sqrt{2})^2 \\ x^2-x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2-x > 2 \\ x(x-1) \geq 0 \end{cases};$$

решения первого неравенства $x < -1$ и $x > 2$;

решения второго неравенства $x \leq 0$ и $x \geq 1$, значит, $x < -1$ и $x > 2$.

5) $\sqrt{x^2+2x} > -3-x^2$; найдем x , при которых $x^2+2x \geq 0$, это $x \leq -2$ и $x \geq 0$. При этих x существует левая часть неравенства, а правая часть отрицательна для любого действительного x , значит, $x \leq -2$ и $x \geq 0$.

6) $\sqrt{4x-x^2} > -2-3x^2$; найдем x , при которых $4x-x^2 \geq 0$, это $0 \leq x \leq 4$. При этих x существует левая часть неравенства, а правая часть отрицательна для любого действительного x , значит, $0 \leq x \leq 4$.

170.

$$1) \sqrt{x+2} > \sqrt{4-x}; \begin{cases} (\sqrt{x+2})^2 > (\sqrt{4-x})^2 \\ x+2 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x \geq -2; 1 < x \leq 4; \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$$2) \sqrt{3+2x} \geq \sqrt{x+1}; \begin{cases} (\sqrt{3+2x})^2 \geq (\sqrt{x+1})^2 \\ 3+2x \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 1,5; x \geq -1; \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$$3) \sqrt{2x-5} < \sqrt{5x+4}; \begin{cases} (\sqrt{2x-5})^2 < (\sqrt{5x+4})^2 \\ 2x-5 \geq 0 \\ 5x+4 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x > -3 \\ x \geq 2,5; x \geq 2,5; \\ x \geq -0,8 \end{cases}$$

4) $\sqrt{3x-2} > x-2$; при $x \geq \frac{2}{3}$ существует левая часть, правая часть

меньше 0 при $x < 2$, значит $\frac{2}{3} \leq x < 2$ входит в ответ;

$$\begin{cases} (\sqrt{3x-2})^2 > (x-2)^2; \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} 3x-2 > x^2-4x+4; \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} x^2-7x+6 < 0, \\ x \geq 2 \end{cases},$$

значит, $2 \leq x < 6$, объединяем ответ и имеем $\frac{2}{3} \leq x < 6$;

5) $\sqrt{5x+11} > x+3$; при $x \geq -2,2$ существует левая часть неравенства, при $x \geq -2,2$ правая часть больше 0, значит,

$$\begin{cases} (\sqrt{5x+11})^2 > (x+3)^2; \\ x \geq -2,2 \end{cases}; \begin{cases} 5x+11 > x^2+6x+9; \\ x \geq -2,2 \end{cases}; \begin{cases} x^2+x-2 < 0, \\ x \geq -2,2 \end{cases},$$

значит, $-2 \leq x < 1$;

$$6) \sqrt{3-x} > \sqrt{3x-5}; \begin{cases} (\sqrt{3-x})^2 > (\sqrt{3x-5})^2 \\ 3-x \geq 0 \\ 3x-5 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 3; 2 < x \leq 3. \\ x \geq \frac{5}{3} \end{cases}$$

171. 1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} < \sqrt{x-1}$, при $x \geq 1$ существуют обе часть этого неравенства, и обе не отрицательны, значит,

$$\begin{cases} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})^2 < (\sqrt{x-1})^2; \\ x \geq 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x+1-2\sqrt{x^2+x}+x < x-1; \\ x \geq 1 \end{cases}; \begin{cases} x+2 < 2\sqrt{x^2+x}; \\ x \geq 1 \end{cases}; \begin{cases} (x+2)^2 < (2\sqrt{x^2+x})^2; \\ x \geq 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2+4x+4 < 4x^2+4x; \\ x \geq 1 \end{cases}; \begin{cases} 3x^2 > 4; \\ x \geq 1 \end{cases}; x > \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$2) \sqrt{x+3} < \sqrt{7-x} + \sqrt{10-x}; \begin{cases} (\sqrt{x+3})^2 < (\sqrt{7-x} + \sqrt{10-x})^2 \\ x+3 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ 10-x \geq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x+3 < 7-x+2\sqrt{70-17x+x^2}+10-x \\ x \geq -3 \\ x \leq 7 \end{cases}; \begin{cases} 3x-4 < 2\sqrt{70-17x+x^2} \\ x \geq -3 \\ x \leq 7 \end{cases},$$

при $-3 \leq x < 4\frac{2}{3}$ левая часть неравенства меньше 0, значит, неравенство

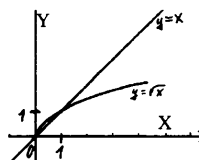
выполнено,

$$\begin{cases} (3x-4)^2 < (2\sqrt{70-17x+x^2})^2 \\ x \geq 4\frac{2}{3} \\ x \leq 7; \end{cases} \begin{cases} 9x^2 - 84x + 196 < 280 - 68x + 4x^2 \\ x \geq 4\frac{2}{3} \\ x \leq 7 \end{cases}$$

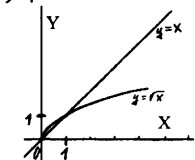
$$\begin{cases} 5x^2 - 16x - 84 < 0 \\ x \geq 4\frac{2}{3} \\ x \leq 7, \end{cases} \text{ значит, } 4\frac{2}{3} \leq x < 6,$$

объединяя ответ, получаем $-3 \leq x < 6$.

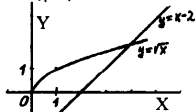
172. 1) На одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x$, из рисунка видно, что графики пересекаются в двух точках, и график функции $y = x$ лежит ниже графика $y = \sqrt{x}$ при $0 \leq x \leq 1$.



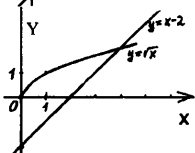
2) На одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x$, из рисунка видно, что графики пересекаются в двух точках, и график функции $y = \sqrt{x}$ лежит ниже графика $y = \sqrt{x}$ при $x > 1$.



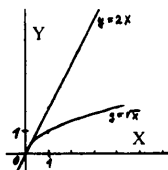
3) На одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 2$, из рисунка видно, что графики пересекаются в одной точке, и график функции $y = x - 2$ лежит ниже графика функции \sqrt{x} при $0 \leq x < 4$.



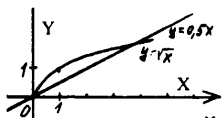
4) На одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 2$, из рисунка видно, что графики пересекаются в одной точке, и график функции $y = \sqrt{x}$ лежит ниже графика функции $y = x - 2$ при $x \geq 4$.



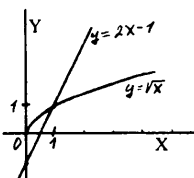
173. 1) $\sqrt{x} \leq 2x$. На одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 2x$, из рисунка видно, что графики пересекаются в одной точке, график функции $y = \sqrt{x}$ лежит ниже графика функции $y = 2x$ при $x \geq 0$.



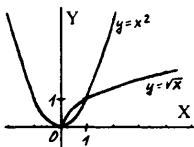
2) $\sqrt{x} \leq 0,5x$. На одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $\sqrt{x} \leq 0,5x$, из рисунка видно, что графики пересекаются в двух точках, и график функции $y = \sqrt{x}$ лежит выше графика функции $\sqrt{x} \leq 0,5x$; при $0 < x < 4$.



3) $\sqrt{x} \leq 2x - 1$. На одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 2x - 1$, из рисунка видно, что графики пересекаются в одной точке, и график функции $y = \sqrt{x}$ лежит выше графика функции $y = 2x - 1$; при $0 \leq x \leq 1$.



4) $\sqrt{x} \leq x^2$. На одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$, из рисунка видно, что графики пересекаются в двух точках, и график функции $y = \sqrt{x}$ лежит выше графика функции $y = x^2$ при $0 \leq x \leq 1$.



$$174. 1) x^2 - 3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{Если: } x + 3 < 0, \text{ т.е. } x < -3, \text{ то } \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 1 \Rightarrow x < -3 \\ x < -3 \end{cases}$$

Если: $x + 3 \geq 0$, т.е. $x \geq -3$, то

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 1 \\ x^2 - 3x + 2 > x^2 + 6x + 9 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 1 \\ 9x < -7 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 1 \\ x < -\frac{7}{9} \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -3 \leq x < -\frac{7}{9}$$

$$\text{Ответ: } x < -\frac{7}{9}.$$

$$2) 2x^2 - 7x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow (2x+1)(x-4) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Если: } -x - \frac{1}{4} < 0, \text{ т.е. } x > -\frac{1}{4}, \text{ то } \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -\frac{1}{2} \\ x > -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow x \geq 4$$

$$\text{Если: } -x - \frac{1}{4} > 0, \text{ т.е. } x < -\frac{1}{4}, \text{ то}$$

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -\frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$2x^2 - 7x - 4 > x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -\frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$32x^2 - 112x - 64 > 16x^2 + 8x + 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -\frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$16x^2 - 120x - 65 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -\frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{4} \\ (x - \frac{15 + \sqrt{290}}{4})(x - \frac{15 - \sqrt{290}}{4}) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -\frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{4} \\ x > \frac{15 + \sqrt{290}}{4} \\ x < \frac{15 - \sqrt{290}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x < \frac{15 - \sqrt{290}}{4}$$

$$\text{Ответ: } x < \frac{15 - \sqrt{290}}{4}, x \geq 4.$$

175. 1) $y = x^9$, область определения — множество R ;

множество значений — множество R ;

2) $y = 7x^4$, область определения — множество R ;

множество значений — неотрицательные числа $y \geq 0$;

3) $y = x^{\frac{1}{2}}$, область определения — множество $x \geq 0$;

множество значений — $y \geq 0$;

4) $y = x^{\frac{1}{3}}$, область определения — множество $x \geq 0$;

множество значений — $y \geq 0$;

5) $y = x^{-2}$, область определения — множество R , кроме $x = 0$;

множество значений — $y > 0$;

6) $y = x^{-3}$, область определения — множество R , кроме $x = 0$;

множество значений — множество R , кроме $y = 0$.

176. при $x = 0$; $x^2 = x^{\frac{1}{2}} = 0$;

при $x = 0,5$; $x^2 = 0,25 < \sqrt{0,5} = x^{\frac{1}{2}}$;

при $x = 1$; $x^2 = x^{\frac{1}{2}} = 1$;

при $x = \frac{3}{2}$; $x^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} > \sqrt{1,5} = x^{\frac{1}{2}}$;

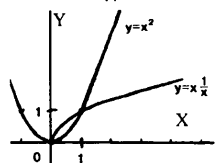
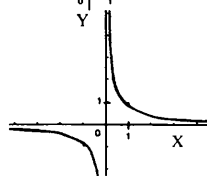
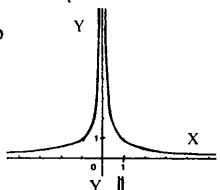
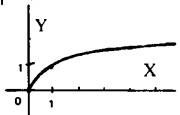
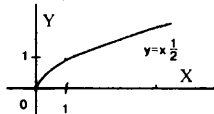
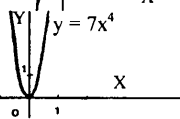
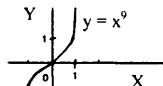
при $x = 3$; $x^2 = 9 > \sqrt{3} = x^{\frac{1}{2}}$;

при $x = 5$; $x^2 = 25 > \sqrt{5} = x^{\frac{1}{2}}$.

177. 1) Т.к. $0,3 < 1$, а $\pi > 3,1415 > \frac{2}{3} > 0,5$,

то $0,3^\pi < 0,3^{3,1415} < 0,3^{\frac{2}{3}} < 0,3^{0,5}$.

2) Т.к. $\pi > 1,9 > \sqrt{2} > \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\pi > 0$, $\pi^\pi > 1,9^\pi > \sqrt{2}^\pi > \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^\pi$.



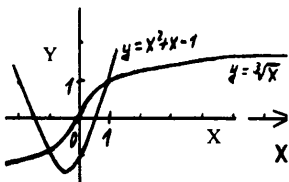
при $x = 2$; $x^2 = 4 > \sqrt{2} = x^{\frac{1}{2}}$;

при $x = 4$; $x^2 = 16 > 2 = x^{\frac{1}{2}}$;

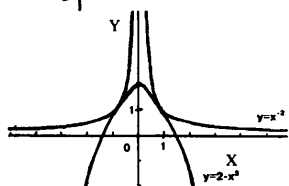
3) Т.к. $5 > 1$, а $\frac{1}{3} > -0,7 > -2 > -2,1$, то $5^{\frac{1}{3}} > 5^{-0,7} > 5^{-2} > 5^{-2,1}$.

4) Т.к. $-\frac{2}{3} < 0$, а $\pi > \sqrt{2} > 1,3 > 0,5$, то $\pi^{\frac{2}{3}} < \sqrt{2}^{\frac{2}{3}} < 1,3^{\frac{2}{3}} < 0,5^{\frac{2}{3}}$.

178. 1) $\sqrt[3]{x} = x^2 + x - 1$; на одном рисунке построим графики функций $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x^2 + x - 1$ из рисунка видно, что графики пересекаются в точках $(1, 1)$ и $(-1, -1)$, значит, $x=1$ и $x=-1$ — решения данного уравнения.



2) $x^{-2} = 2 - x^2$; на одном рисунке построим графики функций $y = x^{-2}$ и $y = 2 - x^2$ из рисунка видно, что графики пересекаются в точках $(-1, -1)$ и $(1, 1)$, значит, $x = -1$ и $x = 1$ — решения данного уравнения.



179. 1) $y = \sqrt[3]{1-x}$; область определения — множество \mathbb{R} .

2) $y = (2-x^2)^{\frac{3}{2}}$; $2-x^2 \geq 0$, значит, область определения — $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$.

3) $y = (3x^2 + 1)^{-2}$; область определения — множество \mathbb{R} .

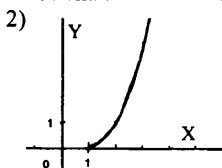
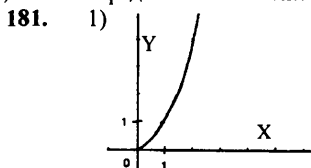
4) $y = \sqrt{x^2 - x - 2}$; область определения: $x^2 - x - 2 \geq 0$, значит, $x \leq -1$ и $x \geq 2$.

180. 1) $y=0,6x+3$; $x=2y-6$, значит, функция $y=2x-6$ — обратная к данной, ее обл. определения — множество \mathbb{R} , множество значений — множество \mathbb{R} .

2) $y = \frac{2}{x-3}$; $x = \frac{2}{y} + 3$, значит, функция $y = \frac{2}{x} + 3$ — обратная к данной, ее область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x=0$, множество значений — множество \mathbb{R} , кроме $y=3$.

3) $y = (x+2)^2$; $x = \sqrt[3]{y} - 2$, значит, функция $y = \sqrt[3]{x} - 2$ — обратная к данной, ее область определения — множество \mathbb{R} , множество значений — множество \mathbb{R} .

4) $y = x^3 - 1$; $x = \sqrt[3]{y+1}$, значит, функция $y = \sqrt[3]{x+1}$ — обратная к данной, ее обл. определения — множество \mathbb{R} , мн-во значений — множество \mathbb{R} .



182. 1) $2^{x^2+3x} = 2^2$, значит, $x^2+3x=2$. Значит, уравнения равносильны.

2) $\sqrt{x^2+3x} = \sqrt{2}$; $x^2+3x-2=0$; $x = \frac{-3+\sqrt{17}}{2}$ и $x = \frac{-3-\sqrt{17}}{2}$, зна-

чит, данные уравнения равносильны.

3) $(\sqrt[3]{x+18})^3 = (\sqrt[3]{2-x})^3$; $x+18 = 2-x$; $x = -8$, значит, данные уравнения равносильны.

183. 1) $\sqrt{3-x} = 2$; $(\sqrt{3-x})^2 = 2^2$; $3-x = 4$; $x = -1$.

2) $\sqrt{3x+1} = 8$; $3x+1 = 8^2$; $3x+1 = 64$; $x = 21$.

3) $\sqrt{3-4x} = 2x$; $3-4x = 4x^2$; $4x^2 + 4x - 3 = 0$;

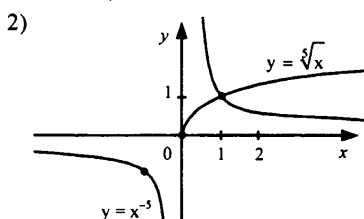
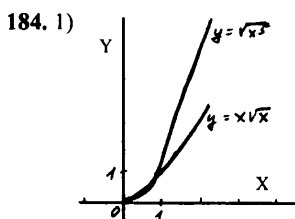
$x_1 = \frac{-4+8}{8} = 0,5$ и $x_2 = \frac{-4-8}{8} = -1,5$, проверка показывает, что $x = -1,5$ —

посторонний корень, значит, $x = 0,5$.

4) $\sqrt{5x-1+3x^2} = 3x$; $5x-1+3x^2 = 9x^2$; $6x^2 - 5x + 1 = 0$; $x_1 = \frac{5+1}{12} = 0,5$ и $x_2 = \frac{5-1}{12} = \frac{1}{3}$.

5) $\sqrt[3]{x^2 - 17} = 2$; $x^2 - 17 = 8$; $x^2 = 25$; $x_{1,2} = \pm 5$.

6) $\sqrt[4]{x^2 + 17} = 3$; $x^2 + 17 = 81$; $x^2 = 64$; $x_{1,2} = \pm 8$.



185.

1) $y = \frac{10-3x}{x-4}$; $\begin{cases} xy - 4y = 10 - 3x \\ x \neq 4 \\ y \neq -3; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{10+4y}{y+3} \\ x \neq 4 \\ y \neq -3, \end{cases}$ т.е. функции взаимнообратные.

2) $y = \frac{3x-6}{3x-1}$; $\begin{cases} 3xy - y = 3x - 6 \\ x \neq \frac{1}{3} \\ y \neq 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{y-6}{3y-3} \\ x \neq \frac{1}{3} \\ y \neq 1 \end{cases}$, т.е. функции взаимнообратные.

3) $y = 5(1-x)^{-1}$; $\begin{cases} 1-x = \frac{5}{y} \\ x \neq 1 \\ y \neq 0 \end{cases} ; \begin{cases} x = (y-5)y^{-1} \\ x \neq 1 \\ y \neq 0 \end{cases}$, т.е. функции не взаимнообратные.

4) $y = \frac{2-x}{2+x}$; $\begin{cases} 2y + yx = 2 - x \\ x \neq -2 \\ y \neq -1 \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{2(1-2y)}{y+1} \\ x \neq -2 \\ y \neq -1 \end{cases}$, т.е. функции не взаимнообратные.

186. 1) $y=2+\sqrt{x+2}$; $y-2=\sqrt{x+2}$; $x=y^2-4y+2$, значит, $y=x^2-4y+2$ — функция обратной к данной, ее обл. определения — $x \geq 2$, мн-во значений — $y \geq 2$.

2) $y=2-\sqrt{x+4}$; $\sqrt{x+4}=2-y$; $x=y^2-4y$, значит, $y=x^2-4$ — функция обратной к данной, ее обл. определения — $x \leq 2$, мн-во значений — $y \geq -4$.

3) $y=\sqrt{3-x}-1$; $y+1=\sqrt{3-x}$; $x=2-y^2-2y$, значит, $y=2-x^2-2x$ — функция обратной к данной, ее обл. определения — $x \geq -1$, мн-во значений — $y \leq 3$.

4) $y=\sqrt{1-x}+3$; $y-3=\sqrt{1-x}$; $x=6y-y^2-8$; значит, $y=6x-x^2-8$ — функция обратной к данной, ее обл. определения — $x \geq 3$, мн-во значений — $y \leq 1$.

187. 1) $\sqrt{x-4}=\sqrt{x-3}-\sqrt{2x-1}$; $x-4=x-3-2\sqrt{2x^2-7x+3}+2x=1$;
 $\sqrt{2x^2-7x+3}=x$; $2x^2-7x+3=x^2$; $x^2-7x+3=0$; $x_1=\frac{7+\sqrt{37}}{2}$ и $x_2=\frac{7-\sqrt{37}}{2}$, про-
 верка показывает, что $x_2=\frac{7-\sqrt{37}}{2}$ — посторонний корень, значит, $x=\frac{7+\sqrt{37}}{2}$.

2) $2\sqrt{x+3}-\sqrt{2x+7}=\sqrt{x}$; $4x+12=2\sqrt{2x^2+7x+2x+7}$; $x+5=2\sqrt{2x^2+7x}$;
 $x^2+25+10x=8x^2+28x$; $7x^2+18x-25=0$; $x_1=1$ и $x_2=-3\frac{4}{7}$, про-
 верка показывает, что $x=-3\frac{4}{7}$ — посторонний корень, значит, $x=1$.

3) $\sqrt{x-3}=\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+4}$; $x-3=2x+1+x+4-2\sqrt{2x^2+9x+4}$;
 $x+4=\sqrt{2x^2+9x+4}$; $x^2+8x+16=2x^2+9x+4$; $x^2+x-12=0$; $x_1=3$
 и $x_2=-4$, проверка показывает, что $x_2=-4$ — посторонний корень, значит, $x=3$.

4) $\sqrt{9-2x}=2\sqrt{4-x}-\sqrt{1-x}$; $9-2x=16-4x+1-x-4\sqrt{x^2-5x+4}$;
 $4\sqrt{x^2-5x+4}=8-3x$; $16x^2-80x+64=64-48x+9x^2$; $7x^2-32x=0$; $x_1=0$ и
 $x_2=4\frac{4}{7}$, проверка показывает, что $x_2=4\frac{4}{7}$ — посторонний корень, значит, $x=0$.

188. 1) $\sqrt{x+4}-3\sqrt[4]{x+4}=0$; $\sqrt{x+4}-3\sqrt[4]{x+4}+4=2-\sqrt[4]{x+4}$;
 $(2-\sqrt[4]{x+4})^2=2-\sqrt[4]{x+4}$; $2-\sqrt[4]{x+4}=0$ или $1-\sqrt[4]{x+4}=0$;
 $x+4=16$ или $x+4=1$; $x_1=12$ или $x_2=-3$.

2) $\sqrt{x-3}=3\sqrt[4]{x-3}+4$; $\sqrt{x-3}-4\sqrt[4]{x-3}+4=8-4\sqrt[4]{x-3}$;
 $(2-\sqrt[4]{x-3})^2-(2-\sqrt[4]{x-3})-6=0$; пусть $2-\sqrt[4]{x-3}=a$, значит,
 $a^2-a-6=0$, $a=3$ или $a=-2$, значит, $\sqrt[4]{x-3}=4$ или $\sqrt[4]{x-3}=-1$;
 $\sqrt[4]{x-3}=4$ или $\sqrt[4]{x-3}=-1$; $x-3=256$, $x=259$. Нет действительных корней.

3) $\sqrt[6]{1-x}-5\sqrt[3]{1-x}=-6$; $\sqrt[6]{1-x}=a$; $5a^2-a-6=0$, $a=1,2$ и $a=-1$ —
 посторонний корень; $\sqrt[6]{1-x}=1,2$; $1-x=2,985984$; $x=-1,985984$.

4) $x^2+3x+\sqrt{x^2+3x}=2$; $\sqrt{x^2+3x}=2$; $a^2+a-2=0$, $a=1$ и $a=-2$ — посторонний корень;

$$\sqrt{x^2 + 3x} = 1; \quad x^2 + 3x - 1 = 0; \quad x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}.$$

$$5) \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x} - \sqrt{3+x}} = 2; \quad \begin{cases} \sqrt{3-x} + \sqrt{3+x} = 2\sqrt{3-x} - 2\sqrt{3+x}; \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\sqrt{3+x} = \sqrt{3-x}; \\ x \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 27 + 9x = 3 - x; \\ x \neq 0 \end{cases}; \quad x = -2, 4.$$

$$6) \sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} + \sqrt{11+x-6\sqrt{x+2}} = 1;$$

$$\sqrt{(\sqrt{x+2}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x+2}-3)^2} = 1; \quad |\sqrt{x+2}-2| + |\sqrt{x+2}-3| = 1;$$

$$\sqrt{x+2}-2 \geq 0 \text{ или } \sqrt{x+2}-3 > 0; \quad x \geq 2 \quad x > 7;$$

$$\sqrt{x+2}-2 < 0 \quad \sqrt{x+2}-3 \leq 0; \quad -2 \leq x < 2 \quad -2 \leq x \leq 7.$$

Если $-2 \leq x < 2$, тогда, $\sqrt{x+2}-2+3-\sqrt{x+2}=1$; $\sqrt{x+2}=2$; $x=2$.

Если $-2 \leq x \leq 7$, тогда, $\sqrt{x+2}-2+\sqrt{x+2}-3=1$; $\sqrt{x+2}=3$; $x=7$.

$$189. 1) \sqrt{x+1} < x-1; \quad \begin{cases} x-1 > 0 \\ x+1 > 0 \\ x+1 < x^2-2x+1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 1 \\ x(x-3) > 0 \end{cases}; \quad x > 3.$$

$$2) \sqrt{1-x} < x+1; \quad \begin{cases} 1-x > 0 \\ 1-x > x^2+2x+1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x < 1 \\ x(x+3) < 0 \end{cases}; \quad -3 < x < 0.$$

Но при $x \leq -3$, $x+1 < 0$, значит, это множество удовлетворяет неравенству и $x < 0$.

$$3) \sqrt{3x-2} < x-2; \quad \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 3x-2 > x^2-4x+4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ (x-1)(x-6) < 0 \end{cases}; \quad 1 < x < 6. \text{ Но при } \frac{2}{3} < x \leq 1,$$

$x-2 < 0$, значит, это множество тоже удовлетворяет неравенству и $\frac{2}{3} < x < 6$.

$$4) \sqrt{2x+1} \leq x+1; \quad \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 2x+1 \leq x^2+2x+1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq 1 \\ x^2 \geq 0 \end{cases}; \quad x \geq -\frac{1}{2}.$$

$$190. 1) \frac{x^2-13x+40}{\sqrt{19x-x^2-78}} \leq 0 \quad \begin{cases} x^2-13x+40 \leq 0 \\ 19x-x^2-78 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-8)(x-5) \leq 0 \\ (x-13)(x-6) > 0 \end{cases} \quad 6 < x \leq 8.$$

$$2) \frac{\sqrt{x^2+7x-4}}{x+4} < \frac{1}{2}; \quad \begin{cases} x+4 > 0 \\ x^2+7x-4 \geq 0 \\ 2\sqrt{x^2+7x-4} < x+4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 4 \\ 2(x+4)(x-0,5) \geq 0 \\ 8x^2+28x-16 < 8x^2+28x+16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 7x^2+20x-32 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ (x+4)(x-\frac{1}{7}) < 0 \end{cases} \quad 0,5 \leq x < \frac{1}{7}. \text{ Но, если } x < -4, \text{ левая часть}$$

неравенства меньше 0 и неравенство выполняется, значит, $x < -4$ и $0,5 \leq x < \frac{1}{7}$.

$$3) \sqrt{3+x} > |x-3|; \begin{cases} 3+x > 0 \\ 3+x > x^2 - 6x + 9 \end{cases}; \begin{cases} x > -3 \\ x^2 - 7x + 6 < 0 \end{cases}; 1 < x < 6.$$

$$4) \sqrt{3+x} > \sqrt{7+x} + \sqrt{10+x}; \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 7+x \geq 0 \\ 10+x \geq 0 \\ 3-x < 7+x+10+x+2\sqrt{x^2+17x+70} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq 7 \\ -14-3x < 2\sqrt{x^2+17x+70} \end{cases}; \begin{cases} -7 \leq x \leq 3 \\ 14+3x \leq 0 \\ 196+84x+9x^2 < 4x^2+68x+280 \end{cases};$$

$$\begin{cases} -7 \leq x \leq 3 \\ x \leq -\frac{2}{3} \\ 5x^2+16x-84 < 0 \end{cases} \begin{cases} -7 \leq x \leq 3 \\ x < -\frac{2}{3} \\ -6 < x < 2,8 \end{cases} \quad -6 < x \leq -\frac{2}{3}.$$

Но при $-4\frac{2}{3} < x \leq 3$, $-14-3x < 0$, а значит, это множество удовлетворяет

данному уравнению, значит, $-6 < x \leq 3$.

191. 1) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-6} < a$, при $a \leq 0$ действительных решений нет, значит, $a > 0$.

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-6 \geq 0 \\ x-2+x-6+2\sqrt{x^2-8x+12} < a^2 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 6 \\ \sqrt{x^2-8x+12} < 4 + \frac{a^2}{2} - x; \\ x^2-8x+12 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 6 \\ x^2-8x+12 < 16 + \frac{a^4}{4} + 4a^2 + (8+a^2)x + x^2; \end{cases} \begin{cases} x \geq 6 \\ a^2x < \frac{16+a^4+16a^2}{4}, \\ x^2-8x+12 \geq 0 \end{cases}, \text{ зна-}$$

чит, если $a \leq 2$, то действительных решений нет, если $a > 2$, то

$$6 \leq x < \frac{a^4+16a^2+16}{4a^2}.$$

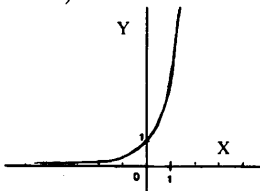
$$2) 2x + \sqrt{a^2-x^2} > 0; \begin{cases} a^2-x^2 \geq 0 \\ \sqrt{a^2-x^2} > -2x \end{cases}; \begin{cases} x^2 \leq a^2 \\ a^2-x^2 > 4x^2; \\ -2x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 \leq a^2 \\ x \leq 0 \\ x^2 < \frac{a^2}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -|a| \leq x \leq |a| \\ x \leq 0 \\ -\frac{|a|}{5} < x < \frac{|a|}{5} \end{cases} \text{ если } a = 0, \text{ то нет решений, если } a \neq 0, \text{ то } -\frac{|a|}{5} < x \leq 0.$$

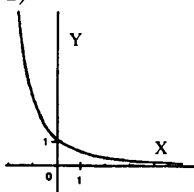
Но неравенство верно и при $0 \leq x \leq |a|$, значит, $-\frac{|a|}{5} < x \leq |a|$.

Глава III. Показательная функция

192. 1)



2)



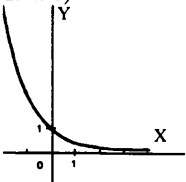
193. 1) $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} \approx 1,73$;

2) $3^{\frac{2}{3}} \approx 2$;

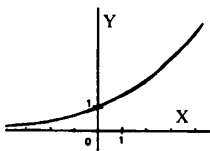
3) $\frac{1}{3} = 3^{-1} \approx 0,33$;

4) $3^{-1,5} \approx 0,19$.

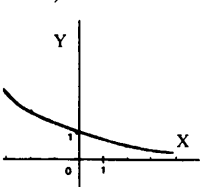
194. 1)



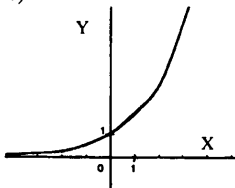
2)



3)



4)



195. 1) $1,7^3 > 1 = (1,7)^0$, т.к. $1,7^3 > 1$; $3 > 0$;

2) $0,3^2 < 1 = (0,3)^0$, т.к. $0,3^2 < 1$; $2 > 0$;

3) $3,2^{1,5} < 3,2^{1,6}$, т.к. $3,2 > 1$; $1,6 > 1,5$;

4) $0,2^{-3} < 0,2^{-2}$, т.к. $0,2 < 1$; $-3 < -2$;

5) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{1,4}$, т.к. $\frac{1}{5} < 1$; $\sqrt{2} > 1,4$;

6) $3^\pi < 3^{3,14}$, т.к. $3 > 1$; $\pi > 3,14$.

196. 1) $(0,1)^{\sqrt{2}} < 1 = (0,1)^0$, т.к. $0,1 < 1$; $\sqrt{2} > 0$;

2) $(3,5)^{0,1} > 1 = (3,5)^0$, т.к. $3,5 > 1$; $0,1 > 0$;

3) $\pi^{-2,7} < 1 = \pi^0$, т.к. $\pi > 1$; $-2,7 < 0$;

4) $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{-1,2} > 1 = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^0$, т.к. $\frac{\sqrt{5}}{5} < 1$; $-1,2 < 0$.

197. 1) $y = 2^x$ и $y = 8$; $2^x = 8$; $2^x = 2^3$; $x = 3$, значит, точка пересечения графиков $(3; 8)$.

2) $y = 3^x$ и $y = \frac{1}{3}$; $3^x = \frac{1}{3}$; $3^x = 3^{-1}$; $x = -1$, значит, точка пересечения графиков $(-1; \frac{1}{3})$.

3) $y = (\frac{1}{4})^x$ и $y = \frac{1}{16}$; $(\frac{1}{4})^x = \frac{1}{16}$; $(\frac{1}{4})^x = (\frac{1}{4})^2$; $x = 2$, значит, точка пересечения графиков $(2; \frac{1}{16})$.

4) $y = (\frac{1}{3})^x$ и $y = 9$; $(\frac{1}{3})^x = 9$; $(\frac{1}{3})^x = (\frac{1}{3})^{-2}$; $x = -2$, значит, точка пересечения графиков $(-2; 9)$.

198. 1) $5^x = \frac{1}{5}$; $5^x = 5^{-1}$; $x = -1$;

2) $7^x = 49$; $7^x = 7^2$; $x = 2$;

3) $(\frac{1}{3})^x = \sqrt{3}$; $(\frac{1}{3})^x = 3^{\frac{1}{2}}$; $(\frac{1}{3})^x = (\frac{1}{3})^{-\frac{1}{2}}$; $x = -\frac{1}{2}$;

4) $(\frac{1}{7})^x = \sqrt[3]{7}$; $(\frac{1}{7})^x = 7^{\frac{1}{3}}$; $(\frac{1}{7})^x = (\frac{1}{7})^{-\frac{1}{3}}$; $x = -\frac{1}{3}$.

199. 1) $y = (0,3)^{-x} = (\frac{3}{10})^{-x} = (\frac{10}{3})^x = (\frac{1}{3})^x$; $\frac{1}{3} > 1$, значит, данная функция является возрастающей.

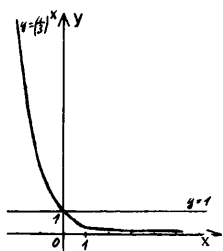
2) $y = (\frac{1}{7})^{-x} = 7^x$; $7 > 1$, значит, данная функция является возрастающей.

3) $y = 1,3^{-2x} = (\frac{1}{1,3})^{2x} = (\frac{1}{1,69})^x$; $\frac{1}{1,69} < 1$, значит, данная функция является убывающей.

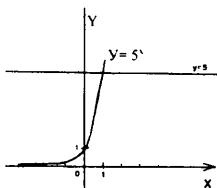
4) $y = (0,7)^{-3x} = (\frac{1}{0,7})^{3x} = (\frac{1}{0,343})^x$; $\frac{1}{0,343} > 1$, значит, данная функция является возрастающей.

200. 1) $(\frac{1}{3})^x > 1 = (\frac{1}{3})^0$, из графика видно, что $(\frac{1}{3})^x > 1$, при $x < 0$.

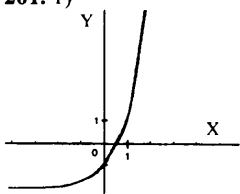
2) $(\frac{1}{2})^x < 1$, из графика видно, что $(\frac{1}{2})^x < 1$, при $x > 0$.



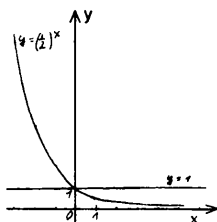
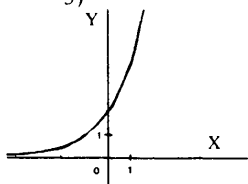
3) $5^x > 5$, из графика видно, что $5^x > 5$, при $x > 1$.



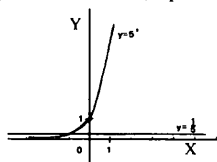
201. 1)



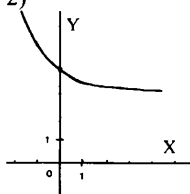
3)



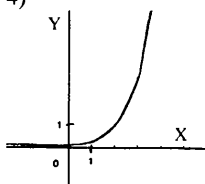
4) $5^x < \frac{1}{5} = 5^{-1}$, из графика видно, что $5^x < 5^{-1}$, при $x < -1$.



2)



4)



202. $y = 2^x$ и $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$, если точка $(x_0; y_0)$ принадлежит графику

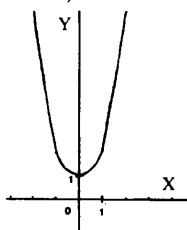
функции $y = 2^x$, то точка $(-x_0; y_0)$ принадлежит графику функции

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, а точки $(x_0; y_0)$ и $(-x_0; y_0)$ симметричны относительно оси ординат, значит данные графики симметричны относительно оси ординат.

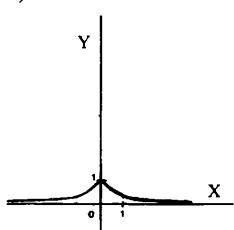
203. Так как функция 2^x — возрастающая функция, то на отрезке $[-1; 2]$ наименьшее значение она принимает при $x = -1$; а наибольшее при $x = 2$, значит, наименьшее значение $y(-1) = 2^{-1} = 0,5$, а наибольшее $y(2) = 2^2 = 4$.

204. Поскольку функция $y = 2^{|x|}$ симметрична относительно оси ординат, а на отрезке $[0; 1]$ $2^{|x|} = 2^x$, функция 2^x — возрастающая, значит, данная функция принимает наименьшее значение при $x = 0$, $y(0) = 2^0 = 1$, и наибольшее при $x = 1$ или $x = -1$, $y(-1) = 2^1 = 2$.

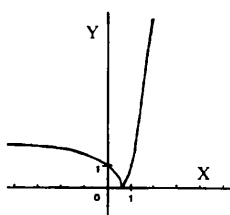
205. 1)



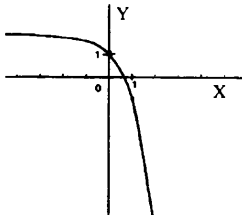
2)



3)



4)



206. $T = 1$; $t_1 = 1,5$, $t_2 = 3,5$, $m_0 = 250$;

$$m(t_1) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_1}{T}} = 250 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1,5} \approx 88,42 ;$$

$$m(t_2) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_2}{T}} = 250 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3,5} \approx 22,12 .$$

207. Пусть a — прирост деревьев за первый год, b — за второй год, c — за 3-й год, d — за четвертый год, e — за пятый год, тогда $a = 4 \cdot 10^5 \cdot 0,04$, $b = (4 \cdot 10^5 + a) \cdot 0,04$; $c = (4 \cdot 10^5 + b) \cdot 0,04$; $d = (4 \cdot 10^5 + c) \cdot 0,04$; $e = (4 \cdot 10^5 + d) \cdot 0,04$, тогда через пять лет можно будет заготовить $4 \cdot 10^5(a + b + c + d + e) \approx 4,87 \cdot 10^5 \text{ м}^3$.

208. 1) $4^{x-1} = 1$; $4^{x-1} = 4^0$; $x-1 = 0$; $x = 1$;

2) $0,3^{3x-2} = 1$; $0,3^{3x-2} = 0,3^0$; $3x-2 = 0$; $x = \frac{2}{3}$;

3) $2^{2x} = 2^{4\sqrt{3}}$; $2x = 4\sqrt{3}$; $x = 2\sqrt{3}$;

4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $3x = -2$; $x = -\frac{2}{3}$.

$$209. 1) 27^x = \frac{1}{3}; (3^3)^x = 3^{-1}; 3^{3x} = 3^{-1}; 3x = -1; x = -\frac{1}{3};$$

$$2) 400^x = \frac{1}{20}; (20^2)^x = 20^{-1}; 2x = -1; x = -0,5;$$

$$3) \left(\frac{1}{5}\right)^x = 25; 5^{-x} = 5^2; -x = 2; x = -2;$$

$$4) \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{81}; \left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^4; x = 4.$$

$$210. 1) 3 \cdot 9^x = 81; (3^2)^x = 27; 3^{2x} = 3^3; 2x = 3; x = 1,5;$$

$$2) 2 \cdot 4^x = 64; (2^2)^x = 32; 2^{2x} = 2^5; 2x = 5; x = 2,5;$$

$$3) 3^{x \cdot \frac{1}{2}} \cdot 3^{x-2} = 1; 3^{x \cdot \frac{1}{2} + x - 2} = 3^0; 2x - 1,5 = 0; x = 0,75;$$

$$4) 0,5^{x+7} \cdot 0,5^{1-2x} = 2; 0,5^{x+7+1-2x} = 0,5^{-1}; 8 - x = -1; x = 9;$$

$$5) 0,6^x \cdot 0,6^3 = \frac{0,6^{2x}}{0,6^5}; 0,6^{x+3} = 0,6^{2x-5}; x + 3 = 2x - 5; x = 8;$$

$$6) 6^{3x} \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{2x}; 6^{3x-1} = 6^{1-2x}; 3x - 1 = 1 - 2x; x = \frac{2}{5}.$$

$$211. 1) 3^{2x-1} + 3^{2x} = 108; 3^{2x} \left(\frac{1}{3} + 1\right) = 108; 3^{2x} \cdot \frac{4}{3} = 108; 3^{2x} = 81; 3^{2x} = 3^4; 2x = 4; x = 2;$$

$$2) 2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30; 2^{3x} \left(4 - \frac{1}{4}\right) = 30; 2^{3x} \cdot \frac{15}{4} = 30; 2^{3x} = 8; 2^{3x} = 2^3; 3x = 3; x = 1;$$

$$3) 2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28; 2^x \left(2 + \frac{1}{2} + 1\right) = 28; 2^x \cdot \frac{7}{2} = 28; 2^x = 8; 2^x = 2^3; x = 3;$$

$$4) 3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63; 3^x \left(\frac{1}{3} - 1 + 3\right) = 63; 3^x \cdot \frac{7}{3} = 63; 3^x = 27; 3^x = 3^3; x = 3.$$

$$212. 1) 5^x = 8^x; \frac{5^x}{8^x} = 1; \left(\frac{5}{8}\right)^x = \left(\frac{5}{8}\right)^0; x = 0;$$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}\right)^x = 1; \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^0; x = 0;$$

$$3) 3^x = 5^{2x}; \frac{3^x}{25^x} = 1; \left(\frac{3}{25}\right)^x = \left(\frac{3}{25}\right)^0; x = 0;$$

$$4) 4^x = 3^{\frac{x}{2}}; 4^x = (\sqrt{3})^x; \frac{4^x}{(\sqrt{3})^x} = 1; \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^x = \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^0; x = 0.$$

$$213. 1) 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0; 3^x = t; t^2 - 4t + 3 = 0;$$

$$t = 1 \text{ и } t = 3; 3^x = 3; x^1 = 1 \text{ или } 3^x = 1; 3^x = 3^0; x = 0;$$

$$2) 16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0; 4^x = t; t^2 - 17t + 16 = 0;$$

$$t = 1 \text{ и } t = 16; 4^x = 1; 4^x = 4^0; x = 0 \text{ или } 4^x = 16; 4^x = 4^2; x = 2;$$

$$3) 25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0; 5^x = t; t^2 - 6t + 5 = 0;$$

$$t = 1 \text{ и } t = 5; 5^x = 5; x = 1 \text{ или } 5^x = 1; 5^x = 5^0; x = 0;$$

$$4) 64^x - 8^x - 56 = 0; 8^x = t; t^2 - t - 56 = 0;$$

$$t = 8; 8^x = 8; x = 1 \text{ или } t = -7; 8^x = -7 \text{ — посторонний корень.}$$

$$214. 1) 3^{x^2+x-12} = 1; 3^{x^2+x-12} = 3^0; x^2 + x - 12 = 0; x = 3 \text{ или } x = -4;$$

$$2) 2^{x^2-7x+10} = 1; 2^{x^2-7x+10} = 2^0; x^2 - 7x + 10 = 0; x = 5 \text{ или } x = 2;$$

$$3) 2^{\frac{x-1}{x-2}} = 4; 2^{\frac{x-1}{x-2}} = 2^2; \frac{x-1}{x-2} = 2; \begin{cases} x \neq 2 \\ x-1 = 2x-4 \end{cases}; x = 3;$$

$$4) 0,5^{\frac{1}{x}} = 4^{\frac{1}{x+1}}; 2^{-\frac{1}{x}} = 2^{\frac{2}{x+1}}; -\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}; \begin{cases} -x-1 = 2x \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}; x = -\frac{1}{3}.$$

$$215. 1) 0,3^{x^3-x^2+x-1} = 1; 0,3^{x^3-x^2+x-1} = 0,3^0; x^3 - x^2 + x - 1 = 0;$$

$$x^2(x-1) + (x-1) = 0; (x^2+1)(x-1) = 0; x = 1;$$

$$2) \left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1; \left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = \left(2\frac{1}{3}\right)^0;$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0; x = 1 \text{ или } x = -3;$$

$$3) 5,1^{\frac{1}{2}(x-3)} = 5,1\sqrt{5,1}; 5,1^{\frac{1}{2}(x-3)} = 5,1^{\frac{3}{2}}; \frac{1}{2}(x-3) = \frac{3}{2}; x = 6;$$

$$4) 100^{x^2-1} = 10^{1-5x}; 10^{2x^2-2} = 10^{1-5x}; 2x^2 - 2 = 1 - 5x;$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0, x = 0,5 \text{ или } x = -3.$$

$$216. 1) 10^x = \sqrt[3]{100}; 10^x = 10^{\frac{2}{3}}; x = \frac{2}{3};$$

$$2) 10^x = \sqrt[5]{10000}; 10^x = 10^{\frac{4}{5}}; x = \frac{4}{5};$$

$$3) 225^{2x^2-24} = 15; 15^{4x^2-48} = 15; 4x^2 - 48 = 1; 4x^2 = 49; x_{1,2} = \pm 3,5;$$

$$4) 10^x = \sqrt[4]{10000}; 10^x = 10^{-1}; x = -1;$$

$$5) (\sqrt{10})^x = 10^{x^2-x}; 10^{\frac{x}{2}} = 10^{x^2-x}; \frac{x}{2} = x^2 - x; x_1 = 0 \text{ и } x_2 = 1,5;$$

$$6) 100^{x^2-1} = 10^{1-5x}; 10^{2x^2-2} = 10^{1-5x}; 2x^2 - 2 = 1 - 5x;$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0, x = 0,5 \text{ или } x = -3.$$

$$217. 1) 2^{x^2} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}x} = \sqrt[4]{8}; 2^{x^2} \cdot 2^{-\frac{1}{4}x} = 2^{\frac{3}{4}}; x^2 - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}; x^2 - x - 3 = 0; x = 1 \text{ или } x = -\frac{3}{4}$$

$$2) 5^{0,1x} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-0,06} = 5^{x^2}; 5^{0,1x} \cdot 5^{0,06} = 5^{x^2}; 0,1x + 0,06 = x^2;$$

$$100^2 - 10x - 6 = 0; 50x^2 - 5x - 3 = 0; x = 0,3 \text{ или } x = -0,2.$$

$$3) \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{1-x}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}; \sqrt{1-x} - 1 = 2x; 1 - x = 4x^2 + 4x + 1;$$

$$x(4x + 5) = 0; x_1 = 0 \text{ и } x_2 = -\frac{1}{4} \text{ — посторонний корень, значит, } x = 0.$$

$$4) 0,7^{\sqrt{x+12}} \cdot 0,7^{-2} = 0,7^{\sqrt{x}}; \sqrt{x+12} - 2 = \sqrt{x}; x+12 = x+4\sqrt{x}+4; 8 = 4\sqrt{x}; 2 = \sqrt{x}; x = 4.$$

$$218. 1) 7^x - 7^{x-1} = 6; 7^x \left(1 - \frac{1}{7}\right) = 6; 7^x \cdot \frac{6}{7} = 6; 7^x = 7; x = 1;$$

$$2) 3^{2y-1} + 3^{2y-2} - 3^{2y-4} = 315; 3^{2y} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{81}\right) = 315; 3^{2y} \cdot \frac{35}{81} = 315; 9^y = 9^3; y = 3;$$

$$3) 5^{3x} + 3 \cdot 5^{3x-2} = 140; 5^{3x} \left(1 + \frac{3}{25}\right) = 140; 5^{3x} \cdot \frac{28}{25} = 140; 5^{3x} = 5^3; 3x = 3; x = 1;$$

$$4) 2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0; 6 = 2^x \left(5 - \frac{3}{2} - 2\right); 6 = 2^x \cdot 1,5; 4 = 2^x; 2^x = 2^2; x = 2.$$

$$219. 1) 7^{x-2} = 3^{2-x}; 7^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}; \frac{7^{x-2}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}} = 1; (21)^{x-2} = (21)^0; x-2=0; x=2;$$

$$2) 2^{x-3} = 3^{3-x}; 2^{x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3}; \frac{2^{x-3}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{x-3}} = 1; 6^{x-3} = 6^0; x-3=0; x=3;$$

$$3) 3^{\frac{x+2}{4}} = 5^{x+2}; \frac{(\sqrt[4]{3})^{x+2}}{5^{x+2}} = 1; \left(\frac{\sqrt[4]{3}}{5}\right)^{x+2} = \left(\frac{\sqrt[4]{3}}{5}\right)^0; x+2=0; x=-2;$$

$$4) 4^{\frac{x-3}{2}} = 3^{2(x-3)}; 2^{x-3} = 9^{x-3}; \frac{2^{x-3}}{9^{x-3}} = 1; \left(\frac{2}{9}\right)^{x-3} = \left(\frac{2}{9}\right)^0; x-3=0; x=3.$$

$$220. 1) (0,5)^{x^2-4x+3} = (0,5)^{2x^2+x+3}; x^2 - 4x + 3 = 2x^2 + x + 3; x^2 - 5x = 0; x(x+5) = 0; x = 0 \text{ или } x = -5;$$

$$2) (0,1)^{3+2x} = (0,1)^{2-x^2}; 3 + 2x = 2 - x^2; x^2 + 2x + 1 = 0; (x+1)^2 = 0; x = -1;$$

$$3) 3^{\sqrt{x-6}} = 3^x; \sqrt{x-6} = x; x-6 = x^2; x^2 - x + 6 = 0 \text{ нет действительных корней};$$

$$4) \left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2-x}}; x = \sqrt{2-x}; x^2 = 2 - x; x^2 + x - 2 = 0; x = -2 \text{ —}$$

посторонний корень, значит, $x = 1$.

221. 1) $2^{|x-2|} = 2^{|x+4|}$; $|x-2| = |x+4|$.

Если $x \leq -4$, то $2-x = -x-4$; $2 = -4$ — нет действительных решений.

Если $-4 < x < 2$, то $2-x = x+4$; $x = -1$.

Если $x > 2$, то $x-2 = x+4$ — нет действительных решений, значит, $x = -1$.

2) $1,5^{|5-x|} = 1,5^{|x-1|}$; $|5-x| = |x-1|$; $x = 3$.

3) $3^{|x+1|} = 3^{2-|x|}$; $|x+1| = 2-|x|$; $x_1 = -1,5$ и $x_2 = 0,5$.

4) $3^{|x|} = 3^{|2-x|-1}$; $|x| = |2-x|-1$; $x = 0,5$.

222. 1) $3^{x-3} + 3^x = 7^{x+1} + 5 \cdot 7^x$; $3^x(27+1) = 7^x(7+5)$; $3^x \cdot 7 = 7^x \cdot 3$;

$3^{x-1} = 7^{x-1}$; $\left(\frac{3}{7}\right)^{x-1} = \left(\frac{3}{7}\right)^0$; $x = 1$;

2) $3^{x+4} + 3 \cdot 5^{x+3} = 5^{x+4} + 3^{x+3}$; $3^{x+3}(3-1) = 5^{x+3}(5-3)$;

$3^{x+3} \cdot 2 = 5^{x+3} \cdot 2$; $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+3} = \left(\frac{3}{5}\right)^0$; $x = -3$;

3) $2^{8-x} + 7^{3-x} = 7^{4-x} + 2^{3-x} \cdot 11$; $2^{3-x}(2^5-11) = 7^{3-x}(7-1)$;

$2^{3-x} \cdot 7 = 7^{3-x} \cdot 2$; $2^{2-x} = 7^{2-x}$; $\left(\frac{2}{7}\right)^{2-x} = \left(\frac{2}{7}\right)^0$; $x = 2$;

4) $2^{x+1} + 2^{x-1} - 3^{x-1} = 3^{x-2} - 2^{x-3} + 2 \cdot 3^{x-3}$; $2^x(2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}) =$

$= 3^x(\frac{1}{9} + \frac{2}{27} + \frac{1}{3})$; $2^x \cdot \frac{21}{x} = 3^x \cdot \frac{14}{27}$; $2^{x-4} = 3^{x-4}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^0$; $x = 4$.

223. 1) $8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$; $2^x = t$; $8t^2 - 6t + 1 = 0$;

$t = \frac{1}{2}$ и $t = \frac{1}{4}$; $2^x = \frac{1}{2}$; $x_1 = -1$; $2^x = \frac{1}{4}$; $x_2 = -2$;

2) $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x - 6 = 0$; $\left(\frac{1}{2}\right)^x = t$; $t^2 + t - 6 = 0$;

$t = -3$ — посторонний корень; $t = 2$; $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2$; $x = -1$;

3) $13^{2x+1} - 13^{x-12} = 0$; $13^x = t$; $13 \cdot t^2 - t - 12 = 0$;

$t = -\frac{12}{13}$ — посторонний корень, $t = 1$; $13^x = 13^0$; $x = 0$;

4) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$; $3^x = t$; $3t^2 - 10t + 3 = 0$;

$t = 3$ или $t = \frac{1}{3}$; $3^x = 3$; $x_1 = 1$; $3^x = \frac{1}{3}$; $3^x = 3^{-1}$; $x_2 = -1$;

5) $2^{3x} + 8 \cdot 2^x - 6 \cdot 2^{2x} = 0$; т.к. $2^x \neq 0$, то $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$; $2^x = t$;

$t^2 - 6t + 8 = 0$; $t_1 = 4$ и $t_2 = 2$; $2^x = 4$; $x_1 = 2$; $2^x = 2$; $x_2 = 1$;

$$6) 5^{3x+1} + 34 \cdot 5^{2x} - 7 \cdot 5^x = 0; \text{ т.к. } 5^x \neq 0, \text{ то } 5 \cdot 5^{2x} + 34 \cdot 5^x - 7 = 0;$$

$$5^x = t; 5t^2 + 34t - 7 = 0;$$

$$t = -7 \text{ — посторонний корень, } t = \frac{1}{5}; 5^x = \frac{1}{5}; x = -1.$$

$$224. q = \frac{3,25}{6,5} = 0,5; S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{6,5}{1-0,5} = 13;$$

$$2^{x-1} + 2^{x-4} + 2^{x-2} = 13; 2^x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4} \right) = 13; 2^x \cdot \frac{13}{16} = 13; 2^x = 16; 2^x = 2^4; x = 4.$$

$$225. 1) 3^{2x+6} = 2^{x+3}; 3^{2(x+3)} = 2^{x+3}; 9^{x+3} = 2^{x+3}; \left(\frac{9}{2} \right)^{x+3} = \left(\frac{9}{2} \right)^0; x+3=0; x=-3;$$

$$2) 2^{x-2} = 4^{2x-4}; 5^{x-2} = 4^{2(x-2)}; 5^{x-2} = 16^{x-2} \left(\frac{5}{16} \right)^{x-2} = \left(\frac{5}{16} \right)^0, x-2=0; x=2;$$

$$3) 2^x \cdot 3^x = 36^{x^2}; (2 \cdot 3)^x = 6^{2x^2}; 2x^2 = x; x(2x-1) = 0; x=0 \text{ или } x = \frac{1}{2};$$

$$4) 9^{-\sqrt{x-1}} = \frac{1}{27}; 3^{-2\sqrt{x-1}} = 3^{-3}; -2\sqrt{x-1} = -3; \sqrt{x-1} = 1,5; x-1=2,25; x=3,25;$$

$$226. 1) 4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0; 4 \cdot \left(\frac{9}{4} \right)^x - 13 \left(\frac{2}{3} \right)^x + 9 = 0; \left(\frac{2}{3} \right)^x = t;$$

$$4t^2 - 13t + 9 = 0; t_1 = 1; \left(\frac{3}{2} \right)^x = 1; x_1 = 0; t_2 = \frac{9}{4}; \left(\frac{3}{2} \right)^x = \left(\frac{3}{2} \right)^2; x_2 = 2;$$

$$2) 16 \cdot 9^x - 25 \cdot 12^x + 9 \cdot 16^x; 16 \cdot \left(\frac{9}{16} \right)^x - 25 \left(\frac{3}{4} \right)^x + 9 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{4} \right)^x = t; 16t^2 - 25t + 9 = 0; t_1 = 1; \left(\frac{3}{4} \right)^x = 1; x_1 = 0; t_2 = \frac{9}{16}; \left(\frac{3}{4} \right)^x = \left(\frac{3}{4} \right)^2; x_2 = 2$$

$$3) \left(2^{\frac{1}{x}} \cdot 3^{2x} \right)^2 = 12^{2^2}; 4^{\frac{1}{x}} \cdot 3^{\frac{1}{x}} = 12^{2^2}; 12^{\frac{1}{x}} = 12^{2^2}; \frac{1}{x} = 2; x = \frac{1}{2}$$

$$4) 5^x \cdot 5^x = 25; \left(5^x \cdot 5^x \right)^x = 25^x;$$

$$5 \cdot 5^{x^2} = 5^{2x}; 5^{x^2+1-2x} = 1; x^2 - 2x + 1 = 0; x = 1$$

227. 1) Т.к. функция $y_1 = 4^x$ — возрастающая и функция $y_1 = 25^x$ — тоже возрастающая, значит, $y_1 + y_2 = 4^x + 25^x$ — возрастающая функция, и каждое свое значение принимает только один раз, значит $x=1$ — единственный корень уравнения $4^x + 25^x = 29$.

2) Т.к. функция $y_1 = 7^x$ — возрастающая, и функция $y_2 = 18^x$ — возрастающая, то $y_1 + y_2 = 7^x + 18^x$ — возрастающая функция, и каждое свое значение принимает только один раз, значит $x=1$ — единственный корень уравнения $7^x + 18^x = 25$.

228. 1) $3^x > 9$; $3^x > 3^2$; $x > 2$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2$; $x < 2$;

3) $\left(\frac{1}{4}\right)^x < 2$; $2^{-2x} < 2^1$; $-2x < 1$; $x > -\frac{1}{2}$;

4) $4^x < \frac{1}{2}$; $2^{2x} < 2^{-1}$; $2x < -1$; $x < -\frac{1}{2}$;

5) $2^{3x} \geq \frac{1}{2}$; $2^{3x} \geq 2^{-1}$; $3x \geq -1$; $x \geq -\frac{1}{3}$;

6) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{9}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^2$; $x-1 \geq 2$; $x \geq 3$.

229. 1) $5^{x-1} \leq \sqrt{5}$; $5^{x-1} \leq 5^{\frac{1}{2}}$; $x-1 \leq \frac{1}{2}$; $x \leq 1,5$;

2) $3^{\frac{x}{2}} > 9$; $3^{\frac{x}{2}} > 3^2$; $\frac{x}{2} > 2$; $x > 4$;

3) $3x^{2-4} \geq 1$; $3x^{2-4} \geq 3^0$; $x^2 - 4 \geq 0$; $x \leq -2$ и $x \geq 2$;

4) $5^{2x-18} < 1$; $5^{2x-18} < 5^0$; $x^2 - 9 < 0$; $-3 < x < 3$.

230. 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 1$, из графика

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x - \frac{1}{2}$, из рисунка вид-

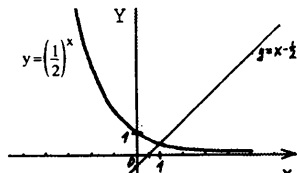
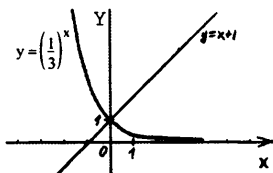
но, что графики функций

но, что графики функций $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ и

$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ и $y = x + 1$ пересекаются

$y = x - \frac{1}{2}$ пересекаются при $x = 1$.

при $x = 0$.



3) $2^x = -x - \frac{7}{4}$, из рисунка вид-

4) $3^x = 11 - x$, из рисунка видно,

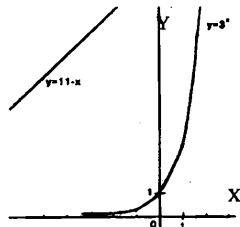
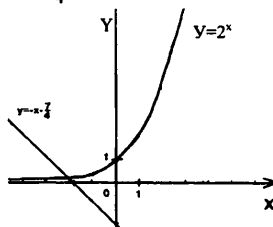
но, что графики функций $y = 2^x$ и

что графики функций $y = 3^x$ и

$y = -x - \frac{7}{4}$ пересекаются при $x = -2$.

$y = 11 - x$ пересекаются при

$x = 2$.



231. 1) $2^{-x^2+3x} < 4$; $2^{-x^2+3x} < 2^2$; $-x^2 + 3x < 2$; $x^2 - 3x + 2 > 0$ $x < 1$ и $x > 2$;

2) $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2+3x} \geq \frac{9}{7}$; $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2+3x} \geq \left(\frac{7}{9}\right)^{-1}$; $2x^2 - 3x + 1 \leq 0$; $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$;

3) $\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2-3x} < \frac{121}{169}$; $\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2-3x} < \left(\frac{13}{11}\right)^{-2}$; $x^2 - 3x + 2 < 0$; $1 < x < 2$;

4) $\left(2\frac{2}{3}\right)^{6x^2+x} \leq 7\frac{1}{9}$; $\left(\frac{8}{3}\right)^{6x^2+x} \leq \frac{64}{9}$; $6x^2 + x \leq 0$; $-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$.

232. 1) $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28$; $3^x(9 + \frac{1}{3}) < 28$; $3^x \cdot \frac{28}{3} < 28$; $3^x < 3$; $x < 1$;

2) $2^{x-1} + 2^{x+3} > 17$; $2^x(\frac{1}{2} + 8) > 17$; $2^x \cdot \frac{17}{2} > 17$; $2^x > 2$; $x > 1$;

3) $2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \geq 448$; $2^{2x}(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) \geq 448$; $2^{2x} \cdot \frac{7}{8} \geq 448$;

$2^{2x} \geq 512$; $2^{2x} \geq 2^9$; $2^{2x} \geq 9$; $x \geq 4,5$;

4) $5^{3x+1} - 5^{3x-3} \leq 624$; $5^{3x}(5 - \frac{1}{125}) \leq 624$; $5^{3x} \cdot \frac{624}{125} \leq 624$; $5^{3x} \leq 125$;

$5^{3x} \leq 5^3$; $3x \leq 3$; $x \leq 1$.

233. 1) $9^x - 3^x - 6 > 0$; $3^x = t$; $t^2 - t - 6 > 0$; $t < -2$ — нет действительных решений, $t > 3$; $x > 1$, значит, целые решения данного неравенства на отрезке $[-3; 3]$ — $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

2) $4^x - 2^x < 12$; $2^x = t$; $t^2 - t - 12 < 0$; $-3 < t < 4$; $2^x < 4$; $2^x < 2$; $x < 2$, значит, целые решения данного неравенства на отрезке $[-3; 3]$ — $x_1 = -3$, $x_2 = -2$; $x_3 = -1$; $x_4 = 0$; $x_5 = 1$.

3) $5^{2x+1} + 4 \cdot 5^x - 1 > 12$; $5^x = t$; $5t^2 + 4t - 1 > 0$; $t < -1$ — нет действительных решений, $t > \frac{1}{5}$; $5^x > \frac{1}{5}$; $5^x > 5^{-1}$; $x > -1$, значит, целые решения данного неравенства на отрезке $[-3; 3]$ — $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$; $x_4 = 3$.

4) $3 \cdot 9^x + 11 \cdot 3^x < 4$; $3^x = t$; $3t^2 + 11t - 4 < 0$; $-4 < t < \frac{1}{3}$; $3^x < \frac{1}{3}$; $3^x > 3^{-1}$; $x < -1$, значит, целые решения данного неравенства на отрезке $[-3; 3]$ — $x_1 = -2$; $x_2 = -3$.

234. 1) $y = \sqrt{25^x - 5^x}$, область определения — $25^x - 5^x \geq 0$

$5^x(5^x - 1) \geq 0$; $5^x \geq 1$; $5^x \geq 5^0$; $x \geq 0$.

2) $y = \sqrt{4^x - 1}$, область определения — $4^x - 1 \geq 0$; $4^x \geq 1$; $4^x \geq 4^0$; $x \geq 0$.

235. Значения функции $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ больше значений функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 12$,

при $\left(\frac{1}{4}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^x + 12$; $\left(\frac{1}{4}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^x - 12 > 0$; $t = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $t^2 - t - 12 > 0$; $t < -3$

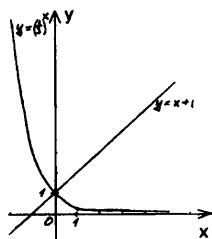
— не имеет действительных решений, значит, $t > 4$; $t = \left(\frac{1}{2}\right)^x > 4$;

$t = \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; $x < -2$.

236. 1) Из рисунка видно, что графики функций $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ и $y = x + 1$ пересекаются в

точке $(0; 1)$, и график функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ лежит выше графика функции $y = x + 1$ при $x < 0$.

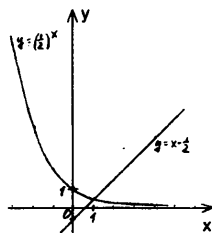
Ответ: $x \leq 0$.



2) Из рисунка видно, что графики функций $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ и $y = x - \frac{1}{2}$ пересекаются в точке $(0;$

$\frac{1}{2}$), и график функции $y = x - \frac{1}{2}$ лежит выше

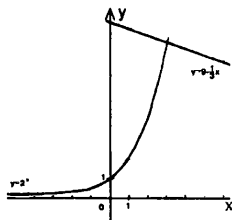
графика функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ при $x > 1$.



3) Из рисунка видно, что графики функций $y = 2^x$ и $y = 9 - \frac{1}{3}x$ пересекаются в точке

$(3; 8)$, и график функции $y = 9 - \frac{1}{3}x$ лежит выше функции $y = 2^x$ при $x < 3$.

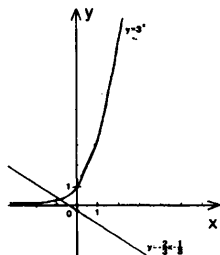
Ответ: $x \leq 3$.



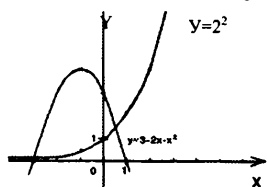
4) Из рисунка видно, что графики функций $y = 3^x$ и $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ пересекаются в

точке $(-1; \frac{1}{3})$, и график функции $y = 3^x$ лежит

выше графика функции $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ при $x > -1$.

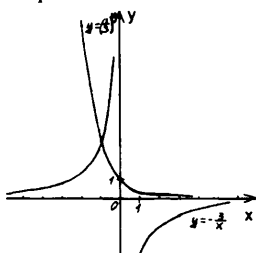


237. 1) Графики функций $y=2^x$ и $y=3-2x-x^2$ пересекаются при $x_1 \approx -3$; $x_2 \approx \frac{2}{3}$.

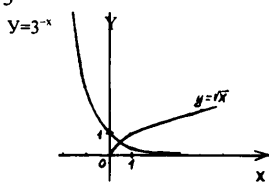


3) Графики функций

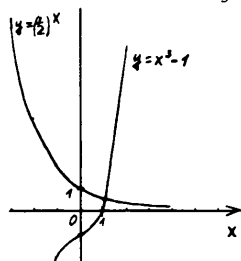
$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ и $y = -\frac{3}{x}$ пересекаются при $x = -1$.



2) Графики функций $y=3^{-x}$ и $y=\sqrt{x}$ пересекаются при $x_1 \approx \frac{1}{3}$.



4) Графики функций $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ и $y=x^{3-1}$ пересекаются при $x \approx 1\frac{1}{3}$.



238. 1) $11^{\sqrt{x+6}} > 11^x$; $\sqrt{x+6} > x$; $\begin{cases} x > -6 \\ x \geq 0 \\ x+6 > x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ -2 < x < 3 \end{cases}$

$0 \leq x < 3$, но при $-6 < x \leq 0$ данное неравенство выполняется, значит, $-6 < x < 3$.

2) $0,3^{\sqrt{30-x}} > 0,3^x$; $\sqrt{30-x} < x$; $\begin{cases} x > 0 \\ 30-x \geq 0 \\ 30-x < x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 0 < x \leq 30 \\ x^2 + x - 30 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 0 < x \leq 30 \\ x > 5 \end{cases} \quad 5 < x \leq 30$.

239. 1) $(0,4)^x - (2,5)^{x+1} > 1,5$; $\left(\frac{2}{5}\right)^x - 2,5\left(\frac{5}{2}\right)^x - 1,5 > 0$;

$t = \left(\frac{2}{5}\right)^x$; $t^2 - 1,5t - 2,5 > 0$; $t < -1$ — не имеет действительных решений, значит, $t > 2,5$;

$\left(\frac{2}{5}\right)^x > \frac{5}{2}$; $x < -1$.

2) $25 \cdot 0,04^{2x} > 0,2^{x(3-x)}$; $\left(\frac{1}{25}\right)^{-1} \cdot 0,2^{4x} > 0,2^{3x-x^2}$; $0,04^{-1} \cdot 0,2^{4x} > 0,2^{3x-x^2}$;

$0,2^{4x-2} > 0,2^{3x-x^2}$; $4x-2 < 3x-x^2$; $x^2+x-2 < 0$; $-2 < x < 1$.

$$3) \frac{4^x}{4^x - 3^x} < 4; \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^x} < 4; \begin{cases} 1 < 4 - 4\left(\frac{3}{4}\right)^x \\ 1 \neq \left(\frac{3}{4}\right)^x \end{cases}; \begin{cases} 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x < 3 \\ x \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^x < \frac{3}{4} \\ x \neq 0 \end{cases}; x > 1;$$

если $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^x < 0$, то данное неравенство выполняется, т.е. $x < 0$.

$$4) \left(\frac{1}{4}\right)^x - 32 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-1} < 0; \left(\frac{1}{4}\right)^x < 32 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-1}; \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3(x^2-1)} \cdot 2^5;$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3x^2-3-5} \cdot 2^5; 2x > 3x^2 - 8; 3x^2 - 2x - 8 < 0; -\frac{4}{3} < x < 2.$$

$$240. 1) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 5^{x+y} = 25 \end{cases}; \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 5^{x+2x-1} = 5^2 \end{cases}; \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 3x - 1 = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} x - y = 2 \\ 3^{x^2+y} = \frac{1}{9} \end{cases}; \begin{cases} y = x - 2 \\ 3^{x^2+x-2} = 3^{-2} \end{cases}; \begin{cases} y = x - 2 \\ x^2 + x - 2 = -2 \end{cases}; \begin{cases} y = x - 2 \\ x(x+1) = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ x = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = x - 2 \\ x = -1 \end{cases}; \begin{cases} y = -2 \\ x = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = -3 \\ x = -1 \end{cases}.$$

$$3) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2^{x-y} = 8 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 - x \\ 2^{x-1+x} = 2^3 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 - x \\ 2x - 1 = 3 \end{cases}; \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$4) \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3^{x-y} = 81 \end{cases}; \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 3^{3-2y-y} = 3^4 \end{cases}; \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 3^{3-2y-y} = 3^4 \end{cases}; \begin{cases} y = -\frac{1}{3} \\ x = 3\frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$241. 1) \begin{cases} 4^x \cdot 2^y = 32 \\ 3^{8x+1} = 3^{3y} \end{cases}; \begin{cases} 2^{2x+y} = 2^5 \\ 8x + 1 = 3y \end{cases}; \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 8x + 3y + 1 = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = 5 - 2x \\ 8x - 15 + 16x + 1 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ 14x = 14 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} 3^{3x-2y} = 81 \\ 3^{6x} \cdot 3^y = 27 \end{cases}; \begin{cases} 3^{3x-2y} = 3^4 \\ 3^{6x+y} = 3^3 \end{cases}; \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x + y = 3 \end{cases}; \begin{cases} y = 3 - 6x \\ 3x - 6 + 12x - 4 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 3 - 6x \\ 15x = 10 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -1 \end{cases}.$$

$$242. 1) \begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases}; \begin{cases} 2 \cdot 2^y = 8 \\ 2^x + 2^y = 6 \end{cases}; \begin{cases} 2^x = 4 \\ 4 + 2^y = 6 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ 2x = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} 3^x + 3^y = 8 \\ 3^x - 5^y = -2 \end{cases}; \begin{cases} 2 \cdot 3^x = 6 \\ 3^x + 5^y = 8 \end{cases}; \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3 + 5^y = 8 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ 5x = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$243. 1) \begin{cases} 5^x - 5^y = 100 \\ 5^{x-1} - 5^{y-1} = 30 \end{cases}; \begin{cases} 5^x - 5^y = 100 \\ 5^x + 5^y = 150 \end{cases}; \begin{cases} 2 \cdot 5^x = 250 \\ 5^x + 5^y = 150 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5^x = 125 \\ 125 + 5^y = 150 \end{cases}; \begin{cases} 5^x = 5^3 \\ 5^y = 25 \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} 2^x - 9 \cdot 3^y = 7 \\ 2^x \cdot 3^y = \frac{8}{9} \end{cases}; \begin{cases} 2^x = u \\ 3^y = v \end{cases}; \begin{cases} u - 9v = 7 \\ uv = \frac{8}{9} \end{cases}; \begin{cases} u = 7 + 9v \\ 81v^2 + 63 \cdot v - 8 = 0 \end{cases}; v = -\frac{8}{9} —$$

не имеет действительных решений, значит,

$$\begin{cases} u = 7 + 9v \\ v = \frac{1}{9} \end{cases}; \begin{cases} u = 8 \\ 3^y = 3^{-2} \end{cases}; \begin{cases} 2^x = 2^3 \\ y = -2 \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}.$$

$$3) \begin{cases} 16^y - 16^x = 24 \\ 16^{x+y} = 256 \end{cases}; \begin{cases} 16^y - 16^x = 24 \\ x + y = 2 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 - x \\ 16^{2-x} - 16^x - 24 = 0 \end{cases}; 16^x = t;$$

$$\begin{cases} y = 2 - x \\ t^2 + 24t - 256 = 0 \\ 16^x = t \end{cases}; t = -32 — посторонний корень, значит, $t = 8$;$$

$$\begin{cases} y = 2 - x \\ 16^x = 8 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 - x \\ 2^{4x} = 2^3 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 - x \\ 4x = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = 1\frac{1}{4} \end{cases}.$$

$$4) \begin{cases} 3^x + 2^{x+y+1} = 5 \\ 3^{x+1} - 2^{x+y} = 1 \end{cases}; \begin{cases} 3^x = u \\ 2^{x+y} = v \end{cases}; \begin{cases} u + 2v = 5 \\ 3u - v = 1 \end{cases}; \begin{cases} u + 2v = 5 \\ 6u - 2v = 2 \end{cases}; \begin{cases} u + 2v = 5 \\ 7u = 7 \end{cases};$$

$$\begin{cases} u = 1 \\ 2v = 4 \end{cases}; \begin{cases} 3^x = 1 \\ v = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ 2^{x+y} = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ 2^y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$5) \begin{cases} 5^{x+1} \cdot 3^y = 75 \\ 3^x \cdot 5^{y-1} = 3 \end{cases}; \text{перемножая уравнения системы, получаем:}$$

$$\begin{cases} (3 \cdot 5)^{x+y} = 225 \\ 5^x \cdot 3^y = 15 \end{cases}; \begin{cases} 15^{x+y} = 15^2 \\ 5^x \cdot 3^y = 15 \end{cases}; \begin{cases} x + y = 2 \\ 5^x \cdot 3^y = 15 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 - y \\ 5^{2-y} \cdot 3^y = 15 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 2 - y \\ 25 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^y = 15 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 - y \\ \left(\frac{3}{5}\right)^y = \frac{3}{5} \end{cases}; \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 4 \\ 3^x \cdot 2^y = 9 \end{cases}; \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 4 \\ (3 \cdot 2)^{x+y} = 36 \end{cases}; \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 4 \\ 6^{x+y} = 6^2 \end{cases}; \begin{cases} x + y = 2 \\ 3^x \cdot 2^y = 4 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 - y \\ 3^{2-y} \cdot 2^y = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 2 - y \\ 9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 - y \\ \left(\frac{2}{3}\right)^y = \frac{4}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$244. 1) \begin{cases} 5^{2x+1} > 625 \\ 11^{6x^2-10x} = 11 \end{cases}; \begin{cases} 5^{2x+1} > 5^4 \\ 6x^2 - 10x = 9x - 15 \end{cases}; \begin{cases} 2x + 1 > 4 \\ 6x^2 - 19x + 15 = 0 \end{cases}; \quad x = 1,5$$

— посторонний корень, т.к. он не удовлетворяет первенству, значит, $x = 1\frac{2}{3}$.

$$2) \begin{cases} 0,3^{10x^2-47} = 0,3^{-10x-7} \\ 3,7^{x^2} < 3,7^4 \end{cases}; \begin{cases} 10x^2 - 47x = -10x - 7 \\ x^2 < 4 \end{cases}; \begin{cases} 10x^2 - 37x + 7 = 0 \\ -2 < x < 2 \end{cases}; \quad x = 3,5$$
 —

посторонний корень, т.к. он не удовлетворяет неравенству, значит, $x = 0,2$.

$$245. 1) \begin{cases} (5^x)^y = 5^{21} \\ 5^x \cdot 5^y = 5^{10} \\ 3^x > 3^y \end{cases}; \begin{cases} 5^{xy} = 5^{21} \\ 5^{x+y} = 5^{10} \\ x > y \end{cases}; \begin{cases} xy = 21 \\ x + y = 10 \\ x > y \end{cases}; \begin{cases} x = 10 - y \\ 10y - y^2 - 21 = 0 \\ x > y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 - y \\ y^2 - 10y - 21 = 0 \\ x > y \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = 7 \end{cases} \text{ — не удовлетворяет неравенству, значит, } \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (0,2^y)^x = 0,008 \\ (0,4)^y = (0,4)^{3,5-x} \\ 2^x \cdot 0,5^y < 1 \end{cases}; \begin{cases} 0,2^{xy} = 0,2^3 \\ y = 3,5 - x \\ 2^x < 2^y \end{cases}; \begin{cases} xy = 3 \\ y = 3,5 - x \\ x < y \end{cases}; \begin{cases} 3,5x - x^2 = 3 \\ y = 3,5 - x \\ x < y \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 - 3,5x + 3 = 0 \\ y = 3,5 - x \\ x < y \end{cases}; \begin{cases} y = 1,5 \\ x = 2 \end{cases} \text{ — не удовлетворяет неравенству, значит, } \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$246. 1) 4^{-\sqrt{3}} < 4^{-\sqrt{2}}, \text{ т.к. } 4 > 1; -\sqrt{3} < -\sqrt{2}; 2) 2^{\sqrt{3}} < 2^{1,7}, \text{ т.к. } 2 > 1; \sqrt{3} < 1,7;$$

$$3) \left(\frac{1}{2}\right)^{14} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}, \text{ т.к. } \frac{1}{2} < 1; 1,4 < \sqrt{2}; 4) \left(\frac{1}{9}\right)^\pi < \left(\frac{1}{9}\right)^{3,14}, \text{ т.к. } \frac{1}{9} < 1; \pi < 3,14.$$

$$247. 1) 2^{-\sqrt{5}} < 1 = 2^0, \text{ т.к. } 2 > 1; -\sqrt{5} < 0;$$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}} < 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0, \text{ т.к. } \frac{1}{2} < 1; \sqrt{3} > 0;$$

$$3) \left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2} < 1 = \left(\frac{\pi}{4}\right)^0, \text{ т.к. } \frac{\pi}{4} < 1; \sqrt{5} - 2 > 0;$$

$$4) \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3} > 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0, \text{ т.к. } \frac{1}{3} < 1; \sqrt{8} - 3 < 0.$$

248. 1) $y=0,78^x$; $0,78 < 1$; значит, $y=0,78^x$ — убывающая;

2) $y=1,69^x$; $1,69 > 1$; значит, $y=1,69^x$ — возрастающая;

3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$; $2 > 1$ значит, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ — убывающая;

4) $y = 4^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$; $\frac{1}{4} < 1$ значит, $y = 4^x$ — возрастающая.

249. 1) $y = 5^x$ — возрастающая функция, значит, при $x \in [-1; 2]$ ее значения находятся в промежутке $[y(-1); y(2)]$, т.е. в промежутке $\left[\frac{1}{5}; 25\right]$.

2) $y = 5^{-x} = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ — убывающая функция, значит, при $x \in [-1; 2]$ ее значения находятся в промежутке $[y(2); y(-1)]$, т.е. в промежутке $\left[\frac{1}{25}; 5\right]$.

250. 1) $1,5^{5x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$; $\left(\frac{3}{2}\right)^{5x-7} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-1}$; $5x-7 = -x-1$; $x=1$;

2) $0,75^{2x-3} = \left(1\frac{1}{3}\right)^{5-x}$; $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-5}$; $2x-3 = x-5$; $x=-2$;

3) $5^{x^2-5x-6} = 1$; $5^{x^2-5x-6} = 5^0$; $x^2-5x-6 = 0$; $x_1 = -1$; $x_2 = 6$;

4) $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-2} = \frac{1}{7}$; $x^2-2x-2 = 1$; $x^2-2x-3 = 0$; $x_1 = -1$; $x_2 = 3$.

251. 1) $2^x - 2^{x-3} = 18$; $2^x(1 + \frac{1}{8}) = 18$; $2^x \cdot \frac{9}{8} = 18$; $2^x = 16$; $x = 4$;

2) $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$; $3^x(1+12) = 13$; $3^x \cdot 13 = 13$; $3^x = 1$; $x = 0$;

3) $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$; $3^x(6-2-1) = 9$; $3^x \cdot 3 = 9$; $3^x = 3$; $x = 1$;

4) $5^{x+1} + 3 \cdot 5^{x-1} - 6 \cdot 5^x + 10 = 0$; $5^x(5 + \frac{3}{5} - 6) = -10$; $5^x \cdot \frac{2}{5} = 10$;

$5^x = 25$; $5^x = 5^2$; $x = 2$.

252. 1) $5^{2x} - 5^x - 600 = 0$; $5^x = t$; $t^2 - t - 600 = 0$; $t = -24$ — посторонний корень; $t = 25$; $5^x = 5^2$; $x = 2$.

2) $9^x - 3^x - 6 = 0$; $3^x = t$; $t^2 - t - 6 = 0$; $t = -2$ — посторонний корень; $t = 3$; $3^x = 3$; $x = 1$.

3) $3^x - 9^{x-1} - 810 = 0$; $t = 3^x$; $t + \frac{1}{9}t^2 - 810 = 0$; $t^2 + 9t - 7290 = 0$; $t = -90$ — посторонний корень; $t = 81$; $3^x = 3^4$; $x = 4$.

4) $4^x + 2^{x+1} - 80 = 0$; $t = 2^x$; $t^2 + 2t - 80 = 0$; $t = -10$ — посторонний корень; $t = 8$; $2^x = 2^3$; $x = 3$.

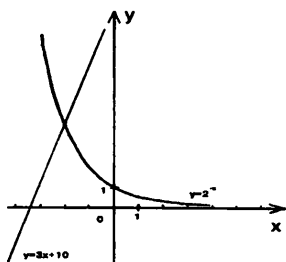
253. 1) $3^{x-2} > 9$; $3^{x-2} > 3^2$; $x-2 > 2$; $x > 4$;

2) $2^{2x} < \frac{1}{25}$; $2^{2x} < 5^{-2}$; $2x < -2$; $x < -1$;

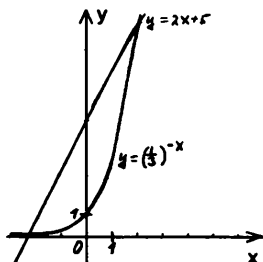
3) $0,7^{x^2+2x} < 0,7^3$; $x^2 + 2x > 3$; $x^2 + 2x - 3 > 0$; $x < -3$ и $x > 1$;

4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} > \frac{1}{81}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} > \left(\frac{1}{3}\right)^4$; $x^2 < 4$; $-2 < x < 2$.

254. 1) $2^{-x} = 3x + 10$, из рисунка видно, что графики функций $y = 2^{-x}$ и $y = 3x + 10$ пересекаются при $x = -2$.



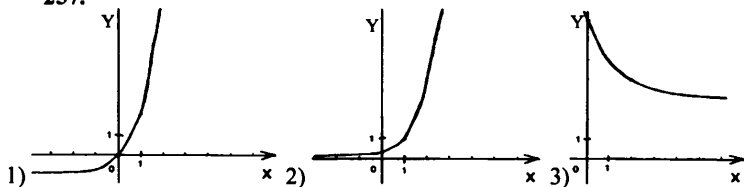
2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 2x + 5$, из рисунка видно, что графики функций $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ и $y = 2x + 5$ пересекаются при $x \approx -\frac{1}{3}$.



255. $y = 2^x$; $y(1) = 2$; $y(2) = 4$; $y(3) = 8$;... действительно, при каждом натуральном x , большем предыдущего, значение функции $y = 2^x$ увеличивается в 2 раза, значит, данная функция при натуральных значениях x является геометрической прогрессией.

256. Искомая сумма вычисляется по формуле сложных процентов $S = a \left(1 + \frac{P}{100}\right)^t$, где t — число лет, в течение которых предприятие наращивало свою прибыль, т.е. $t = n - 1$, а $S = a \left(1 + \frac{P}{100}\right)^{n-1}$.

257.



258. 1) $0,6^x \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12} = \left(\frac{27}{125}\right)^3$; $\left(\frac{3}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{24-2x^2} = \left(\frac{3}{5}\right)^9$;

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+24=2x^2} = \left(\frac{3}{5}\right)^9; \quad x+24-2x^2=9; \quad 2x^2-x-15=0; \quad x_1=-2,5; \quad x_2=3.$$

$$2) \quad 2^{4+\frac{5}{4}-5} = 2^{\sqrt{x+1}}; \quad \frac{x}{4}-5 = \sqrt{x+1}; \quad \frac{x^2}{16}-\frac{x}{2}+1 = x+1; \quad \frac{x^2}{16}-\frac{3}{2}x = 0;$$

$$x\left(\frac{x}{8}-3\right) = 0; \quad x = 0 \text{ — посторонний корень, значит, } x = 24.$$

$$259. 1) \quad 2 \cdot 3^{3x-1} + 27^{x-\frac{2}{3}} = 9^{x-1} + 2 \cdot 3^{2x-1}; \quad \frac{2}{3} \cdot 3^{3x} + \frac{1}{9} = \frac{1}{9}3^{2x} + \frac{2}{3} \cdot 3^{2x};$$

$$3^{3x}\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{9}\right) = \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{3}\right)3^{2x}; \quad 3^{3x} = 3^{2x}; \quad 3x = 2x; \quad x = 0.$$

$$2) \quad 2^{\sqrt{x}+2} = 2^{\sqrt{x}+1} = 12 + 2^{\sqrt{x}-1}; \quad 2^{\sqrt{x}}\left(4 - 2 - \frac{1}{2}\right) = 12; \quad 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{3}{2} = 12; \quad 2^{\sqrt{x}} = 8;$$

$$2^{\sqrt{x}} = 2^3; \quad x = 9.$$

$$3) \quad 22 \cdot 9^{x-1} - \frac{1}{3} \cdot 3^{x+3} + \frac{1}{3} \cdot 3^{x+2} = 4; \quad \frac{22}{9} \cdot 9^x + 3^x(3-9) - 4 = 0; \quad 3^x = t; \quad 22t^2 - 54t - 36 = 0;$$

$$t = -\frac{6}{11} \text{ — посторонний корень, значит, } t = 3; \quad 3^x = 3; \quad x = 1.$$

$$4) \quad 5 \cdot 4^{x-1} - 16^x + 0,25 \cdot 2^{2x+2} + 7 = 0; \quad \frac{5}{4} \cdot 4^x - 16^x + 4^x + 7 = 0; \quad 4^x = t \quad t^2 - \left(\frac{5}{4} + 1\right)t - 7 = 0;$$

$$4t^2 - 9t - 28 = 0; \quad t = -1,75 \text{ — посторонний корень, значит, } t = 4 \quad 4^x = 4; \quad x = 1.$$

$$260. 1) \quad 2^{x+4} + 2^{x-2} = 5^{x+1} + 3 \cdot 5^x; \quad 2^x(16+4) = 5^x(5+3); \quad 2^x = \frac{8}{20}; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5}; \quad x = 1;$$

$$2) \quad 5^{2x} - 7^x - 5^{2x} \cdot 17 - 7^x \cdot 17 = 0; \quad 5^{2x}(1-17) = 7^x(1-17); \quad \left(\frac{2}{5}\right)^x = 1; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^0; \quad x = 0;$$

$$3) \quad 2^{x-1} - 3^{x^2} \cdot \frac{4}{3}; \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^3; \quad x^2 = 3; \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{3};$$

$$4) \quad 3 \cdot 4^x + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2}9^{x+1}; \quad 4^x(3-24) = 9^x\left(-\frac{9}{2}-27\right);$$

$$\frac{4^x}{9^x} = \frac{63}{42}; \quad \left(\frac{4}{9}\right)^x = \frac{3}{2}; \quad \left(\frac{3}{2}\right)^{-2x} = \frac{3}{2}; \quad -2x = 1; \quad x = -\frac{1}{2}.$$

$$261. 1) \quad 8,4^{\frac{x-3}{x^2+1}} < 1; \quad 8,4^{\frac{x-3}{x^2+1}} < 8,4^0; \quad \frac{x-3}{x^2+1} < 0;$$

$$2) \quad x < 3 \cdot 2^{x^2} \cdot 5^{x^2} < 10^{-3}(10^{3-x})^2; \quad 10^{x^2} < 10^{6-2x-3}; \quad x^2 < 3-2x; \quad x^2+2x-3 < 0; \quad -3 < x < 1;$$

$$3) \quad \frac{4^x + 2^{x+1} + 8}{2^{1-x}} < 8^x; \quad 4^x - 2 \cdot 2^x + 8 < 2^{3x} \cdot 2 \cdot 2^{-x};$$

$$2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 8 - 2 \cdot 2^{2x} < 0; \quad 2^{2x} + 2 \cdot 2^x - 8 > 0; \quad t = 2^x; \quad t^2 + 2t - 8 > 0; \quad t < -4 \text{ — нет действительных корней, } t > 2; \quad 2^x > 2; \quad x > 1;$$

$$4) \frac{1}{3^x + 5} \leq \frac{1}{3^{x+1} - 1}; \begin{cases} 3 \cdot 3^x - 1 \leq 3^x + 5 \\ 3^{x+1} - 1 > 0 \end{cases}; \begin{cases} 2 \cdot 3^x \leq 6 \\ 3^{x+1} - 1 > 3^0 \end{cases}; \begin{cases} 3^x \leq 3 \\ x+1 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 0 \\ x > -1 \end{cases}; -1 < x \leq 1.$$

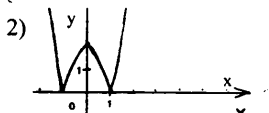
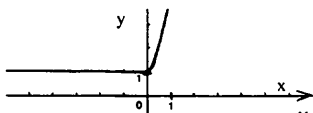
$$262. 1) \begin{cases} 2^{x-y} = 128 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2y+1} = \frac{1}{8} \end{cases}; \begin{cases} 2^{x-y} = 2^7 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2y+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \end{cases}; \begin{cases} x-y = 7 \\ x-2y+1 = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 7 + y \\ 7 + y - 2y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 7 + y \\ y = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} 2^x \cdot 5^y = 10 \\ 5^y - 2^x = 3 \end{cases}; \begin{cases} u = 2^x \\ v - u = 3 \end{cases}; \begin{cases} v = 3 + u \\ 3u + u^2 - 10 = 0 \end{cases};$$

$$u = -5 \text{ — посторонний корень}; \begin{cases} u = 2 \\ v = 5 \end{cases}; \begin{cases} 2^x = 2 \\ 5^y = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

263. 1)



$$264. 1) \frac{0,2^{x+0,5}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot 0,04^x; \left(\frac{1}{5}\right)^{x+0,5-0,5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2x}; x+1=2x-1; x=2;$$

$$2) 4 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x = 5 \cdot 3^{\frac{x}{2}} \cdot 2^{\frac{x}{2}}; 4 \left(\frac{3}{2}\right)^x - 5 \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} - 9 = 0; \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} = t; 4t^2 - 5t - 9 = 0;$$

$$t = -1 \text{ — посторонний корень}; t = \frac{9}{4}; \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} = \frac{9}{4}; \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2; \frac{x}{2} = 2; x = 4;$$

$$3) 2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 25^x = 0; 2 \left(\frac{4}{25}\right)^x - 3 \left(\frac{2}{5}\right)^x - 5 = 0; 2 \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 3 \left(\frac{2}{5}\right)^x - 5 = 0;$$

$$t = \left(\frac{2}{5}\right)^x; 2t^2 - 3t - 5 = 0 \quad t = -1 \text{ — посторонний корень}; t = \frac{5}{2}; \left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}; x = -1;$$

$$4) 4 \cdot 9^x + 12^x - 3 \cdot 16^x = 0; 4 \cdot \left(\frac{9}{16}\right)^x + \left(\frac{3}{4}\right)^x - 3 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = t; 4t^2 + t - 3 = 0; t = -1 \text{ — посторонний корень}; t = \frac{3}{4}; \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{3}{4}; x = 1.$$

$$265. 1) 3^{|x-2|} < 9; 3^{|x-2|} < 3^2; |x-2| < 2; 0 < x < 4.$$

$$2) 4^{|x+1|} > 16; 4^{|x+1|} > 4^2; |x+1| > 2; x < -3 \text{ и } x > 1.$$

$$3) 2^{|x-2|} > 4^{|x+1|}; 2^{|x-2|} > 2^{2|x+1|}; |x-2| > 2|x+1|.$$

Если $x \geq 2$, то $x - 2 > 2x + 2$, $x < -4$, следовательно, нет решений.

Если $-1 < x < 2$, то $2 - x > 2x + 2$, $3x < 0$, $x < 0$, следовательно, $-1 < x < 0$.

Если $x \leq -1$, то $2 - x > -2x - 2$, $x > -4$, следовательно, $-4 < x \leq -1$. Ответ: $(-4; 0)$.

$$4) 5^{|x+4|} < 25^{|x|}; 5^{|x+4|} < 5^{2|x|}; |x+4| < 2|x|; x < -1 \frac{1}{3} \text{ и } x > 4.$$

Глава IV. Логарифмическая функция

266. $\log_3 3 = 1$; $\log_3 y = 2 \log_3 9 = 2$; $\log_3 81 = 4 \cdot \log_3 3 = 4$; $\log_3 \left(\frac{1}{3}\right) = -1$;

$\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) = -2$; $\log_3 \left(\frac{1}{243}\right) = -5$; $\log_3 \sqrt[3]{3} = \frac{1}{3}$; $\log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}} = -1,5$; $\log_3 9\sqrt[3]{3} = 2\frac{1}{4}$.

267. 1) $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \cdot \log_2 2 = 4$; 3) $\log_2 2 = 1$;

2) $\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6 \cdot \log_2 2 = 6$; 4) $\log_2 1 = 0$.

268.

1) $\log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1 \cdot \log_2 2 = -1$; 2) $\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3 \cdot \log_2 2 = -3$;

3) $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 = \frac{1}{2}$; 4) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[4]{3}} = \log_3 3^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4} \cdot \log_3 3 = -\frac{1}{4}$.

269. 1) $\log_3 27 = \log_3 3^3 = 3 \cdot \log_3 3 = 3$; 3) $\log_3 3 = 1$;

2) $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4 \cdot \log_3 3 = 4$; 4) $\log_3 1 = 0$.

270.

1) $\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2 \cdot \log_3 3 = -2$; 3) $\log_3 \sqrt[3]{4} = \log_3 4^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \log_3 4 = \frac{1}{3} \cdot \log_3 2^2 = \frac{2}{3} \log_3 2$;

2) $\log_3 \frac{1}{3} = \log_3 3^{-1} = -1 \cdot \log_3 3 = -1$; 4) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[4]{3}} = \log_3 3^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4} \cdot \log_3 3 = -\frac{1}{4}$.

271. 1) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32} = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 5$;

2) $\log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -2$;

3) $\log_{0,5} 0,125 = \log_{0,5} (0,5)^3 = 3 \cdot \log_{0,5} 0,5 = 3$;

4) $\log_{0,5} \frac{1}{2} = \log_{0,5} (0,5)^1 = 1 \cdot \log_{0,5} 0,5 = 1$;

5) $\log_{0,5} 1 = \log_{0,5} (0,5)^0 = 0 \cdot \log_{0,5} 0,5 = 0 \cdot 1 = 1$;

6) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{2} = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$.

272. 1) $\log_5 625 = \log_5 5^4 = 4 \cdot \log_5 5 = 4$;

2) $\log_6 216 = \log_6 6^3 = 3 \cdot \log_6 6 = 3$;

3) $\log_4 \frac{1}{16} = \log_4 4^{-2} = -2 \cdot \log_4 4 = -2$;

4) $\log_5 \frac{1}{125} = \log_5 5^{-3} = -3 \cdot \log_5 5 = -3$.

$$273. 1) \log_{\frac{1}{5}} 125 = \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = -3 \cdot \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5} = -3;$$

$$2) \log_{\frac{1}{3}} 27 = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = -3 \cdot \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = -3;$$

$$3) \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64} = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^3 = 3 \cdot \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} = 3;$$

$$4) \log_{\frac{1}{6}} 36 = \log_{\frac{1}{6}} \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} = -2 \cdot \log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6} = -2;$$

$$274. 1) 3^{\log_3 18} = 18; 2) 5^{\log_5 16} = 16; 3) 10^{\log_{10} 2} = 2; 4) \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6} = 6.$$

$$275. 1) 3^{5 \log_3 2} = (3^{\log_3 2})^5 = 2^5 = 32; 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{6 \log_{\frac{1}{2}} 2} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 2}\right)^6 = 2^6 = 64;$$

$$3) 0,3^{2 \log_{0,3} 6} = (0,3^{\log_{0,3} 6})^2 = 6^2 = 36; 4) 7^{\frac{1}{2} \log_7 9} = (7^{\log_7 9})^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}} = 3.$$

$$276. 1) 8^{\log_2 5} = 2^{3 \log_2 5} = (2^{\log_2 5})^3 = 5^3 = 125;$$

$$2) 9^{\log_3 12} = 3^{2 \log_3 12} = (3^{\log_3 12})^2 = 12^2 = 144;$$

$$3) 16^{\log_4 7} = 4^{2 \log_4 7} = (4^{\log_4 7})^2 = 7^2 = 49;$$

$$4) 0,125^{\log_{0,5} 1} = 0,5^{3 \log_{0,5} 1} = (0,5^{\log_{0,5} 1})^3 = 1^3 = 1.$$

$$277. 1) \log_6 x = 3 \cdot 1; \log_6 x = 3 \log_6 6; \log_6 x = \log_6 6^3; x = 6^3 = 216;$$

$$2) \log_5 x = 4 \cdot 1; \log_5 x = 4 \log_5 5; \log_5 x = \log_5 5^4; x = 5^4 = 625;$$

$$3) \log_2(5-x) = 3 \cdot 1; \log_2(5-x) = 3 \log_2 2; \log_2(5-x) = \log_2 2^3;$$

$$5-x = 2^3; 5-x = 8; x = -3;$$

$$4) \log_3(x+2) = 3 \cdot 1; \log_3(x+2) = 3 \log_3 3; \log_3(x+2) = \log_3 3^3;$$

$$x+2 = 3^3; x+2 = 27; x = 25;$$

$$5) \log_{\frac{1}{6}}(0,5+x) = -1 \cdot 1; \log_{\frac{1}{6}}(0,5+x) = -1 \cdot \log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6};$$

$$\log_{\frac{1}{6}}(0,5+x) = \log_{\frac{1}{6}} \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}; 0,5+x = 6; x = 5,5.$$

$$278. 1) \log_{\frac{1}{2}}(4-x) \text{ существует при } 4-x > 0; x < 4;$$

$$2) \log_{0,2}(7-x) \text{ существует при } 7-x > 0; x < 7;$$

$$3) \log_6 \frac{1}{1-2x} \text{ существует при } \frac{1}{1-2x} > 0; 1 > 2x; x < \frac{1}{2};$$

$$4) \log_8 \frac{5}{2x-1} \text{ существует при } \frac{5}{2x-1} > 0; 2x-1 > 0; x < \frac{1}{2};$$

5) $\log_{\frac{1}{4}}(-x^2)$ существует при $-x^2 > 0$ — не имеет действительных решений, значит $\log_{\frac{1}{4}}(-x^2)$ — не существует;

6) $\log_{0,7}(-2x^3)$ существует при $-2x^3 > 0$; $x < 0$.

$$279. 1) \log_2 \sqrt[4]{2} = \log_2 2^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \cdot \log_2 2 = \frac{1}{4};$$

$$2) \log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}} = \log_3 3^{-1,5} = -1,5 \cdot \log_3 3 = -1,5;$$

$$3) \log_{0,5} \frac{1}{\sqrt{32}} = \log_{0,5} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} \cdot \log_{0,5} 0,5 = 2,5;$$

$$4) \log_7 \frac{\sqrt[3]{7}}{49} = \log_7 7^{-2\frac{1}{3}} = -1\frac{2}{3} \cdot \log_7 7 = -1\frac{2}{3}.$$

$$280. 1) 9^{2\log_3 5} = 3^{4\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^4 = 5^4 = 625;$$

$$2) \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}\log_3 4} = 3^{-1 \cdot \log_3 4} = (3^{\log_3 4})^{-1} = 4^{-1} = \frac{1}{4};$$

$$3) \left(\frac{1}{4}\right)^{-5\log_2 3} = 2^{(-2) \cdot (-5)\log_2 3} = (2^{\log_2 3})^{10} = 3^{10} = 59049;$$

$$4) 27^{-\frac{4\log_1 5}{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{(-3)(-4)\log_1 5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{12\log_1 5} = 5^{12};$$

$$5) 10^{3-\log_{10} 5} = \frac{10^3}{10^{\log_{10} 5}} = \frac{1000}{5} = 200;$$

$$6) \left(\frac{1}{7}\right)^{1+2\log_1 3} = \frac{1}{7} \cdot \left(\left(\frac{1}{7}\right)^{\log_1 3}\right)^2 = \frac{1}{7} \cdot 3^2 = 1\frac{2}{7}.$$

$$281. 1) \log_2(\log_3 81) = \log_2(\log_3 3^4) = \log_2(4(\log_3 3)) = \log_2 2^2 = 2 \cdot \log_2 2 = 2;$$

$$2) \log_3(\log_2 8) = \log_3(\log_2 2^3) = \log_3(3 \cdot \log_2 2) = \log_3 3 = 1;$$

$$3) 2 \log_{27}(\log_{10} 1000) = 2 \log_{27}(\log_{10} 10^3) = 2 \log_{27}(3 \log_{10} 10) = \\ = 2 \log_{27} 3 = 2 \log_{27} 27^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \log_{27} 27 = \frac{2}{3};$$

$$4) \frac{1}{3} \log_9(\log_2 8) = \frac{1}{3} \log_9(\log_2 2^3) = \frac{1}{3} \log_9(3 \log_2 2) = \\ = \frac{1}{3} \log_9 3 = \frac{1}{3} \log_9 9^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \log_9 9 = \frac{1}{6};$$

$$5) 3 \log_2(\log_4 16) + \log_{\frac{1}{2}} 2 = 3 \log_2(\log_4 4^2) + \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$$

$$= 3 \log_2(2 \log_4 4) - \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 3 \log_2 2 - 1 = 3 - 1 = 2.$$

282. 1) $\log_x 27 = 3$; $\log_x 27 = 3 \log_x x$; $\log_x 27 = \log_x x^3$; $x^3 = 27$; $x^3 = 3^3$; $x = 3$;

2) $\log_x \frac{1}{7} = -1$; $\log_x \frac{1}{7} = -1 \cdot \log_x x$; $\log_x \frac{1}{7} = \log_x x^{-1}$; $\frac{1}{7} = \frac{1}{x}$; $x = 7$;

3) $\log_x \sqrt{5} = -4$; $\log_x \sqrt{5} = -4 \log_x x$; $\log_x \sqrt{5} = \log_x x^{-4}$; $\sqrt{5} = \frac{1}{x^4}$;

$$x^4 = \frac{1}{\sqrt{5}}; \quad x = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{8}}.$$

283. 1) $\log_6(49 - x^2)$ — существует при $49 - x^2 > 0$; $-7 < x < 7$;

2) $\log_7(x^2 + x - 6)$ — существует при $x^2 + x - 6 > 0$; $x < -3$ и $x > 2$;

3) $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 + 2x + 7)$ — существует при $x^2 + 2x + 7 > 0$, т.е. при любом x .

284. 1) $\log_3(1 - x^3)$ — существует при $1 - x^3 > 0$; $x^3 < 1$; $x < 1$;

2) $\log_2(x^3 + 8)$ — существует при $x^3 + 8 > 0$; $x^3 > -8$; $x > -2$;

3) $\log_{\frac{1}{4}}(x^3 + x^2 - 6x)$ — существует при $x^3 + x^2 - 6x > 0$;

$$x(x^2 + x - 6) > 0; \quad -3 < x < 0 \text{ и } x > 2;$$

4) $\log_{\frac{1}{3}}(x^3 + x^2 - 2x)$ — существует при $x^3 + x^2 - 2x > 0$;

$$x(x^2 + x - 2) > 0; \quad -2 < x < 0 \text{ и } x > 1.$$

285. 1) $2^x = 5$; $x = \log_2 5$;

2) $1,2^x = 4$; $x = \log_{1,2} 4$;

3) $4^{2x+3} = 5$; $2x+3 = \log_4 5$; $x = \frac{1}{2}(\log_4 5 - 3)$;

4) $7^{1-2x} = 2$; $1-2x = \log_7 2$; $x = \frac{1}{2}(1 - \log_7 2)$.

286. 1) $7^{2x} + 7^x - 12 = 0$; $7^x = t$; $t^2 + t - 12 = 0$; $t = -4$ — посторон-

ний корень, $t = 3$; $7^x = 3$; $x = \log_7 3$;

2) $9^x - 3^x - 12 = 0$; $3^{2x} - 3^x - 12 = 0$; $3^x = t$; $t^2 - t - 12 = 0$; $t = -3$ — посторонний корень, $t = 4$; $3^x = 4$; $x = \log_3 4$;

3) $8^{x+1} - 8^{2x-1} = 30$; $8^x = t$; $\frac{1}{8}t^2 - 8t + 30 = 0$; $t^2 - 64t + 240 = 0$; $t = 4$;

$$t_1 = 3; \quad 8^x = 4; \quad 2^{3x} = 2^2; \quad 3x = 2; \quad x_1 = \frac{2}{3}; \quad t_2 = 60; \quad 8^x = 60; \quad x_2 = \log_8 60;$$

$$4) \left(\frac{1}{9}\right)^x - 5\left(\frac{1}{3}\right)^x + 6 = 0; \left(\frac{1}{3}\right)^x = t; t^2 - 5t + 6 = 0; t_1 = 3 \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3; \left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1};$$

$$x_1 = -1; t_2 = 2; x_2 = \log_{\frac{1}{3}} 2.$$

$$287. 1) (3^x + 2^x)(3^x + 3 \cdot 2^x) = 8 \cdot 6^x; 3^{2x} + 3 \cdot 6^x + 6^x + 3 \cdot 2^{2x} - 8 \cdot 6^x = 0;$$

$$3^{2x} - 4 \cdot 6^x + 3 \cdot 2^{2x} = 0; \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3 = 0; \left(\frac{3}{2}\right)^x = t; t^2 - 4t + 3 = 0; t_1 = 3;$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = 3; x_1 = \log_{\frac{3}{2}} 3; t_2 = 1; \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1; x = \log_{\frac{3}{2}} 1; x_2 = 0$$

$$2) (3 \cdot 5^x + 2,5 \cdot 3^x)(2 \cdot 3^x - 2 \cdot 5^x) = 8 \cdot 15^x;$$

$$6 \cdot 15^x - 6 \cdot 5^{2x} + 5 \cdot 3^{2x} - 5 \cdot 15^x - 8 \cdot 15^x = 0; 5 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 5^{2x} = 0;$$

$$5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2x} - 7\left(\frac{3}{5}\right)^x - 6 = 0; t = \left(\frac{3}{5}\right)^x; 5t^2 - 7t - 6 = 0; t = -0,6 \text{ — посторонний корень, } t = 2; \left(\frac{3}{5}\right)^x = 2; \log_{\frac{3}{5}} 2 = x.$$

$$288. 1) \log_x(2x-1) \text{ существует при } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1; \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \text{ и } x > 1;$$

$x > 1;$

$$2) \log_{x-1}(x+1) \text{ существует при } \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \\ x+1 > 0 \end{cases} \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \\ x > -1 \end{cases} 1 < x < 2 \text{ и } x > 2.$$

$$289. 9^x + 9a(1-a)3^{x-2} - a^3 = 0; 9^x + 9a(1-a)3^x - a^3 = 0; t = 3^x;$$

$$t^2 + a(1-a)t - a^3 = 0; t_{1,2} = \frac{a^2 - a \pm \sqrt{a^2 + a}}{2}.$$

При $a > 0, a \neq -1$, то $x = \log_3 a^2$; если $a < 0, a \neq -1$, то $x_1 = \log_3 a^2, x_2 = \log_3(-a)$.

$$290. 1) \log_{10} 5 + \log_{10} 2 = \log_{10} 5 \cdot 2 = \log_{10} 10 = 1;$$

$$2) \log_{10} 8 + \log_{10} 125 = \log_{10} 8 \cdot 125 = \log_{10} 10^3 = 3 \cdot \log_{10} 10 = 3;$$

$$3) \log_{12} 2 + \log_{12} 72 = \log_{12} 2 \cdot 72 = \log_{12} 12^2 = 2 \cdot \log_{12} 12 = 2;$$

$$4) \log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2} = \log_3 6 \cdot \frac{3}{2} = \log_3 3^2 = 2 \log_3 3 = 2.$$

$$291. 1) \log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16} = \log_2 15 \cdot \frac{15}{16} = \log_2 2^4 = 4 \cdot \log_2 2 = 4;$$

$$2) \log_5 75 - \log_5 3 = \log_5 \frac{75}{3} = \log_5 5^2 = 2 \cdot \log_5 5 = 2;$$

$$3) \log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2 = \log_{\frac{1}{3}} \frac{54}{2} = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = -3 \cdot \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = -3;$$

$$4) \log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32 = \log_8 \frac{1}{16 \cdot 32} = \log_8 8^{-3} = -3 \cdot \log_8 8 = -3.$$

$$292. 1) \log_{13} \sqrt[5]{169} = \log_{13} 13^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5} \log_{13} 13 = \frac{2}{5};$$

$$2) \log_{11} \sqrt[3]{121} = \log_{11} 11^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_{11} 11 = \frac{2}{3};$$

$$3) \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{243} = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{5}{4}} = -\frac{5}{4} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = -1 \frac{1}{4};$$

$$4) \log_2 \frac{1}{\sqrt[6]{128}} = \log_2 2^{-\frac{7}{6}} = -\frac{7}{6} \log_2 2 = -1 \frac{1}{6}.$$

$$293. 1) \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20 = \log_8 \frac{12 \cdot 20}{15} = \log_8 8^{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \log_8 8 = 1 \frac{1}{3};$$

$$2) \log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10 = \log_9 \frac{15 \cdot 18}{10} = \log_9 9^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_9 9 = 1 \frac{1}{2};$$

$$3) \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21} = \log_7 36^{\frac{1}{2}} - \log_7 14 - \log_7 (\sqrt[3]{21})^3 = \\ = \log_7 6 - \log_7 14 - \log_7 21 = \log_7 \frac{6}{14 \cdot 21} = -2 \cdot \log_7 = -2;$$

$$4) 2 \log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45} = \log_{\frac{1}{3}} 6^2 - \log_{\frac{1}{3}} 400^{\frac{1}{2}} + \\ + \log_{\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{45})^3 = \log_{\frac{1}{3}} 36 - \log_{\frac{1}{3}} 20 + \log_{\frac{1}{3}} 45 = \log_{\frac{1}{3}} \frac{36 \cdot 45}{20} = \\ = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = -4 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = -4.$$

$$294. 1) \frac{\log_3 8}{\log_3 16} = \frac{\log_3 2^3}{\log_3 2^4} = \frac{3 \cdot \log_3 2}{4 \cdot \log_3 2} = \frac{3}{4};$$

$$2) \frac{\log_5 27}{\log_5 9} = \frac{\log_5 3^3}{\log_5 3^2} = \frac{3 \log_5 3}{2 \log_5 3} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2};$$

$$3) \frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9} = \frac{\log_5 \frac{36}{12}}{\log_5 3^2} = \frac{\log_5 3}{2 \log_5 3} = \frac{1}{2};$$

$$4) \frac{\log_7 8}{\log_{15} - \log_7 30} = \frac{\log_7 2^3}{\log_7 \frac{15}{30}} = \frac{3 \cdot \log_7 2}{\log_7 2^{-1}} = \frac{-3 \cdot \log_7 2}{1 \cdot \log_7 2} = -3.$$

$$295. 1) \log_a x = \log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} =$$

$$= 3 \log_a a + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 + \frac{1}{2}(-2) = 8;$$

$$2) \log_a x = \log_a \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3} = \log_a a^4 + \log_a \sqrt[3]{b} + \log_a c^{-3} =$$

$$= 4 \log_a a + \frac{1}{3} \log_a b - 3 \cdot \log_a c = 4 + \frac{1}{3} \cdot 3 - 3 \cdot (-2) = 11.$$

$$296. 1) \frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72} = \frac{\log_2 24 - \log_2 \sqrt{72}}{\log_3 18 - \log_3 \sqrt[3]{72}} = \frac{\log_2 \frac{24}{\sqrt{72}}}{\log_3 \frac{18}{\sqrt[3]{72}}}$$

$$= \frac{\log_2 2^{\frac{3}{2}}}{\log_3 3^{\frac{3}{4}}} = \frac{\frac{3}{2} \log_2 2}{\frac{3}{4} \log_3 3} = \frac{9}{8} = 1 \frac{1}{8}$$

$$2) \frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150} = \frac{\log_7 14 - \log_7 \sqrt[3]{56}}{\log_6 30 - \log_6 \sqrt{150}} = \frac{\log_7 \frac{14}{\sqrt[3]{56}}}{\log_6 \frac{30}{\sqrt{150}}}$$

$$= \frac{\log_7 7^{\frac{2}{3}}}{\log_6 6^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \log_7 7}{\frac{1}{2} \cdot \log_6 6} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

$$3) \frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2} = \frac{\log_2 2^2 + \frac{1}{2} \log_2 (2 \cdot 5)}{\log_2 2^2 + 3} =$$

$$= \frac{2 \log_2 2 + \frac{1}{2} (\log_2 2 + \log_2 5)}{2 \log_2 2 + \log_2 5 + 3} = \frac{\frac{1}{2} (5 + \log_2 5)}{5 + \log_2 5} = \frac{1}{2};$$

$$4) \frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27} = \frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 2^6}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 3^3} = \frac{0}{5 \log_5 2} = 0.$$

297.

$$1) \log_3 x = 4 \log_3 a + 7 \log_3 b = \log_3 a^4 + \log_3 b^7 = \log_3 a^4 \cdot b^7 = \log_3 (a^4 \cdot b^7);$$

$$x = a^4 b^7;$$

$$2) \log_5 x = 2 \log_5 a - 3 \log_5 b = \log_5 a^2 - \log_5 b^3 = \log_5 \frac{a^2}{b^3}; \quad x = \frac{a^2}{b^3};$$

$$3) \log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5} \log_{\frac{1}{2}} b; \quad \log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} a^{\frac{2}{3}} - \log_{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{5}};$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{a^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{5}}} \right);$$

$$4) \log_{\frac{2}{3}} x = \frac{1}{4} \log_{\frac{2}{3}} a + \frac{4}{7} \log_{\frac{2}{3}} b = \log_{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{4}} + \log_{\frac{2}{3}} b^{\frac{4}{7}} = \log_{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{4}{7}}; x = a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{4}{7}}.$$

$$\mathbf{298.} \ 1) \ 36^{\log_6 5} + 10^{1-\log_{10} 2} - 8^{\log_2 3} = \left(6^{\log_6 5}\right)^2 + \frac{10}{10^{\log_{10} 2}} - \left(2^{\log_2 3}\right)^3 =$$

$$= 5^2 + \frac{10}{2} - 3^3 = 25 + 5 - 27 = 3;$$

$$2) \ (81^{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}) \cdot 49^{\log_7 2} = \left(9^{\frac{1}{2} - \log_9 4} + (125^{\log_{125} 8})^{\frac{2}{3}}\right) \times$$

$$\times (7^{\log_7 2})^2 = \left(9^{\frac{3}{\log_9 4}} + 8^{\frac{2}{3}}\right) \cdot 2^2 = \left(\frac{3}{4} + 4\right) \cdot 4 = 3 + 16 = 19;$$

$$3) \ 16^{1+\log_4 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3} + 3 \log_5 5 = 16 \cdot (4^{\log_4 5})^2 + 2^{\log_2 3} \cdot (8^{\log_8 5})^2 =$$

$$= 16 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^2 = 19 \cdot 25 = 475;$$

$$4) \ 72 \cdot \left(49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 5^{-\log_{\sqrt{5}} 4}\right) = 72 \cdot \left(\frac{7^{\log_7 9}}{(7^{\log_7 6})^2}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}^{\log_{\sqrt{5}} 4}}\right)^2 = 72 \cdot \left(\frac{9}{36} + \frac{1}{16}\right) =$$

$$= 72 \cdot \left(\frac{9}{36} + \frac{1}{16}\right) = 18 + \frac{72}{16} = 22,5.$$

299.

$$a^{\log_a p b} = (a^{p \log_a p b})^{\frac{1}{p}} = b^{\frac{1}{p}} = (a^{\log_a b})^{\frac{1}{p}} = a^{\frac{1}{p} \log_a b}, \text{ значит, } \log_a p b = \frac{1}{p} \log_a b;$$

$$1) \ \log_{36} 2 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{6}} 3 = \log_{6^2} 2 - \frac{1}{2} \log_{6^{-1}} 3 = \log_{6^2} 2 - \frac{1}{2} \log_{6^{-1}} 3 =$$

$$= \frac{1}{2} \log_6 2 - \frac{1}{2} \log_6 3 = \frac{1}{2} \log_6 (2 \cdot 3) = \frac{1}{2} \log_6 6 = \frac{1}{2};$$

$$2) \ 2 \log_5 30 + \log_{0,2} 6 = 2 \log_5 (30) + \log_{\frac{1}{5}} (6) = \log_5 30 + \log_5 6 = \log_5 \frac{30}{6} = \log_5 5 = 1.$$

$$\mathbf{300.} \ 1) \ \log_{\sqrt{3}} 50 = \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} (50) = 2 \log_3 50 = 2(\log_3 5 + \log_3 10) =$$

$$= 2(\log_3 3 + \log_3 5 + \log_3 10 - 1) = 2(\log_3 15 + \log_3 10 - 1) = 2(a + b - 1);$$

$$2) \ \log_4 1250 = \log_{2^2} (5^4 \cdot 2) = \frac{1}{2} (\log_2 5^4 + \log_2 2) = 2 \log_2 5 + \frac{1}{2} = 2a + \frac{1}{2}.$$

$$\mathbf{301.} \ 1) \ \lg 23 \approx 1,362; \quad 2) \ \lg 7 \approx 0,845;$$

$$3) \ \lg 0,37 \approx -0,432; \quad 4) \ \lg \frac{2}{3} \approx -0,176.$$

$$\mathbf{302.} \ 1) \ \ln 81 \approx 4,394; \quad 2) \ \ln 2 \approx 0,693;$$

$$3) \ \ln 0,17 \approx 1,772; \quad 4) \ \ln \frac{6}{7} \approx -0,154.$$

$$\mathbf{303.} \ 1) \ \log_7 25 = \frac{\lg 25}{\lg 7} \approx 1,65; \quad 2) \ \log_5 8 = \frac{\lg 8}{\lg 5} \approx 1,29;$$

$$3) \log_9 0,75 = \frac{\lg 0,75}{\lg 9} \approx -0,13; \quad 4) \log_{0,75} 1,13 = \frac{\lg 1,13}{\lg 0,75} \approx -0,42.$$

$$304. 1) \log_7 5 = \frac{\ln 5}{\ln 7} \approx -0,83; \quad 2) \log_8 15 = \frac{\ln 15}{\ln 8} \approx 1,3;$$

$$3) \log_{0,7} 9 = \frac{\ln 9}{\ln 0,7} \approx -6,16; \quad 4) \log_{1,1} 0,23 = \frac{\ln 0,23}{\ln 1,1} \approx -15,42.$$

$$305. 1) \log_5 3 = \frac{\log_7 3}{\log_7 5}; \quad 2) \lg 6 = \frac{\log_7 6}{\log_7 10};$$

$$3) \log_2 7 = \frac{\log_7 7}{\log_7 2} = \frac{1}{\log_7 2}; \quad 4) \log_5 \frac{1}{3} = \frac{\log_7 \frac{1}{3}}{\log_7 5};$$

$$5) \lg_7 \frac{1}{3} = \frac{\log_7 7}{\log_7 10} = \frac{1}{\log_7 10}; \quad 6) \log_3 7 = \frac{\log_7 7}{\log_7 3} = \frac{1}{\log_7 3}.$$

$$306. 1) 5^{\frac{\lg 625}{\lg 25}} = 5^{\frac{\lg(25)^2}{\lg 25}} = 5^{\frac{2 \lg 25}{\lg 25}} = 5^2 = 25;$$

$$2) \log_{\frac{1}{4}}(\log_3 4 \cdot \log_2 3) = \log_{\frac{1}{4}}(\log_3 2^2 \cdot \log_2 3) = -\frac{1}{2} \log_2 2 = -\frac{1}{2}.$$

$$307. 1) \log_5 x = 2 \log_5 3 + 4 \log_5 2; \quad \log_5 x = \log_5 3^2 + 4 \log_5 2;$$

$$\log_5 x = \log_5 9 \cdot 4; \quad \log_5 x = \log_5 36; \quad x = 36;$$

$$2) \log_2 x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x = 9; \quad \log_2 x + \log_2 x^2 = 9 \log_2 2; \quad \log_2 x^3 = \log_2 2^9;$$

$$x^3 = 2^9; \quad x = 2^3 = 8;$$

$$3) \log_3 x = 9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4; \quad \log_3 x = 9 \log_{3^3} 8 - \log_3 4^3;$$

$$\log_3 x = 3 \log_3 8 - \log_3 64; \quad \log_3 x = \log_3 \left(\frac{8^3}{64} \right); \quad x = 8;$$

$$4) \log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x = 3; \quad \frac{1}{2} \log_3 x^2 + 2 \log_3 x = 3 \cdot \log_3 3;$$

$$\log_3 x + \log_3 x^2 = \log_3 3^3; \quad \log_3 x^3 = \log_3 3^3; \quad x^3 = 3^3; \quad x = 3;$$

$$5) \log_2 x + \log_8 x = 8; \quad \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2 x = 8 \log_2 2;$$

$$\log_2 x + \log_2 x^{\frac{1}{3}} = \log_2 2^8; \quad \log_2 x^{\frac{4}{3}} = \log_2 2^8; \quad x^{\frac{4}{3}} = 2^8; \quad x = 64;$$

$$6) \log_4 x - \log_{16} x = \frac{1}{4}; \quad \log_4 x - \frac{1}{2} \log_4 x = \frac{1}{4} \log_4 4;$$

$$\log_4 x - \log_4 x^{\frac{1}{2}} = \log_4 2^{\frac{1}{2}}; \quad \log_4 x^{\frac{1}{2}} = \log_4 2^{\frac{1}{2}}; \quad x^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}; \quad x = 2.$$

308.

$$\log_{49} 28 = \log_{7^2} 28 = \frac{1}{2} \log_7 (2^2 \cdot 7) = \frac{1}{2} (\log_7 2^2 + \log_7 7) = \log_7 2 + \frac{1}{2} = m + \frac{1}{2}.$$

$$309. \log_{15} 30 = \log_{15} 3 + \log_{15} 10 = \frac{\lg 3}{\lg 15} + \frac{\lg 10}{\lg 15} = \frac{\lg 3 + 1}{\lg 3 + \lg 5} = \frac{m+1}{m+n}$$

$$310. \log_{24} 72 = \frac{\log_6 72}{\log_6 24} = \frac{\log_6 6^2 + \log_6 2}{\log_6 6 + \log_6 2^2} = \frac{2 + \log_6 2}{1 + 2\log_6 2} = \frac{2+m}{1+2m}$$

$$311. \log_{36} 9 = \log_{36} \frac{36}{4} = \log_{36} 36 - \log_{36} 4 = 1 - \log_{36} 8^{\frac{2}{3}} =$$

$$= 1 - \frac{2}{3} \log_{36} 8 = 1 - \frac{2}{3} m.$$

312.

$$1) \frac{\log_3 216}{\log_8 3} - \frac{\log_3 24}{\log_{72} 3} = \frac{\log_3 6^3}{\frac{\log_3 3}{\log_3 8}} - \frac{\log_3 24}{\frac{\log_3 24}{\log_3 72}} = 3 \log_3 6 \cdot 3 \log_3 2 -$$

$$- \log_3 24 \cdot \log_3 72 = 9(\log_3 3 + \log_3 2) \log_3 2 - (\log_3 3 + 3 \log_3 2) \times$$

$$\times (2 \log_3 3 + 3 \log_3 2) = 9(\log_3 2 + (\log_3 2)^2) - (2 + 3 \log_3 2 +$$

$$+ 6 \log_3 2 + 9(\log_3 2)^2) = -2;$$

$$2) \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2} - \frac{\log_2 24}{\log_{96} 2} = \frac{\log_2 192}{\frac{\log_2 2}{\log_2 12}} - \frac{\log_2 24}{\frac{\log_2 24}{\log_2 96}} = \log_2 (3 \cdot 2^6) \cdot \log_2 (3 \cdot 2^2) -$$

$$- \log_2 (3 \cdot 2^3) \cdot \log_2 (3 \cdot 2^5) = (\log_2 3 + 6 \log_2 2) \cdot (\log_2 3 + 2 \log_2 2) - (\log_2 3 +$$

$$+ 3 \log_2 2) \times (\log_2 3 + 5 \log_2 2) = (\log_2 3)^2 + 2 \log_2 2 + 6 \log_2 3 + 12 - (\log_2 3)^2 -$$

$$- 5 \log_2 3 - 3 \log_2 3 - 15 = -3.$$

$$313. 1) \log_2^2 x - 9 \log_8 x = 4; \log_2^2 x - 3 \log_2 x - 4 = 0; \log_2 x = t;$$

$$t^2 - 3t - 4 = 0; t_1 = -1; \log_2 x = -1; \log_2 x = \log_2 \frac{1}{2}; x_1 = \frac{1}{2}; t_2 = 4;$$

$$\log_2 x = 4; \log_2 x = \log_2 2^4; x_2 = 16;$$

$$2) 16 \log_{16}^2 x + 3 \log_4 x - 1 = 0; 4 \log_4^2 x + 3 \log_4 x - 1 = 0; \log_4 x = t;$$

$$4t^2 + 3t - 1 = 0; t_1 = -1; \log_4 x = -1; \log_4 x = \log_4 \frac{1}{4}; x_1 = \frac{1}{4}; t_2 = \frac{1}{4};$$

$$\log_4 x = \log_4 4^{\frac{1}{4}}; x_2 = \sqrt[4]{2};$$

$$3) \log_3^2 x + 5 \log_9 x - 1,5 = 0; \log_3^2 x + 2,5 \log_3 x - 1,5 = 0; \log_3 x = t;$$

$$t^2 + 2,5t - 1,5 = 0; t_1 = -1,3; \log_3 x = -3; \log_3 x = \log_3 3^{-3};$$

$$x_1 = 3^{-3} = \frac{1}{27}; t_2 = \frac{1}{2}; \log_3 x = \frac{1}{2}; \log_3 x = \log_3 3^{\frac{1}{2}}; x_2 = \sqrt{3};$$

$$4) \log_3^2 x - 15 \log_{27} x + 6 = 0; \log_3^2 x - 5 \log_3 x + 6 = 0; \log_3 x = t;$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0; t_1 = 2; \log_3 x = 2; \log_3 x = \log_3 3^2; x_1 = 9; t_2 = 3;$$

$$\log_3 x = 3; \log_3 x = \log_3 3^3; x_2 = 27.$$

$$314. 1) \frac{\log_5 2}{\log_5 6} + \frac{\log_4 3}{\log_4 6} = \log_6 2 + \log_6 3 = \log_6(2 \cdot 3) = 1;$$

$$2) (\log_7 2 + \frac{1}{\log_5 7}) \lg 7 = (\log_7 2 + \frac{\log_5 5}{\log_5 7}) \frac{\log_7 7}{\log_7 10} =$$

$$= (\log_7 2 + \log_7 5) \cdot \frac{1}{\log_7 10} = \frac{\log_7(2 \cdot 5)}{\log_7 10} = 1;$$

$$3) \frac{\log_2 3}{\log_4 9} = \frac{2 \cdot \log_2 3}{\log_2 3^2} = \frac{2 \cdot \log_2 3}{\log_2 3} = 2.$$

315. 8-ми процентное увеличение жителей города, начальное количество которых a , через n лет становится равным $a(1,08)^n$, число жителей удвоится через $2a = a(1,08)^n$; $2 = (1,08)^n$; $n = \log_{1,08} 2 \approx 9$ лет.

316. Пусть первоначальная масса воздуха a , тогда через n качаний поршневого насоса в нем останется $\frac{1}{10^{16}}$ первоначальной массы:

$$a(1 - 0,012)^n = \frac{a}{10^{16}}; n = \log_{0,988} \frac{1}{10^{16}} = -16 \log_{0,988} 10 \approx 3052.$$

$$317. 1) n = 7; e \approx 2,7182539; \quad 2) n = 8; e \approx 2,7182788;$$

$$3) n = 9; e \approx 2,7182815; \quad 4) n = 10; e \approx 2,7182819.$$

$$318. 1) \log_3 \frac{6}{5} > \log_3 \frac{5}{6}; 3 > 1; \frac{6}{5} > \frac{5}{6}; 2) \log_{\frac{1}{3}} 9 > \log_{\frac{1}{3}} 17; \frac{1}{3} < 1; 9 < 17;$$

$$3) \log_{\frac{1}{2}} l > \log_{\frac{1}{2}} \pi; \frac{1}{2} < 1; l > \pi; 4) \log_2 \frac{\sqrt{5}}{2} > \log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}; 2 > 1; \frac{\sqrt{5}}{2} > \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$319. 1) \log_3 4,5 > 0 = \log_3 1, \text{ т.к. } 3 > 1; 4,5 > 1;$$

$$2) \log_3 0,45 < 0 = \log_3 1, \text{ т.к. } 3 > 1; 0,45 < 1;$$

$$3) \log_5 25,3 > 0 = \log_5 1, \text{ т.к. } 5 > 1; 25,3 > 1;$$

$$4) \log_{0,5} 9,6 < 0 = \log_{0,5} 1, \text{ т.к. } 0,5 < 1; 9,6 > 1.$$

$$320. 1) \log_3 x = -0,3; \log_3 x = \log_3 3^{-0,3}; x = 3^{-0,3} < 1 = 3^0, \text{ т.к. } 3 > 1;$$

$$-0,3 < 0;$$

$$2) \log_{\frac{1}{3}} x = 1,7; \log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{1,7} x = \left(\frac{1}{3}\right)^{1,7} < 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0; \text{ т.к. } \frac{1}{3} < 1; 1,7 > 0;$$

$$3) \log_2 x = 1,3; \log_2 x = \log_2 2^{1,3}; x = 2^{1,3} > 1 = 2^0; \text{ т.к. } 2 > 1; 1,3 > 0.$$

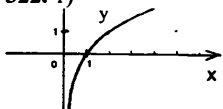
$$321. 1) y = \log_{0,075} x \text{ — убывающая, т.к. } 0 < 0,075 < 1;$$

2) $y = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x$ — убывающая, т.к. $0 < \frac{\sqrt{3}}{2} < 1$;

3) $y = \lg x = \log_{10} x$ — возрастающая, т.к. $10 > 1$;

4) $y = \ln x = \log_e x$ — возрастающая, т.к. $e > 1$.

322. 1)



2)

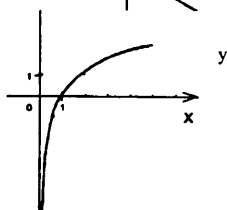


323. $\log_2 3 \approx 1,6$;

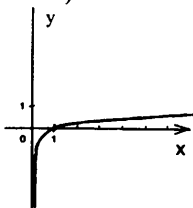
$\log_2 0,3 \approx -1,7$;

$\log_2 5 \approx 2,3$;

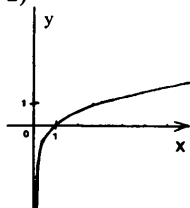
$\log_2 0,7 \approx -0,5$.



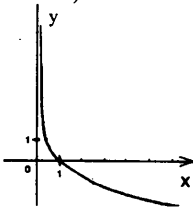
324. 1)



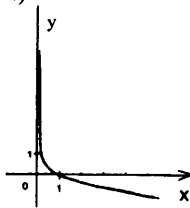
2)



3)



4)



325. 1) $\log_5 x > \log_5 3$; $x > 3$, т.к. $5 > 1$;

2) $\log_{\frac{1}{5}} x > \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{8}$; $x \geq \frac{1}{8}$, т.к. $\frac{1}{5} < 1$;

3) $\lg x > \lg 4$; $x < 4$, т.к. $10 > 1$;

4) $\ln x > \ln 0,5$; $x > 0,5$, т.к. $e > 1$.

326. 1) $\log_3 x < 2$; $\log_3 x < \log_3 3^2$; $x < 9$, т.к. $3 > 1$;

2) $\log_{0,4} x > 2$; $\log_{0,4} x > \log_{0,4} (0,4)^2$; $x < 0,16$, т.к. $0,4 < 1$;

3) $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 16$; $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$; $x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$, т.к. $\frac{1}{2} < 1$;

4) $\log_{0,4} x \leq 2$; $\log_{0,4} x \leq \log_{0,4} 0,4^2$; $x \geq 0,16$, т.к. $0,4 < 1$.

327. 1) $\log_3(5x-1) = 2$; $\log_3(5x-1) = \log_3 3^2$; $5x-1 = 9$; $x = 2$;

2) $\log_5(3x+1) = 2$; $\log_5(3x+1) = \log_5 5^2$; $3x+1 = 25$; $x = 8$;

3) $\log_4(2x-3) = 1$; $\log_4(2x-3) = \log_4 4$; $2x-3 = 4$; $x = 3,5$;

4) $\log_7(x+3) = 2$; $\log_7(x+3) = \log_7 7^2$; $x+3 = 49$; $x = 46$;

5) $\lg(3x-1) = 0$; $\lg(3x-1) = \lg 1$; $3x-1 = 1$; $x = \frac{2}{3}$;

6) $\lg(2-5x) = 1$; $\lg(2-5x) = \lg 10$; $2-5x = 10$; $x = -1,6$.

328. 1) $y = \log_4(x-1)$ — область определения $x-1 > 0$; $x > 1$;

2) $y = \log_{0,3}(1+x)$ — область определения $1+x > 0$; $x > -1$;

3) $y = \log_3(x^2+2x)$ — область определения $x^2+2x > 0$; $x < -2$ и $x > 0$;

4) $y = \log_{\sqrt{2}}(4-x^2)$ — область определения $4-x^2 > 0$; $-2 < x < 2$.

329. $y = \log_2(x^2-1)$ — область определения $x^2-1 > 0$; $x < -1$; $x > 1$, т.к. $x > 1$ — входит в область определения и $2 > 1$, то данная функция возрастает на промежутке $x > 1$.

330.

1) $\frac{1}{2} + \lg 3 = \lg 3^{\frac{1}{2}} + \lg 3 = \lg 3^{\frac{1}{2}} < \lg 19 - \lg 2 = \lg 9,5$, т.к. $10 > 1$; $3^{\frac{1}{2}} < 9,5$;

2) $\frac{\lg 5 + \lg \sqrt{7}}{2} = \lg \sqrt{\frac{5}{\sqrt{7}}} < \lg \frac{5+\sqrt{7}}{2}$, т.к. $10 > 1$, $\sqrt{\frac{5}{\sqrt{7}}} < \frac{5+\sqrt{7}}{2}$;

3) $3(\lg 7 - \lg 5) = \lg(1,4)^3 > \lg 9 - \frac{2}{3} \lg 8 = \lg \frac{9}{4} = \lg 2,25$, т.к. $10 > 1$;

$(1,4)^3 = 2,744 > 2,25$;

4) $\lg \lg 50 < \lg^3 50$.

331. 1) $y = \log_8(x^2-3x-4)$ — область определения $x^2-3x-4 > 0$; $x < -1$ и $x > 4$;

2) $y = \log_{\sqrt{3}}(-x^2+5x+6)$ — область определения $-x^2+5x+6 < 0$; $-1 < x < 6$;

3) $y = \log_{0,7} \frac{x^2-9}{x+5}$ — область определения $\frac{x^2-9}{x+5} > 0$; $-5 < x < -3$ и $x > 3$;

4) $y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x-4}{x^2+4}$ — область определения $\frac{x-4}{x^2+4} > 0$; $x > 4$;

5) $y = \log_{\pi}(2^x-2)$ — область определения $2^x-2 > 0$; $2^x > 2$; $x > 1$;

6) $y = \log_3(3^{x-1} - 9)$ — область определения $3^{x-1} > 9$; $x-1 > 2$; $x > 3$.

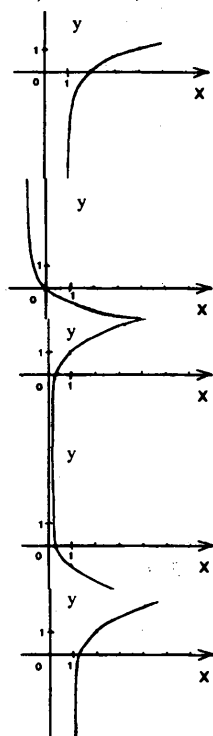
332. 1) $y = \log_3(x-1)$ — область определения $x-1 > 0$; $x > 1$;
множество значений — множество \mathbb{R} .

2) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$ — область определения $x+1 > 0$; $x > -1$;
множество значений — множество \mathbb{R} .

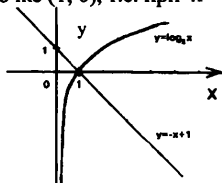
3) $y = 1 + \log_3 x$ — область определения $x > 0$;
множество значений — множество \mathbb{R} .

4) $y = \log_{\frac{1}{3}} x - 1$ — область определения $x > 0$;
множество значений — множество \mathbb{R} .

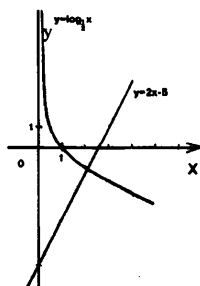
5) $y = 1 + \log_3(x-1)$ — область определения $x-1 > 0$; $x > 1$;
множество значений — множество \mathbb{R} .



333. 1) $\log_2 x = -x + 1$; из рисунка видно, что графики функций $y = \log_2 x$ и $y = -x + 1$ пересекаются в точке $(1; 0)$, т.е. при $x = 1$.

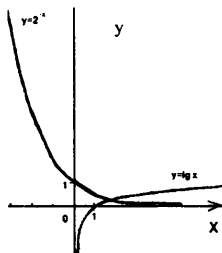
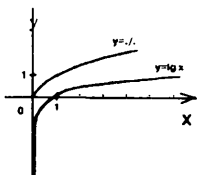


2) Из рисунка видно, что графики функций $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ и $y = 2x - 5$ пересекаются при $x = \frac{1}{2}$.

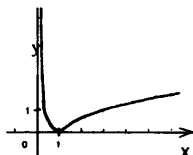


3) Из рисунка видно, что графики функций $y = \lg x$ и $y = \sqrt{x}$ не пересекаются.

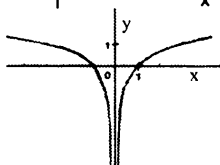
4) Из рисунка видно, что графики функций $y = \lg x$ и $y = 2^{-x}$ пересекаются при $x \approx 2$.



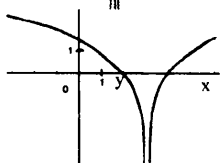
334. 1) $y = |\log_3 x|$ область определения — $x > 0$, множество значений $y \geq 0$; данная функция убывает при $0 < x \leq 1$, возрастает при $x > 1$.



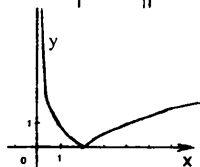
2) $y = \log_3 |x|$ область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x = 0$; множество значений — множество \mathbb{R} , данная функция убывает при $x < 0$, возрастает при $x > 0$.



3) $y = \log_2 |3 - x|$ область определения — множество \mathbb{R} , кроме $x = 3$; множество значений — множество \mathbb{R} , данная функция убывает при $x < 3$, возрастает при $x > 3$.



4) $y = |1 - \log_2 x|$ область определения — $x > 0$, кроме $x = 3$; множество значений — $y \geq 0$, данная функция убывает при $0 < x \leq 2$, возрастает при $x > 2$.



335. 1) $y = \log_2 |3 - x| - \log_2 |x^3 - 8|$ — область определения

$$\begin{cases} |3 - x| > 0 \\ |x^3 - 8| > 0 \end{cases}, \text{ т.е. } x \neq 3; \text{ и } x^3 - 8 \neq 0; x \neq 3 \text{ и } x \neq 2;$$

$$x \in (-\infty; 2) \cup (2; 3) \cup (3; \infty).$$

2) $y = \log_{0,3} \sqrt{x+1} + \log_{0,4} (1 - 8x^3)$ — область определения

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 1-8x^3 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > -1 \\ x^3 < \frac{1}{8} \end{cases}; \begin{cases} x > -1 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}; -1 < x < \frac{1}{2}.$$

336. 1) $x^2 - 5x + 6 = 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = 2$; $x - 3 = 0$; $x = 3$, значит $x^2 - 5x + 6 = 0$ является следствием $x - 3 = 0$;

2) $|x| = 5$; $x_{1,2} = \pm 5$; $\sqrt{x^2} = 5$; $x_{1,2} = \pm 5$, значит, каждое из двух уравнений является следствием другого.

$$3) \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = 0 \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0; & x = 2; x^2 - 3x + 2 = 0; x_1 = 1 \text{ и } x_2 = 2, \text{ зна-} \\ x - 1 \neq 0 \end{cases}$$

чит, $x^2 - 3x + 2 = 0$ — следствие уравнения $\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = 0$.

4) $\log_8 + \log_8(x-2) = 1$; $\log_8(x^2 - 2x) = \log_8 8$; $x^2 - 2x - 8 = 0$; $x_1 = -2$ — посторонний корень, $x_2 = 4$;

$\log_8(x-2) = 1$; $\log_8 x^2 - 2x = \log_8 8$; $x^2 - 2x - 8 = 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = 4$, значит, уравнение $\log_8(x^2 - 2x) = 1$; является следствием уравнения $\log_8 + \log_8(x-2) = 1$.

337. 1) $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$; $\log_2(x-5)(x+2) = \log_2 2^3$; $x^2 - 3x - 10 = 8$;
 $x^2 - 3x - 18 = 0$; $x = -3$ — посторонний корень, значит, $x = 6$.

2) $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$; $\log_3(x-2)(x+6) = \log_3 3^2$;

$x^2 + 4x - 12 = 9$; $x^2 + 4x - 21 = 0$; $x = -7$ — посторонний корень, $x = 3$.

3) $\lg(x + \sqrt{3}) + \lg(x - \sqrt{3}) = 0$; $\lg(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = \lg 1$; $x^2 - 3 = 1$; $x^2 = 4$; $x = -2$ — посторонний корень, $x = 2$.

4) $\lg(x-1) + \lg(x+1) = 0$; $\lg(x-1)(x+1) = \lg 1$; $x^2 - 1 = 1$; $x^2 = 2$; $x = -\sqrt{2}$ — посторонний корень, значит, $x = \sqrt{2}$.

338. 1) $\lg(x-1) - \lg(2x-1) = \lg 2$; $\lg \frac{x-1}{2x-1} = \lg 2$; $\frac{x-1}{2x-1} = 2$;

$x-1=4x-22$; $3x=21$; $x=7$;

2) $\lg(3x-1) - \lg(x+5) = \lg 5$; $\lg \frac{3x-1}{x+5} = \lg 5$; $\frac{3x-1}{x+5} = 5$; $3x-1=5x+25$; $2x=-26$;

$x=-13$ — посторонний корень, значит, данное уравнение не имеет действительных решений.

3) $\log_3(x^3 - x) - \log_3 x = \log_3 3$; $\log_3 \frac{x^3 - x}{x} = \log_3 3$; $x^2 - 1 = 3$; $x^2 = 4$;

$x=-2$ — посторонний корень; $x=2$.

339. 1) $\frac{1}{2} \lg(x^2 + x - 5) = \lg 5x + \lg \frac{1}{5x}$; $\lg \sqrt{x^2 + x - 5} = \lg \frac{5x}{5x}$; $\sqrt{x^2 + x - 5} = 1$;

$x^2 + x - 6 = 0$; $x = -3$ — посторонний корень; $x = 2$.

2) $\frac{1}{2} \lg(x^2 - 4x - 1) = \lg 8x - \lg 4x$; $\lg \sqrt{x^2 - 4x - 1} = \lg \frac{8x}{4x}$; $\sqrt{x^2 - 4x - 1} = 2$;

$x^2 - 4x - 5 = 0$; $x = -1$ — посторонний корень; $x = 5$.

340. 1) $\log_3(5x+3) = \log_3(7x+5)$; $5x+3=7x+5$; $x=-1$ — посторонний корень, значит, данное уравнение не имеет действительных решений.

2) $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) = \log_{\frac{1}{2}}(6x+8)$; $3x-1=6x+8$; $x=-3$ — посторонний

корень, значит, данное уравнение не имеет действительных решений.

341. 1) $\log_7(x-1) \log_7 x = \log_7 x$; $\begin{cases} \log_7 x = 0 \\ \log_7(x-1) = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} \log_7 x = \log_7 1 \\ \log_7(x-1) = \log_7 7 \end{cases}$;

$x + 1$ — посторонний корень; $x - 1 = 7$; $x = 8$

$$2) \log_3 x \log_3 (3x - 2) = \log_3 (3x - 2); \begin{cases} \log_3 (3x - 2) = 0 \\ \log_3 x = 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \log_3 (3x - 2) = \log_3 1 \\ \log_3 x = \log_3 \frac{1}{3} \end{cases}; \quad 3x - 2 = 1; x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{3} - \text{посторонний корень};$$

$$3) \log_2 (3x + 1) \log_3 x = 2 \log_2 (3x + 1); \begin{cases} \log_2 (3x + 1) = 0 \\ \log_3 x = \log_3 3^2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \log_2 (3x + 1) = \log_2 1 \\ \log_3 x = \log_3 9 \end{cases}; \quad 3x + 1 = 1; x = 0 - \text{посторонний корень, значит, } x = 9;$$

$$4) \log_{\sqrt{3}} (x - 2) \log_5 x = 2 \log_3 (x - 2); \quad 2 \log_3 (x - 2) \log_5 x = 2 \log_3 (x - 2);$$

$$\begin{cases} \log_3 (x - 2) = 0 \\ \log_5 x = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} \log_3 (x - 2) = \log_3 1 \\ \log_5 x = \log_5 5 \end{cases}; \quad x_1 = 3; \quad x_2 = 5.$$

$$342. 1) \begin{cases} \lg x - \lg y = 2 \\ x - 10y = 900 \end{cases} \begin{cases} \lg \frac{x}{y} = \lg 10^2 \\ x = 900 + 10y \end{cases} \begin{cases} x = 100y \\ x = 900 + 10y \end{cases} \begin{cases} x = 100y \\ 100y = 900 + 10y \end{cases} \begin{cases} y = 10 \\ x = 1000 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 2 \\ x^2 y - 2y + 9 = 0 \end{cases} \begin{cases} \log_3 xy = \log_3 3^2 \\ x^2 y - 2y + 9 = 0 \end{cases} \begin{cases} xy = 9 \\ x^2 y - 2y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9}{y} \\ \frac{81}{y} - 2y + 9 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{9}{y} \\ 2y^2 - 9y - 81 = 0 \end{cases} \quad y = -4,5 - \text{посторонний корень, значит, } \begin{cases} y = 9 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$343. 1) \log_5 x^2 = 0; \log_5 x^2 = \log_5 1; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1;$$

$$2) \log_4 x^2 = 3; \log_4 x^2 = \log_4 4^3; x^2 = 64; x_{1,2} = \pm 8;$$

$$3) \log_3 x^3 = 0; \log_3 x^3 = \log_3 1; x^3 = 1; x = 1;$$

$$4) \log_4 x^3 = 6; \log_4 x^3 = \log_4 x^3 4^6; x^3 = 4096; x = 16;$$

$$5) \lg x^4 + \lg 4x = 2 + \lg x^3; \lg(4 \cdot x^5) = \lg 10^2 + \lg x^3;$$

$\lg(4x^5) = \lg(100x^3); 4x^5 = 100x^3; x^3(x^2 - 25) = 0; x = 0$ — посторонний корень; $x = -5$ — посторонний корень, значит, $x = 5$.

6) $\lg x + \lg x^2 = \lg 9x; \lg x^3 = \lg 9x; x^3 = 9x; x(x^2 - 9) = 0; x_1 = 0$ и $x_2 = -3$ — посторонние корни, значит $x = 3$.

344.

$$\log_4 (x + 2)(x + 3) + \log_4 \frac{x - 2}{x + 3} = 2; \log_4 (x^2 - 4) = \log_4 4^2; x^2 - 4 = 16;$$

$$1) x^2 = 20; x_{1,2} = \pm \sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5};$$

$$2) \log_2 \frac{x-1}{x+4} + \log_2 (x-1)(x+4) = 2; \log_2 (x-1)^2 = \log_2 2^2; (x-1)^2 = 4; x = -1$$
 —

посторонний корень, значит $x = 3$;

$$3) \log_3 x^2 - \log_3 \frac{x}{x+6} = 3; \log_3 x(x+6) = \log_3 3^3; x^2 + 6x - 27 = 0; x_1 = -9; x_2 = 3;$$

$$4) \log_2 \frac{x+4}{x} + \log_2 x^2; \log_2((x+4)x) = \log_2 2^5; x = (x+4) = 32; x^2 + 4x - 32 = 0; x_1 = 4; x_2 = -8.$$

$$345. 1) 2^{3 \lg x} \cdot 5^{\lg x} = 1600; (2^3 \cdot 5)^{\lg x} = 1600; 40^{\lg x} = 40^2; \lg x = 2; \lg x = \lg 10^2; x = 10^2; x = 100;$$

$$2) 2^{\log_3 x^2} \cdot 5^{\log_3 x} = 400; 2^{2 \log_3 x} \cdot 5^{\log_3 x} = 400; (4 \cdot 5)^{\log_3 x} = 20^2;$$

$$20^{\log_3 x} = 20^2; \log_3 x = \log_3 3^2; x = 3^2; x = 9;$$

$$3) \frac{1}{4 + \lg x} + \frac{2}{2 - \lg x} = 1; 2 - \lg x + 8 + 2 \lg x = (4 + \lg x)(2 - \lg x);$$

$$10 + \lg x = 8 - 2 \lg x - \lg^2 x; \lg^2 x + 3 \lg x + 2 = 0; \lg x = t; t^2 + 3t + 2 = 0;$$

$$t_1 = -1; \lg x = -1; \lg x = \lg 10^{-1}; x_1 = \frac{1}{10}; t_2 = -2; \lg x = -2; \lg x = \lg 10^{-2}; x_2 = \frac{1}{100};$$

$$4) \frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} = 1; 1 + \lg x + 10 - 2 \lg x = (5 - \lg x)(1 + \lg x);$$

$$11 - \lg x = 5 + 4 \lg x - \lg^2 x; \lg^2 x - 5 \lg x + 6 = 0; t = \lg x; t^2 - 5t + 6 = 0; t_1 = 3; \lg x = \lg 10^3; x_1 = 1000; t_2 = 2; \lg x = \lg 10^2; x = 10^2; x_2 = 100.$$

346. 1) $2^{3x+1} = 2^{-3}$ и $3x+1 = -3$ — равносильны, т.к. корни первого уравнения являются корнями второго, и наоборот.

2) $\log_3(x-1) = 2$ и $x-1 = 9$ — равносильны, т.к. корни первого уравнения являются корнями второго, и наоборот.

$$347. 1) \begin{cases} \lg x - \lg y = 7; \\ \lg x + \lg y = 5 \end{cases}; \begin{cases} 2 \lg x = 12 \\ \lg x + \lg y = 5 \end{cases}; \begin{cases} \lg x = 6 \\ 6 + \lg y = 5 \end{cases}; \begin{cases} \lg x = \lg 10^6 \\ \lg y = \lg 10^{-1} \end{cases}; \begin{cases} x = 10^6 \\ y = \frac{1}{10} \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{y} = 4; \\ xy = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{2}{y} \\ \log_2 \frac{2}{y} + \log_2 \frac{1}{\sqrt{y}} = \log_2 2^4 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{2}{y} \\ \log_2 \frac{2}{y \sqrt{y}} = \log_2 16 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{y} \\ \frac{1}{y \sqrt{y}} = 8 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{2}{y} \\ \sqrt{y} = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{2}{y} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} x = 8 \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}.$$

$$348. 1) \log_2 x - 2 \log_x 2 = -1; \log_2 x - \frac{2 \log_2 2}{\log_2 x} = -1;$$

$$\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0; \log_2 x = t; t^2 + t - 2 = 0; t = 1; \log_2 x = t; \log_2 x = \log_2 2; x_1 = 2; t_2 = -2; \log_2 x = \log_2 2^{-2}; x_2 = \frac{1}{4};$$

$$2) \log_2 x + \log_x 2 = 2.5; \log_2 x + \frac{\log_2^2 x}{\log_2 x} - 2.5 = 0; \log_2^2 x - 2.5 \log_2 x + 1 = 0;$$

$$t = \log_2 x; t^2 - 2.5t + 1 = 0; t_1 = 2; \log_2 x = \log_2 2^2; x_1 = 4; t_2 = \frac{1}{2}; \log_2 x = \log_2 2^{\frac{1}{2}}; x_2 = \sqrt{2}$$

$$3) \log_3 x + 2 \log_x 3 = 3; \log_3 x + \frac{2 \log_3^3 x}{\log_3 x} - 3 = 0; \log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 = 0;$$

$$t = \log_3 x; t^2 - 3t + 2 = 0; t_1 = 1; \log_3 x = \log_3 3; x_1 = 3; t_2 = 2; \log_3 x = \log_3 3^2; x_2 = 9$$

$$4) \log_3 x - 6 \log_x 3 = 1; \log_3 x - \frac{6 \log_3^3}{\log_3 x} - 1 = 0; \log^2_3 x - \log_3 x - 6 = 0;$$

$$t = \log_3 x; t^2 - t - 6 = 0; t = 3; \log_3 x = \log_3 3^3; x = 27; t = -2; \log_3 x = \log_3 3^{-2}; x = \frac{1}{9}.$$

$$349. 1) \log_{x^2} 9 + \log_{\sqrt{x}} 4 = 2; \frac{1}{2} \log_x 9 + 2 \log_x 4 = 2 \log_x x;$$

$$\log_x 3 + \log_x 4^2 = \log_x x^2; \log_x 48 = \log_x x^2; x^2 = 48; x = 4\sqrt{3} \text{ — постоянный корень, значит, } x = 4\sqrt{3};$$

$$2) \log_{x^2} 16 - \log_{\sqrt{x}} 7 = 2; \frac{1}{2} \log_x 16 - 2 \log_x 7 = 2 \log_x x;$$

$$\log_x 4 - \log_x 7^2 = \log_x x^2; \log_x \frac{4}{49} = \log_x x^2; \frac{4}{49} = x^2; x = -\frac{2}{7} \text{ — постоянный корень, значит, } x = \frac{2}{7}.$$

$$350. 1) \lg(6 \cdot 5^x - 25 \cdot 20^x) - \lg 25 = x; \lg \frac{6 \cdot 5^x - 25 \cdot 20^x}{25} = \lg 10x; \frac{6 \cdot 5^x - 25 \cdot 20^x}{25} = 10^x$$

$$25 \cdot 10^x + 25 \cdot 20^x - 6 \cdot 5^x = 0; 25 \cdot 4^x + 25 \cdot 2^x - 6 = 0; 2^x = t; 25t^2 + 25t - 6 = 0; t = -1,2 \text{ — посторонний корень; } t = 0,2; 2^x = 0,2; x = \log_2 0,2;$$

$$2) \lg(2^x + x + 4) = -x \lg 5; \lg(2^x + x + 4) = \lg 10^x - \lg 5^x; \lg(2^x + x + 4) = \lg 2^x;$$

$$2^x + x + 4 = 2^x; x + 4 = 0; x = -4.$$

$$351. 1) \lg^2(x+1) = \lg(x+1) \lg(x-1) + 2 \lg^2(x+1);$$

$$\left(\frac{\lg(x+1)}{\lg(x-1)} \right)^2 - \left(\frac{\lg(x+1)}{\lg(x-1)} \right) - 2 = 0; \frac{\lg(x+1)}{\lg(x-1)} = t; t^2 - t - 2 = 0; t = -1; \frac{\lg(x+1)}{\lg(x-1)} = -1;$$

$$\lg(x+1) = \lg \frac{1}{x-1}; (x+1) = \frac{1}{(x-1)}; x^2 - 1 = 1; x^2 = 2; x = \sqrt{2} \text{ — постоянный}$$

$$\text{корень; } x_1 = \sqrt{2}; t_2 = 2; \frac{\lg(x+1)}{\lg(x-1)} = 2;$$

$$\lg(x+1) = \lg(x-1)^2; x+1 = x^2 - 2x + 1; x(x-3) = 0; x = 0 \text{ — посторонний корень; } x_2 = 3.$$

$$2) 2 \log_5(4-x) \cdot \log_{2x}(4-x) = 3 \log_5(4-x) - \log_5 2x;$$

$$2 \log_5(4-x) \cdot \frac{\log_5(4-x)}{\log_5 2x} = 3 \log_5(4-x) - \log_5 2x;$$

$$2 \left(\frac{\log_5(4-x)}{\log_5 2x} \right)^2 - 3 \frac{\log_5(4-x)}{\log_5 2x} + 1 = 0; \frac{\log_5(4-x)}{\log_5 2x} = t; 2t^2 - 3t + 1 = 0; t_1 = 1;$$

$$\frac{\log_5(4-x)}{\log_5 2x} = 1; \log_5(4-x) = \log_5 2x; 4-x = 2x; 4 = 3x; x_1 = 1 \frac{1}{3};$$

$$t_2 = \frac{1}{2}; \frac{\log_5(4-x)}{\log_5 2x} = \frac{1}{2}; \log_5(4-x) = \log_5 \sqrt{2x}; 4-x = \sqrt{2x};$$

$$x^2 - 8x + 16 = 2x; x^2 - 10x + 16 = 0; x = 8 \text{ — посторонний корень; } x_2 = 2.$$

$$352. 1) \sqrt{\log_x 25+3} = \frac{1}{\log_5 x}; \sqrt{\log_x 25+3} = \frac{\log_5 5}{\log_5 x}; \sqrt{\log_x 25+3} = \log_x 5;$$

$$\log^2 x 5 - 2 \log_x^5 - 3 = 0; \log_x 5 = t; t^2 - 2t - 3 = 0; t_1 = -1;$$

$$\log_x 5 = \log_x \frac{1}{x}; x_1 = \frac{1}{5}; t_2 = 3; \log_x \frac{1}{5} = \log_x x^3; x = \sqrt[3]{5}, \text{ но } x = \frac{1}{5}$$

— посторонний корень, значит, $x_2 = \sqrt[3]{5}$

$$2) \sqrt{2 \log_2^2 x + 3 \log_2 x - 5} = \log_2 2x; \sqrt{2 \log_2^2 x + 3 \log_2 x - 5} = 1 + \log_2 x;$$

$$2 \log_2^2 x + 3 \log_2 x - 5 = 1 + 2 \log_2 x + \log_2^2 x; \log_2^2 x + \log_2 x - 6 = 0;$$

$$\log_2 x = t; t^2 + t - 6 = 0; t_1 = -3; \log_2 x = -3 \text{ — посторонний корень}; t_2 = 2;$$

$$\log_2 x = \log_2 2^2; x = 4.$$

$$353. 5 \log_5 x + \log_a x - 4 \log_{25} x = a; 5 \log_5 x + \frac{\log_5 x}{\log_5 a} - 2 \log_5 x = a;$$

$$\log_5 x \cdot \left(3 + \frac{1}{\log_5 a}\right) = a; \log_5 x = \frac{a \cdot \log_5 x}{3 \log_5 a + 1} \cdot \log_5 5; x = 5^{\frac{a \log_5 a}{3 \log_5 a + 1}}; a > 0; a \neq 1; a \neq 5^{\frac{1}{3}}.$$

$$354. 1) y = \lg(3x - 2) \text{ — область определения } 3x - 2 > 0; x > \frac{2}{3};$$

$$2) y = \log_2(7 - 5x) \text{ — область определения } 7 - 5x > 0; x < 1\frac{2}{5};$$

$$3) y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2) \text{ — область определения } x^2 - 2 > 0; x < -\sqrt{2} \text{ и } x > \sqrt{2};$$

$$4) y = \log_7(4 - x^2) \text{ — область определения } 4 - x^2 > 0; -2 < x < 2.$$

$$355. 1) \log_3(x+2) < 3; \log_3(x+2) < \log_3 3^3; \text{ т.к. } 3 > 1, \text{ то } x+2 < 27; x < 25;$$

$$-5 < x < 25, \text{ значит, } -2 < x < 5;$$

$$2) \log_8(4-2x) \geq 2; \log_8(4-2x) \geq \log_8 8^2; \text{ т.к. } 8 > 1, \text{ то } 4-2x \geq 64; 2x \leq -60; x \leq -30;$$

$$3) \log_3(x+1) < -2; \log_3(x+1) < \log_3 3^{-2}; \text{ т.к. } 3 > 1, \text{ то } x+1 < \frac{1}{9};$$

$$x < -\frac{8}{9}, \text{ значит, } -1 < x < -\frac{8}{9};$$

$$4) \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2; \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}, \text{ т.к. } \frac{1}{3} < 1, \text{ то } x-1 \leq 9; x \leq 10,$$

значит, $1 < x \leq 10$;

$$5) \log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \geq -1; \log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \geq \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}, \text{ т.к. } \frac{1}{5} < 1, \text{ то } 4-3x \leq 5; x \geq \frac{1}{3};$$

$$6) \log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < -2; \log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < \log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}; \text{ т.к. } \frac{2}{3} < 1; \text{ то } 2-5x > \frac{9}{4}; x < -0,05.$$

$$356. 1) \lg x > \lg 8 + 1; \lg x > \lg 8 + \lg 10; \lg x > 80; \text{ т.к. } 10 > 1, \text{ то } x > 80;$$

$$2) \lg > 2 - \lg 4; \lg x > \lg 10^2 - \lg 4; \lg x > \lg \frac{100}{4}; \text{ т.к. } 10 > 1, \text{ то } x > 25;$$

3) $\log_2(x-4) < 1$; $\log_2(x-4) < \log_2 2$; т. к. $2 > 1$, то $x-4 < 2$; $x < 6$, значит, $4 < x < 6$;

4) $\log_{\frac{1}{3}}(3x-5) > \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$, т. к. $\frac{1}{3} < 1$, то $3x-5 < x+1$; $x < 3$, значит, $\frac{2}{3} < x < 3$;

357. 1) $\log_{15}(x-3) + \log_{15}(x-5) < 1$; $\log_{15}(x-3)(x-5) < \log_{15} 15$, т. к. $15 > 1$;
 $x^2 - 8x + 15 < 15$; $x(x-8) < 0$; $0 < x < 8$, значит, $5 < x < 8$;

2) $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}}(12-x) \geq -2$; $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)(12-x) \geq \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$, т. к.

$\frac{1}{3} < 1$, то $14x - x^2 - 24 \leq 9^3$; $x^2 - 14x + 33 \geq 0$; $x \leq 3$ и $x \geq 11$, значит, $2 < x \leq 3$, и $11 \leq x < 12$.

358. 1) $y = \log_5(x^2 - 4x + 3)$ — область определения $x^2 - 4x + 3 > 0$; $x < 1$, $x > 3$;

2) $y = \log_6 \frac{3x+2}{1-x}$ — область определения $\frac{3x+2}{1-x} > 0$; $-\frac{2}{3} < x < 1$;

3) $y = \sqrt{\lg x + \lg(x+2)}$ — область определения $\begin{cases} x > 0 \\ x+2 > 0 \\ \lg x(x+2) \geq 0 \end{cases}$;

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > -2 \\ x^2 + 2x - 1 \geq 0 \end{cases}; x \geq \sqrt{2} - 1;$$

4) $y = \sqrt{\lg(x-1) + \lg(x+1)}$ — область определения $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x+1 > 0 \\ \lg(x^2-1) \geq 0 \end{cases}$;

$$\begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 1 \geq 1 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x^2 \geq 2 \end{cases}; x \geq \sqrt{2}.$$

359. 1) $\log_5 \frac{3x-2}{x^2+1} > 0$; $\log_5 \frac{3x-2}{x^2+1} > \log_5 1$; т. к. $5 > 1$, то $\frac{3x-2}{x^2+1} > 1$;

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 3 > 0; \\ 3x - 2 > 0 \end{cases}; x > \frac{2}{3};$$

2) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x^2+3}{x-7} < 0$; $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x^2+3}{x-7} < \log_{\frac{1}{2}} 1$; т. к. $\frac{1}{2} < 1$, то $\frac{2x^2+3}{x-7} > 1$;

$$\begin{cases} 2x^2 - x + 10 > 0; \\ x - 7 > 0 \end{cases}; x > 7;$$

3) $\lg(3x-4) < \lg(2x+1)$, т. к. $10 > 1$, то $\begin{cases} 3x-4 < 2x+1 \\ 2x+1 > 0 \\ 3x-4 > 0 \end{cases} \begin{cases} x < 5 \\ x > -\frac{1}{2} \\ x > 1\frac{1}{3} \end{cases}, 1\frac{1}{3} < x < 5$;

$$4) \log_{\frac{1}{2}}(2x+3) > \log_{\frac{1}{2}}(x+1), \text{ т. к. } \frac{1}{2} < 1, \text{ то } \begin{cases} 2x+3 < x+1 \\ 2x+3 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \begin{cases} x < -2 \\ x > -1,5 \\ x > -1 \end{cases}$$

— нет действительных решений

$$360. 1) \log_8(x^2-4x+3) < 1; \log_8(x^2-4x+3) < \log_8 8, \text{ т. к. } 8 > 1, \text{ то}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 8 \\ x^2 - 4x + 3 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0 \\ x^2 - 4x + 3 > 0 \end{cases}; -1 < x < 1, \text{ и } 3 < x < 5;$$

$$2) \log_6(x^2-3x+2) \geq 1; \log_6(x^2-3x+2) \geq \log_6 6, \text{ т. к. } 6 > 1, \text{ то}$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 6 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases}; x \leq -1, \text{ и } x \geq 4;$$

$$3) \log_3(x^2+2x) > 1; \log_3(x^2+2x) > \log_3 3, \text{ т. к. } 3 > 1,$$

$$\text{то } \begin{cases} x^2 + 2x > 3 \\ x^2 + 2x > 0 \end{cases};$$

$$x^2+2x-3 > 0; x < -3, \text{ и } x > 1.$$

$$4) \log_{\frac{2}{3}}(x^2-2,5x) < -1; \log_{\frac{2}{3}}(x^2-2,5x) < \log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}, \text{ т. к. } \frac{2}{3} < 1, \text{ то}$$

$$x^2-2,5x > 1,5; x^2-2,5x-1,5 > 0; x < -0,5, \text{ и } x > 3.$$

$$361. 1) \lg(x^2-8x+13) > 0; \lg(x^2-8x+13) > \lg 1, \text{ т. к. } 10 > 1, \text{ то } x^2-8x+13 > 1;$$

$$x^2-8x+12 > 0; x < 2, \text{ и } x > 6;$$

$$2) \log_{\frac{1}{5}}(x^2-5x+7) < 0; \log_{\frac{1}{5}}(x^2-5x+7) < \log_{\frac{1}{5}} 1; \text{ т. к. } \frac{1}{5} < 1, \text{ то}$$

$$x^2-5x+7 > 1; x^2-5x+6 > 0; x < 2, \text{ и } x > 3;$$

$$3) \log_2(x^2+2x) < 3; \log_2(x^2+2x) < \log_2 2^3, \text{ т. к. } 2 > 1, \text{ то}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x < 8 \\ x^2 + 2x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 + 2x - 8 < 0 \\ x(x+2) > 0 \end{cases}; -4 < x < -2, \text{ и } 0 < x < 2;$$

$$4) \log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x-6) \geq -3; \log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x-6) \geq \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}, \text{ т. к. } \frac{1}{2} < 1, \text{ то}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \leq 8 \\ x^2 - 5x - 6 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - 5x - 14 \leq 0 \\ x^2 - 5x - 6 > 0 \end{cases}; -2 \leq x < -1, \text{ и } 6 < x \leq 7.$$

$$362. 1) \log_{\frac{1}{3}} \log_2 x^2 > 0; \log_{\frac{1}{3}} \log_2 x^2 > \log_{\frac{1}{3}} 1, \text{ т. к. } \frac{1}{3} < 1, \text{ то } \begin{cases} \log_2 x^2 < 1 \\ \log_2 x^2 > 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 < 2 \\ x^2 > 1 \end{cases}; -\sqrt{2} < x < -1; \text{ и } 1 < x < \sqrt{2}$$

2) $\log_3 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < 1$; $\log_3 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < \log_3 3$, т. к. $3 > 1$, то

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < 3 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) > 0 \end{cases}; \text{ т. к. } \frac{1}{2} < 1, \text{ то } \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x^2 - 1 > \left(\frac{1}{2}\right)^3; -\sqrt{2} < x < -\frac{3}{2\sqrt{2}} \\ x^2 - 1 < 1 \end{cases}$$

и $\frac{3}{2\sqrt{2}} < x < \sqrt{2}$.

363.

$\log_{0,2} x - \log_5(x - 2) < \log_{0,2} 3$; $\log_{0,2} x + \log_{0,2}(x - 2) < \log_{0,2} 3$, т. к.

1) $0,2 < 1$, то $\log_{0,2} x(x - 2) < \log_{0,2} 3$; $\begin{cases} x^2 - 2x > 3 \\ x > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x > 2 \end{cases}$;

$x > 3$;

2) $\lg x - \log_{0,1}(x - 1) > \log_{0,1} 0,5$; $\lg x + \log_{0,1}(x - 1) > \log_{0,1} 0,5$;

$\lg x(x - 1) > \lg 2$, т. к. $10 > 1$, то $\begin{cases} x^2 - x > 2 \\ x > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ x > 1 \end{cases}$; $x > 2$.

364. 1) $\log_{0,2}^2 x - 5 \log_{0,2} x < -6$;

$\log_{0,2} x = a$; $a^2 - 5a + 6 < 0$; $2 < a < 3$;
 $2 < \log_{0,2} x < 3$; $\log_{0,2} 0,04 < \log_{0,2} x < \log_{0,2} 0,008$;

$$\begin{cases} x > 0 \\ 0,04 > x > 0,008 \end{cases}$$

Итак, $0,008 < x < 0,04$.

2) $\log_{0,1}^2 x + 3 \log_{0,1} x > 4$;

$\log_{0,1} x = a$; $a^2 + 3a - 4 > 0$; $a < -4$ или $a > 1$;
 $\log_{0,1} x < -4$ или $\log_{0,1} x > 1$;
 $\log_{0,1} x < \log_{0,1} 10000$ или $\log_{0,1} x > \log_{0,1} 0,1$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > 10000 \end{cases}; \quad x > 10000 \quad \text{или} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x < 0,1 \end{cases}; \quad 0 < x < 0,1.$$

Ответ: $0 < x < 0,1$ и $x > 10000$.

365. 1) $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \lg x} < 1$;

$\lg x = a$; $\frac{1 + a + 2(5 - a) - (5 - a)(1 + a)}{(5 - a)(1 + a)} < 0$; $\frac{a^2 - 5a + 6}{(5 - a)(1 + a)} < 0$;

$$\begin{cases} a^2 - 5a + 6 < 0 \\ (5-a)(1+a) > 0 \end{cases}; \begin{cases} 2 < a < 3 \\ -1 < a < 5 \end{cases}, \text{ т.е. } 2 < a < 3 \text{ или}$$

$$\begin{cases} a^2 - 5a + 6 > 0 \\ (5-a)(1+a) < 0 \end{cases}; \begin{cases} a < 2, a > 3 \\ a < -1, a > 5 \end{cases}, \text{ т.е. } a < -1, a > 5;$$

$$\lg x < -1, \quad 2 < \lg x < 3, \quad \lg x > 5$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x < 0,1, 100 < x < 1000, x > 100000 \end{cases}$$

$$\text{Итак, } 0 < x < 0,1, 100 < x < 1000, \quad x > 100000.$$

$$\text{Ответ: } 0 < x < 0,1, 100 < x < 1000, \quad x > 100000.$$

$$2) \log_3(2 - 3^{-x}) < x + 1 - \log_3 4; \quad \log_3(8 - 4 \cdot 3^{-x}) < \log_3 3^{x+1};$$

$$\begin{cases} 8 - 4 \cdot 3^{-x} > 0 \\ 8 - 4 \cdot 3^{-x} < 3^x \cdot 3 \end{cases}; \begin{cases} 3^{-x} < 2 \\ 8 \cdot 3^x - 4 < 3 \cdot 3^x \cdot 3^x \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3^{-x} < 3^{\log_3 2} \\ 3(3^x)^2 - 8 \cdot 3^x + 4 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > -\log_3 2 \\ 3^x < \frac{2}{3}, 3^x > 2 \end{cases}; \begin{cases} x > -\log_3 2 = \log_3 \frac{1}{2} \\ x < \log_3 \frac{2}{3}, x > \log_3 2 \end{cases};$$

$$\text{Итак, } \log_3 \frac{1}{2} < x < \log_3 \frac{2}{3}, x > \log_3 2.$$

$$\text{Ответ: } \log_3 \frac{1}{2} < x < \log_3 \frac{2}{3}, x > \log_3 2.$$

$$3) \log_{x^2-3}(4x+7) > 0; \quad \log_{x^2-3}(4x+7) > \log_{x^2-3} 1;$$

$$\begin{cases} 4x+7 > 0 \\ 4x+7 > 1 \\ x^2-3 > 1 \end{cases}; \begin{cases} x > -\frac{7}{4} \\ x > -\frac{3}{2} \\ x^2 > 4 \end{cases}; \quad x > 2 \text{ или } \begin{cases} 4x+7 > 0 \\ 4x+7 < 1 \\ x^2-3 < 1 \\ x^2-3 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > -\frac{7}{4} \\ x < -\frac{3}{2} \\ -2 < x < 2 \\ -\sqrt{3} > x, x > \sqrt{3} \end{cases};$$

$$-\frac{7}{4} < x < -\sqrt{3}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{7}{4} < x < -\sqrt{3}, x > 2.$$

$$4) \log_{\frac{x-1}{5x-6}}(\sqrt{6}-2x) < 0; \quad \log_{\frac{x-1}{5x-6}}(\sqrt{6}-2x) < \log_{\frac{x-1}{5x-6}} 1$$

$$\begin{cases} \sqrt{6}-2x > 0 \\ \sqrt{6}-2x < 1 \\ \frac{x-1}{5x-6} > 1 \end{cases}; \begin{cases} x < \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x > \frac{\sqrt{6}-1}{2} \\ \frac{-4x+5}{5x-6} > 0 \end{cases}; \begin{cases} \frac{\sqrt{6}-1}{2} < x < \frac{\sqrt{6}}{2} \\ \frac{6}{5} < x < \frac{5}{4} \end{cases}; \quad \frac{6}{5} < x < \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} \sqrt{6}-2x > 1 \\ \frac{x-1}{5x-6} > 0 \\ \frac{x-1}{5x-6} < 1 \end{cases} \begin{cases} x < \frac{\sqrt{6}-1}{2} \\ x < 1, x > \frac{6}{5} \\ -4x+5 < 0 \\ 5x-6 < 0 \end{cases} \begin{cases} x < \frac{\sqrt{6}-1}{2} \\ x < 1, x > \frac{6}{5} \\ x > \frac{6}{5}, x > \frac{5}{4} \end{cases} \quad x < \frac{\sqrt{6}-1}{2}.$$

Ответ: $x < \frac{\sqrt{6}-1}{2}, \frac{6}{5} < x < \frac{\sqrt{6}}{2}$.

366. $\frac{2}{3^x-1} \leq \frac{7}{9^x-2}; 3^x = a; \frac{2}{a-1} \leq \frac{7}{a^2-2};$

$$\begin{cases} 2(a^2-2) \leq 7(a-1) \\ (a-1)(a^2-2) > 0 \end{cases} \begin{cases} 2a^2-7a+3 \leq 0 \\ (a-1)(a^2-2) > 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{2} \leq a \leq 3 \\ -\sqrt{2} < a < 1, a > \sqrt{2} \end{cases};$$

итак, $\frac{1}{2} \leq a < 1$, и $\sqrt{2} < a \leq 3$ или

$$\begin{cases} 2(a^2-2) \geq 7(a-1) \\ (a-1)(a^2-2) < 0 \end{cases} \begin{cases} 2a^2-7a+3 \geq 0 \\ (a-1)(a^2-2) < 0 \end{cases} \begin{cases} a \leq \frac{1}{2}, a \geq 3 \\ a < -\sqrt{2}, 1 < a < \sqrt{2} \end{cases} \quad a < -\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq 3^x < 1; \quad \sqrt{2} < 3^x \leq 3; \quad 3^x < -\sqrt{2};$$

$-\log_3 2 \leq x < 0; \quad \log_3 \sqrt{2} < x \leq 1$. В третьем случае решений нет.

Ответ: $-\log_3 2 \leq x < 0, \log_3 \sqrt{2} < x \leq 1$.

367. $4^x (\sqrt{16^{1-x}} - 1 + 2) < 4 |4^x - 1|; 4^x \cdot \sqrt{16^{1-x}} - 1 < 4 |4^x - 1| - 2 \cdot 4^x.$

Левая часть неравенства всегда неотрицательна, поэтому неравенство возможно только при

$$\begin{cases} 16^{1-x} - 1 \geq 0 \\ 4 |4^x - 1| - 2 \cdot 4^x > 0 \end{cases} \begin{cases} 16^{1-x} \geq 1 \\ 2 |4^x - 1| > 4^x \end{cases} \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 4^x > 2 \\ 4^x \geq 1 \end{cases} \begin{cases} x \leq 1 \\ x > \frac{1}{2}, \text{ т.е. } \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

или $\begin{cases} x \leq 1 \\ 3 \cdot 4^x < 2; \\ 4^x < 1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 1 \\ x < \log_4 \frac{2}{3}; \\ x < 0 \end{cases}; \text{ т.е. } x < 0, \text{ итак, } x < 0 \text{ и } \frac{1}{2} < x \leq 1.$

а) Пусть $x < 0$, перепишем неравенство, раскрыв модуль

$$4^x \sqrt{16^{1-x}} - 1 < 4(1-4^x) - 2 \cdot 4^x; \quad 4^x \sqrt{16^{1-x}} - 1 < 4 - 6 \cdot 4^x;$$

$$16^x (16^{1-x} - 1) < 16 - 48 \cdot 4^x + 36 \cdot 16^x; \quad 4^x = a;$$

$$37a^2 - 48a > 0; \quad a < 0 \text{ — решений нет или } a > \frac{48}{37}, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ 4^x > \frac{48}{37} \end{cases}; \quad \text{решений нет.}$$

б) $\frac{1}{2} < x \leq 1$, перепишем неравенство, раскрыв модуль

$$4^x \sqrt{16^{1-x} - 1} < 4(4^x - 1) - 2 \cdot 4^x; \quad 4^x \sqrt{16^{1-x} - 1} < 2 \cdot 4^x - 4;$$

$$16^x (16^{1-x} - 1) < 4 \cdot 16^x + 16; \quad 4^x = a;$$

$$5a^2 - 16a > 0; \quad a < 0 \text{ — решений нет или } a > \frac{16}{5}, \text{ т.е.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ 4^x > \frac{16}{5} \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ x > 2 - \log_4 5 \end{array} \right. ; \quad \text{итак, } 1 \geq x > 2 - \log_4 5.$$

Ответ: $2 - \log_4 5 < x \leq 1$.

368. 1) $\log_{15} 225 = \log_{15} 15^2 = 2$; 2) $\log_4 256 = \log_4 4^4 = 4$;

3) $\log_3 \frac{1}{243} = \log_3 3^{-5} = -5$; 4) $\log_7 \frac{1}{343} = \log_7 7^{-3} = -3$.

369. 1) $\log_{\frac{1}{4}} 64 = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = -3$; 2) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = -4$;

3) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 3$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 64 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} = 6$.

370. 1) $\log_{11} 1 = \log_{11} (11)^0 = 0$; 2) $\log_7 7 = \log_7 7^1 = 1$;

3) $\log_{16} 64 = \log_{2^4} 2^6 = \frac{6}{4} \log_2 2 = \frac{6}{4}$; 4) $\log_{27} 9 = \log_{3^3} 3^2 = \frac{2}{3} \log_3 3 = \frac{2}{3}$.

371. 1) $(0,1)^{-\lg 0,3} = (0,1)^{\lg_{0,1} 0,3} = 0,3$; 2) $10^{-\lg 4} = 10^{\lg \frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$;

3) $5^{-\log_5 3} = 5^{\log_5 \frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$; 4) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-\log_6 4} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\log_6 \frac{1}{4}} = 4$.

372.

1) $4 \log_{\frac{1}{2}} 3 - \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} 27 - 2 \log_{\frac{1}{2}} 6 = 4 \log_{\frac{1}{2}} 3 - 2 \log_{\frac{1}{2}} 3 - 2 \log_{\frac{1}{2}} 3 - 2 \log_{\frac{1}{2}} 2 = 2 \log_2 2 = 2$;

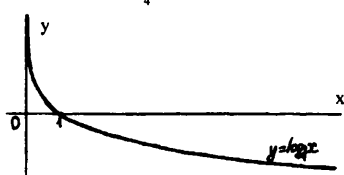
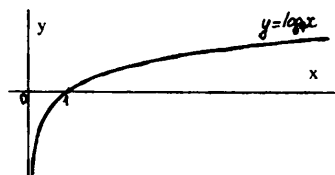
2) $\frac{2}{3} \lg 0,001 + \lg \sqrt[3]{1000} - \frac{3}{5} \lg \sqrt{10000} = -\frac{2}{3} \lg 10^3 + \lg 10 - \frac{3}{5} \lg 100 = -2 + 1 -$

$-\frac{6}{5} = -\frac{11}{5} = -2,2$.

373. Вычислить с помощью микрокалькулятора.

374. 1) $y = \log_4 x$;

2) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$



Функция $y = \log_4 x$ является возрастающей, а $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ — убывающая.

Функция $y = \log_4 x$ принимает положительные значения при $x > 1$, а $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ принимает положительные значения при $x < 1$.

Функция $y = \log_4 x$ принимает отрицательные значения при $x < 1$, а $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ принимает отрицательные значения при $x > 1$.

Обе функции принимают значения, равные нулю, в точке $x = 1$.

375. 1) $y = \log_{0,2} x$ — убывающая, т.к. $0,2 < 1$;

2) $y = \log_{\sqrt{5}} x$ — возрастающая, т.к. $\sqrt{5} > 1$;

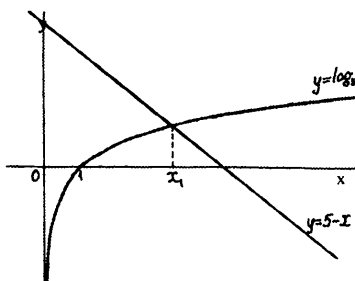
3) $y = \log_{\frac{1}{e}} x$ — убывающая, т.к. $\frac{1}{e} < 1$;

4) $y = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x$ — убывающая, т.к. $\frac{\sqrt{3}}{2} < 1$.

376. 1) $\log_3 x = 5 - x$;

2) $\log_{\frac{1}{3}} x = 3x$.

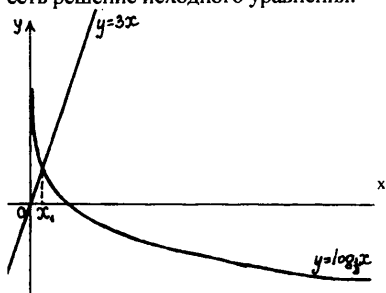
1) Построим графики функций $y_1 = \log_3 x$ и $y_2 = 5 - x$. Видим, что они пересекаются в точке $x_1 \approx 3,8$. Это и есть решение уравнения.



2) Построим графики функций $y_1 = \log_{\frac{1}{3}} x$ и $y_2 = 3x$. Видим, что они

пересекаются в точке $x_1 = \frac{1}{3}$. Это и

есть решение исходного уравнения.



377. 1) $y = \log_7 (5 - 2x)$; $5 - 2x > 0$; $x < 2,5$. Ответ: $x < 2,5$.

2) $y = \log_2 (x^2 - 2x)$; $x^2 - 2x > 0$; $x < 0$ и $x > 2$. Ответ: $x < 0$, $x > 2$.

378. 1) $\log_{\frac{1}{2}} (7 - 8x) = -2$; $\begin{cases} 7 - 8x = 4 \\ 7 - 8x > 0 \end{cases}$; $x = \frac{3}{8}$. Ответ: $x = \frac{3}{8}$.

2) $\lg (x^2 - 2) = \lg x$; $\begin{cases} x^2 - 2 = x \\ x^2 - 2 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1, x = 2 \\ x < -\sqrt{2}, x > \sqrt{2} \\ x > 0 \end{cases}$; $x = 2$. Ответ: $x = 2$.

379. 1) $\lg (x^2 - 2x) = \lg 30 - 1$; $\lg (x^2 - 2x) = \lg 3$; $\begin{cases} x^2 - 2x > 0 \\ x^2 - 2x = 3 \end{cases}$

$$x_1 = 3, x_2 = -1.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 3, x_2 = -1.$$

$$2) \log_3(2x^2 + x) = \log_3 6 - \log_3 2; \log_3(2x^2 + x) = \log_3 3;$$

$$\begin{cases} 2x^2 + x = 3 \\ 2x^2 + x > 0 \end{cases}; x_1 = 1, x_2 = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 1, x_2 = -1,5.$$

$$3) \lg^2 x - 3 \lg x = 4; \lg x = a; a^2 - 3a - 4 = 0; a = -1, a = 4;$$

$$\lg x = -1, \lg x = 4; x_1 = 0,1, x_2 = 10000. \quad \text{Ответ: } x_1 = 0,1, x_2 = 10000.$$

$$4) \log_2^2 x - 5 \log_2 x + 6 = 0; \log_2 x = a; a^2 - 5a + 6 = 0; a = 2, a = 3;$$

$$\log_2 x = 2, \log_2 x = 3; x_1 = 4, x_2 = 8. \quad \text{Ответ: } x_1 = 4, x_2 = 8.$$

$$380. 1) \log_2(x-2) + \log_2(x-3) = 1;$$

$$\begin{cases} \log_2(x-2)(x-3) = \log_2 2 \\ x-2 > 0, \quad x-3 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 2 \\ x > 3 \end{cases}; \begin{cases} x = 1, \quad x = 4 \\ x > 3 \end{cases};$$

$$x = 4.$$

$$\text{Ответ: } x = 4.$$

$$2) \log_3(5-x) + \log_3(-1-x) = 3;$$

$$\begin{cases} \log_3(x-5)(x+1) = \log_3 27 \\ 5-x > 0, \quad -1-x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - 4x - 32 = 0 \\ x < -1 \end{cases}; \begin{cases} x = 8, \quad x = -4 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$x = -4.$$

$$\text{Ответ: } x = -4.$$

$$3) \lg(x-2) + \lg x = \lg 3; \lg((x-2) \cdot x) = \lg 3;$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x-2 > 0, \quad x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 3, \quad x = -1 \\ x > 2 \end{cases};$$

$$x = 3.$$

$$\text{Ответ: } x = 3.$$

$$4) \log_{\sqrt{6}}(x-1) + \log_{\sqrt{6}}(x+4) = \log_{\sqrt{6}} 6;$$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{6}}(x-1)(x+4) = \log_{\sqrt{6}} 6 \\ x-1 > 0, \quad x+4 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 + 3x - 10 = 0 \\ x > 1 \end{cases}; \begin{cases} x = -5, \quad x = 2 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$x = 2.$$

$$\text{Ответ: } x = 2.$$

$$381. 1) \log_2(x-5) \leq 2; \quad \log_2(x-5) \leq \log_2 4;$$

$$\begin{cases} x-5 \leq 4 \\ x-5 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 9 \\ x > 5 \end{cases}; 5 < x \leq 9. \quad \text{Ответ: } 5 < x \leq 9.$$

$$2) \log_3(7-x) > 1; \log_3(7-x) > \log_3 3;$$

$$\begin{cases} 7-x > 3 \\ 7-x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 4 \\ x < 7 \end{cases}; x < 4. \quad \text{Ответ: } x < 4.$$

$$3) \log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > -2; \log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > \log_{\frac{1}{2}} 4;$$

$$\begin{cases} 2x+1 < 4 \\ 2x+1 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases}; -\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}. \quad \text{Ответ: } -\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}.$$

$$4) \log_{\frac{1}{2}}(3-5x) < -3; \log_{\frac{1}{2}}(3-5x) < \log_{\frac{1}{2}} 8;$$

$$\begin{cases} 3-5x > 8 \\ 3-5x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -1 \\ x < \frac{3}{5} \end{cases}; x < -1.$$

Ответ: $x < -1$.

$$382. 1) \log_3(5-4x) < \log_3(x-1); \begin{cases} 5-4x < x-1 \\ 5-4x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \begin{cases} x > \frac{6}{5} \\ x < \frac{5}{4}; \frac{6}{5} < x < \frac{5}{4} \\ x > 1 \end{cases}$$

Ответ: $\frac{6}{5} < x < \frac{5}{4}$.

$$2) \log_{0.3}(2x+5) \geq \log_{0.3}(x+1); \begin{cases} 2x+5 \leq x+1 \\ 2x+5 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq -4 \\ x > -\frac{5}{2} \\ x > -1 \end{cases}$$

решений нет. Ответ: решений нет.

383.

$$1) \lg(x^2+2x+2) < 1; \begin{cases} x^2+2x+2 < 10 \\ x^2+2x+2 > 0 \end{cases} \begin{cases} x^2+2x-8 < 0 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad -4 < x < 2$$

Ответ: $-4 < x < 2$.

$$2) \log_3(x^2+7x-5) > 1; \begin{cases} x^2+7x-5 > 3 \\ x^2+7x-5 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2+7x-8 > 0 \\ x^2+7x-5 > 0 \end{cases}$$

$x < -8$ и $x > 1$.

Ответ: $x < -8$ и $x > 1$.

$$384. 1) \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3\sqrt[3]{3}} = \log_{\frac{1}{2}} 3^{\frac{4}{3}} = -\frac{8}{3} \log_3 3 = -\frac{8}{3}. \quad \text{Ответ: } -\frac{8}{3}.$$

$$2) \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{25\sqrt[4]{5}} = \log_{\frac{1}{5^2}} 5^{\frac{9}{4}} = -\frac{9}{2} \log_5 5 = -\frac{9}{2}. \quad \text{Ответ: } -\frac{9}{2}.$$

$$3) 2^{2-\log_2 5} = \frac{2^2}{2^{\log_2 5}} = \frac{4}{5}. \quad \text{Ответ: } \frac{4}{5}.$$

$$4) 3,6^{\log_{3,6} 10+1} = 3,6 \cdot 10 = 36. \quad \text{Ответ: } 36.$$

$$5) 2 \log_5 \sqrt{5} + 3 \log_2 8 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot 3 = 10. \quad \text{Ответ: } 10.$$

$$6) \log_2 \log_2 \log_2 2^{16} = \log_2 \log_2 16 = \log_2 4 = 2. \quad \text{Ответ: } 2.$$

$$385. 1) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \text{ и } \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}; \quad \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} = \log_2 3 > \log_2 2 = 1,$$

$$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2} = \log_3 2 < \log_3 3 = 1. \text{ Значит, } \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} > \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}.$$

$$2) 2^{\frac{2 \log_2 5 + \log_1 9}{9}} \text{ и } \sqrt[9]{8}; \quad 2^{\frac{2 \log_2 5 + \log_1 9}{9}} = 2^{2 \log_2 25 - 1} = \frac{25}{2} > \sqrt[9]{8}.$$

Значит, $2^{2\log_2 5 + \log_1 9} > \sqrt{8}$.

386.

$$\log_{30} 64 = \frac{\lg 2^6}{\lg(3 \cdot 10)} = \frac{6\lg 2}{\lg 3 + 1} = \frac{6(\lg 10 - \lg 5)}{\lg 3 + 1} = \frac{6 - 6\lg 5}{1 + \lg 3} \approx \frac{1,806}{1,4771} \approx 1,223.$$

Ответ: $\approx 1,223$.

$$387. \ell \log_{36} 15 = \frac{\lg 5 + \lg 3}{2\lg 3 + 2\lg 2} = \frac{\lg 5 + \lg 3}{2\lg 3 + 2 - 2\lg 5} \approx \frac{1,1761}{1,5562} \approx 0,756.$$

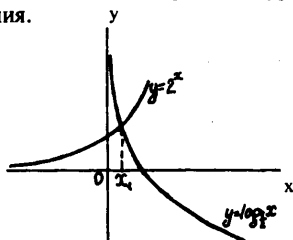
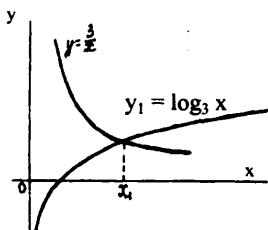
Ответ: $\approx 0,756$.

388. 1) $\log_x 8 < \log_x 10$; т.к. $8 < 10$ и $\log_x 8 < \log_x 10$, то функция возрастает, значит, $x > 1$.

2) $\log_x \frac{3}{4} < \log_x \frac{1}{2}$; т.к. $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ и $\log_x \frac{3}{4} < \log_x \frac{1}{2}$, то функция убывает, значит, $0 < x < 1$.

389. 1) Построим графики 2) Построим графики функций $y_1 = \log_3 x$ и $y_2 = \frac{3}{x}$. Видим, $y_1 = 2^x$ и $y_2 = \log_{\frac{1}{2}} x$. Видим, что

они пересекаются в точке $x_1 = 3$. они пересекаются в точке $x_1 \approx 0,4$. Значит $x = 3$ — решение уравнения. Значит, $x \approx 0,4$ есть решение уравнения.



390. 1) $3^{4x} = 10$; $4x = \log_3 10$; $x = \frac{1}{4} \log_3 10$. Ответ: $x = \frac{1}{4} \log_3 10$.

2) $2^{3x} = 3$; $3x = \log_2 3$; $x = \frac{1}{3} \log_2 3$. Ответ: $x = \frac{1}{3} \log_2 3$.

3) $1,3^{3x-2} = 3$; $3x - 2 = \log_{1,3} 3$; $x = \frac{1}{3} (\log_{1,3} 3 + 2)$.

Ответ: $x = \frac{1}{3} (\log_{1,3} 3 + 2)$.

4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{5+4x} = 1,5$; $5 + 4x = \log_{\frac{1}{3}} 1,5$; $x = \frac{1}{4} (\log_{\frac{1}{3}} 1,5 - 5)$.

Ответ: $x = \frac{1}{4} (\log_{\frac{1}{3}} 1,5 - 5)$.

5) $16^x - 4^{x+1} - 14 = 0$; $4^x = a$; $a^2 - 4a - 14 = 0$;

$a_1 = \frac{4 + 6\sqrt{2}}{2}$, $a_2 = \frac{4 - 6\sqrt{2}}{2}$; $4^x = (2 + 3\sqrt{2})$; $x = \log_4 (2 + 3\sqrt{2})$

или $4^x = \frac{4 - 6\sqrt{2}}{2} < 0$; решений нет. Ответ: $x = \log_4(2 + 3\sqrt{2})$.

6) $25^x + 2 \cdot 5^x - 15 = 0$; $5^x = a$; $a^2 + 2a - 15 = 0$; $a_1 = 3$, $a_2 = -5$;
 $5^x = 3$; $x = \log_5 3$ или $5^x = -5 < 0$ — решений нет.

Ответ: $x = \log_5 3$.

391. 1) $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$; $\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = \frac{11}{12}$;

$$\frac{11}{6} \log_3 x = \frac{11}{12}; \log_3 x = \frac{1}{2}; x = \sqrt{3}.$$

Ответ: $x = \sqrt{3}$.

2) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$; $\log_3 x + 2\log_3 x - \log_3 x = 6$;

$$\log_3 x = 3; x = 27.$$

Ответ: $x = 27$.

3) $\log_3 x \cdot \log_2 x = 4 \log_3 2$; $\log_3 x \cdot \frac{\log_3 x}{\log_3 2} = 4 \log_3 2$;

$$\log_3^2 x = 4 \log_3^2 2; \log_3 x = 2 \log_3 2 \text{ или } \log_3 x = -2 \log_3 2;$$

$$x_1 = 4 \text{ или } x_2 = \frac{1}{4}.$$

Ответ: $x_1 = 4$; $x_2 = \frac{1}{4}$.

4) $\log_3 x \cdot \log_3 x = 9 \log_5 3$; $\log_5 x \cdot \frac{\log_5 x}{\log_5 3} = 9 \log_5 3$;

$$\log_5^2 x = 9 \log_5^2 3; \log_5 x = 3 \log_5 3 \text{ или } \log_5 x = -3 \log_5 3;$$

$$x_1 = 27 \text{ или } x_2 = \frac{1}{27}.$$

Ответ: $x_1 = 27$; $x_2 = \frac{1}{27}$.

392. 1) $\log_3(2 - x^2) - \log_3(-x) = 0$;

$$\begin{cases} -x > 0 \\ 2 - x^2 > 0 \\ \log_3 \frac{x^2 - 2}{x} = \log_3 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ x^2 - 2 = x \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}, x = -1 \\ x = 2, x = -1 \end{cases}$$

Ответ: $x = -1$.

2) $\log_5(x^2 - 12) - \log_5(-x) = 0$;

$$\begin{cases} x^2 - 12 > 0 \\ -x > 0 \\ \log_5 \frac{12 - x^2}{x} = \log_5 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -2\sqrt{3}, x > 2\sqrt{3} \\ x < 0 \\ 12 - x^2 = x \end{cases} \quad \begin{cases} x < -2\sqrt{3}, x > 2\sqrt{3} \\ x < 0, \\ x = -4, x = 3 \end{cases}$$

$$x = -4.$$

Ответ: $x = -4$.

3) $\log_2 \sqrt{x-3} + \log_2 \sqrt{3x-7} = 2$;

$$\begin{cases} x-3 > 0 \\ 3x-7 > 0 \\ \log_2 \sqrt{(x-3)(3x-7)} = \log_2 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3 \\ x > \frac{7}{3} \\ (x-3)(3x-7) = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3 \\ x > \frac{7}{3} \\ 3x^2 - 16x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x = 5, x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad x = 5. \quad \text{Ответ: } x = 5.$$

$$4) \lg(x+6) - \lg \sqrt{2x-3} = \lg 4;$$

$$\begin{cases} x+6 > 0 \\ 2x-3 > 0 \\ (x+6) = 4\sqrt{2x-3} \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x^2 + 12x + 36 = 32x - 48 \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x^2 - 20x + 84 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x = 14, x = 6 \end{cases} \quad x_1 = 14, x_2 = 6. \quad \text{Ответ: } x_1 = 14, x_2 = 6.$$

$$393. 1) \log_{\sqrt{2}} x + 4 \log_4 x + \log_8 x = 13; \quad 2 \log_2 x + 2 \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2 x = 13;$$

$$\log_2 x = 3; x = 8. \quad \text{Ответ: } x = 8.$$

$$2) \log_{0,5}(x+2) - \log_2(x-3) = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(-4x-8);$$

$$-\log_2(x+2) - \log_2(x-3) = -\log_2(-4x-8);$$

$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ x-3 > 0 \\ -4x-8 > 0 \\ (x+2)(x-3) = -4x-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -2 \\ x > 3 \\ x < -2 \\ x^2 + 3x + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{— решений нет.}$$

Ответ: решений нет.

$$394. 1) \log_{\frac{1}{x}} 5 + \log_{\frac{1}{x^2}} 12 + \frac{1}{2} \log_x 3 = 1; \quad -\log_x 5 - \frac{1}{2} \log_x 12 + \frac{1}{2} \log_x 3 = \log_x x;$$

$$\log_x \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12} \cdot 5} = \log_x x; \quad \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}; \quad x = \frac{1}{10}. \quad \text{Ответ: } x = 0, 1.$$

$$2) \frac{1}{2} \log_x 7 - \log_{\frac{1}{\sqrt{x}}} 9 - \log_{x^2} 28 = 1; \quad \frac{1}{2} \log_x 7 + 2 \log_x 3 - \frac{1}{2} \log_x 28 = \log_x x;$$

$$\log_x \frac{9 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{28}} = \log_x x; \quad \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases}; \quad x = 4, 5. \quad \text{Ответ: } x = 4, 5.$$

$$395. 1) \log_2 \frac{2}{x-1} = \log_2 x; \quad \begin{cases} \frac{2}{x-1} > 0 \\ x > 0 \\ \frac{2}{x-1} = x \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1 \\ x > 0 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1 \\ x = 2, x = -1 \end{cases};$$

$$x = 2. \quad \text{Ответ: } x = 2.$$

$$2) \log_{\frac{1}{2}} \frac{10}{7-x} = \log_{\frac{1}{2}} x; \quad \begin{cases} \frac{10}{7-x} > 0 \\ x > 0 \\ \frac{10}{7-x} = x \end{cases} \begin{cases} x < 7 \\ x > 0 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \begin{cases} x < 7 \\ x > 0 \\ x = 2, x = 5 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, x_2 = 5.$$

Ответ: $x_1 = 2, x_2 = 5$.

$$3) \lg \frac{x+8}{x-1} = \lg x; \quad \begin{cases} \frac{x+8}{x-1} > 0 \\ x > 0 \\ \frac{x+8}{x-1} = x \end{cases} \begin{cases} x < -8, x > 1 \\ x > 0 \\ x^2 - 2x - 8 = 0 \end{cases} \begin{cases} x > 1 \\ x = 4, x = -2 \end{cases}$$

$$x = 4.$$

Ответ: $x = 4$.

$$4) \lg \frac{x-4}{x-2} = \lg x \quad \begin{cases} \frac{x-4}{x-2} > 0 \\ x > 0 \\ \frac{x-4}{x-2} = x \end{cases} \begin{cases} x < 2, x > 4 \\ x > 0 \\ x^2 - 3x + 4 = 0 \end{cases} \begin{cases} x < 2, x > 4 \\ x > 0 \\ \text{решений нет} \end{cases};$$

решений нет.

Ответ: решений нет.

$$396. 1) \log_{\sqrt{6}}(x-4) + \log_{\sqrt{6}}(x+1) \leq 2;$$

$$\begin{cases} x-4 > 0 \\ x+1 > 0 \\ \log_{\sqrt{6}}(x-4)(x+1) \leq \log_{\sqrt{6}} 6 \end{cases} \begin{cases} x > 4 \\ x > -1 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 6 \end{cases} \begin{cases} x > 4 \\ x^2 - 3x - 10 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 4 \\ -2 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad 4 < x \leq 5.$$

Ответ: $4 < x \leq 5$.

$$2) \log_{3\sqrt{2}}(x-5) + \log_{3\sqrt{2}}(x+12) \leq 2;$$

$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x+12 > 0 \\ \log_{3\sqrt{2}}(x-5)(x+12) \leq \log_{3\sqrt{2}} 18 \end{cases} \begin{cases} x > 5 \\ x > -12 \\ x^2 + 7x - 78 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x > 5 \\ -13 \leq x \leq 6 \end{cases};$$

$$5 < x \leq 6.$$

Ответ: $5 < x \leq 6$.

$$3) \log_3(8x^2 + x) > 2 + \log_3 x^2 + \log_3 x;$$

$$\begin{cases} 8x^2 + x > 0 \\ x > 0 \\ \log_3(8x^2 + x) > \log_3 9x^3 \end{cases}; \begin{cases} x < -\frac{1}{8}, x > 0 \\ x > 0 \\ x(9x^2 - 8x - 1) < 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 0 \\ x(9x^2 - 8x - 1) < 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 9x^2 - 8x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 0 \\ -\frac{1}{9} < x < 1 \end{cases}; \quad 0 < x < 1.$$

Ответ: $0 < x < 1$.

$$4) \log_2 x + \log_2(x-3) > \log_2 4;$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 3 > 0 \\ \log_2 x(x-3) > \log_2 4 \end{cases}; \begin{cases} x > 0 \\ x > 3 \\ x^2 - 3x - 4 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 3 \\ x < -1, x > 4 \end{cases}$$

$$x > 4.$$

Ответ: $x > 4$.

$$5) \log_{\frac{1}{5}}(x-10) - \log_{\frac{1}{5}}(x+2) \geq -1;$$

$$\begin{cases} x-10 > 0 \\ x+2 > 0 \\ \log_{\frac{1}{5}} \frac{x-10}{x+2} \geq \log_{\frac{1}{5}} 5 \end{cases}; \begin{cases} x > 10 \\ x > -2 \\ x-10 \leq 5x+10 \end{cases}; \begin{cases} x > 10 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$x > 10.$$

Ответ: $x > 10$.

$$6) \log_{\frac{1}{\sqrt{7}}}(x+10) + \log_{\frac{1}{\sqrt{7}}}(x+4) > -2;$$

$$\begin{cases} x+10 > 0 \\ x+4 > 0 \\ \log_{\frac{1}{\sqrt{7}}}(x+10)(x+4) > \log_{\frac{1}{\sqrt{7}}} 7 \end{cases}; \begin{cases} x > -4 \\ x^2 + 14x + 33 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x > -4 \\ -11 < x < -3 \end{cases}$$

$$-4 < x < -3.$$

Ответ: $-4 < x < -3$.

$$397. 1) 4 \log_4 x - 33 \log_x 4 \leq 1;$$

$$\begin{cases} 4 \log_4 x - \frac{33}{\log_4 x} - 1 \leq 0 \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} \frac{4 \log_4^2 x - \log_4 x - 33}{\log_4 x} \leq 0 \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}; \text{обозначим } \log_4 x = a;$$

$$\begin{cases} 4a^2 - a - 33 \leq 0 \\ a > 0 \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} \frac{1-\sqrt{265}}{8} \leq a \leq \frac{1+\sqrt{265}}{8} \\ a > 0 \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} 0 < \log_4 x \leq \frac{1+\sqrt{265}}{8} \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}$$

$$1 < x \leq 4^{\frac{1+\sqrt{265}}{8}} \text{ или}$$

$$\begin{cases} 4a^2 - a - 33 \geq 0 \\ a < 0 \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} a \leq \frac{1-\sqrt{265}}{8}, a \geq \frac{1+\sqrt{265}}{8} \\ a < 0 \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} \log_4 x \leq \frac{1-\sqrt{265}}{8} \\ x \neq 1, x > 0 \end{cases}$$

$$0 < x \leq 4^{\frac{1-\sqrt{265}}{8}}.$$

Ответ: $0 < x \leq 4^{\frac{1-\sqrt{265}}{8}}$ и $1 < x \leq 4^{\frac{1+\sqrt{265}}{8}}$.

$$2) \log_x 3 \leq 4(1 + \log_{\frac{1}{3}} x);$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_3 x} \leq 4 - 4\log_3 x \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases}; \begin{cases} \frac{4\log_3^2 x - 4\log_3 x + 1}{\log_3 x} \leq 0; \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases}$$

т.к. $4\log_3^2 x - 4\log_3 x + 1 \geq 0$ при любых $x \in \mathbb{R}$, то

$$\begin{cases} \log_3 x < 0 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases}; 0 < x < 1 \quad \text{или} \quad 4\log_3^2 x - 4\log_3 x + 1 = 0;$$

$$\log_3 x = \frac{1}{2}, \quad x = \sqrt{3}. \quad \text{Ответ: } 0 < x < 1, \quad x = \sqrt{3}.$$

398. Пусть a_1, a_2, \dots — геометрическая прогрессия из положительных чисел; тогда $a_{i+1} = a_i \cdot q$. Рассмотрим последовательность $\log_b a_1, \log_b a_2, \dots$. В этой последовательности

$\log_b a_{i+1} = \log_b (a_i \cdot q) = \log_b a_i + \log_b q$, т.е. это арифметическая прогрессия с разностью $d = \log_b q$.

399. Пусть $a_1, a_1 q, a_1 q^2$ — искомая последовательность, тогда

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 62,$$

$$\lg a_1 + \lg a_1 + \lg q + \lg a_1 + 2\lg q = 3\lg a_1 + 3\lg q = 3(\lg a_1 q) = 3,$$

$$\lg a_1 q = 1, \quad a_1 q = 10.$$

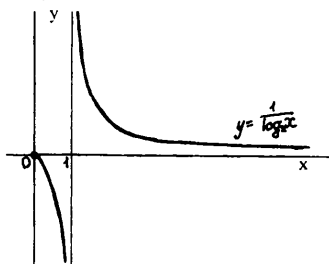
$$a_1(1 + q + q^2) = 62; \quad a_1 q = 10; \quad a_1 = \frac{10}{q}; \quad \frac{10}{q}(1 + q + q^2) = 62;$$

$$\frac{10}{q} + 10 + 10q = 62; \quad \frac{10}{q} + 10q - 52 = 0; \quad 10q^2 - 52q + 10 = 0;$$

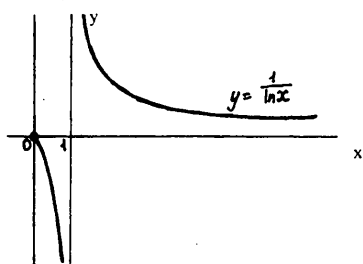
$$q_1 = 5 \text{ или } q_2 = \frac{1}{5}; \quad a_1 = 2 \text{ или } a_1 = 50.$$

В обоих случаях искомые числа: 2, 10, 50.

400. 1)



2)



$$401. 1) x^{\lg 9} + 9^{\lg x} = 6; \quad x^{\frac{\log_x 9}{\log_x 10}} + 9^{\lg x} = 6; \quad 9^{\frac{1}{\log_x 10}} + 9^{\lg x} = 6;$$

$$9^{\lg x} = 3; \quad \lg x = \frac{1}{2}; \quad x = \sqrt{10}.$$

$$\text{Ответ: } x = \sqrt{10}.$$

$$2) x^{3 \lg^3 x - \frac{2}{3} \lg x} = 100\sqrt[3]{10}; \lg x(3 \lg^3 x - \frac{2}{3} \lg x) = \frac{7}{3}; \lg^2 x = a;$$

$$9a^2 - 2a - 7 = 0; a_1 = 1 \text{ или } a_2 = -\frac{7}{9}; \lg^2 x = 1, \lg x = \pm 1, x_1 = 10$$

или $x_2 = \frac{1}{10}$ или $\lg^2 x = -\frac{7}{9}$ — решений нет. Ответ: $x_1 = 10, x_2 = \frac{1}{10}$.

$$402. 1) 3 + 2 \log_{x+1} 3 = 2 \log_3 (x+1); \log_3 x + 1 = a;$$

$$\begin{cases} 2a = \frac{2}{a} + 3; \\ x + 1 \neq 1 \end{cases}; \begin{cases} 2a^2 - 3a - 2 = 0; \\ x \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} a = 2, a = -\frac{1}{2}; \\ x \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \log_3(x+1) = 2, \log_3(x+1) = \frac{1}{2}; \\ x \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 8, x = \sqrt{3} - 1; \\ x \neq 0 \end{cases}; x_1 = 8, x_2 = \sqrt{3} - 1.$$

Ответ: $x_1 = 8, x_2 = \sqrt{3} - 1$.

$$2) 1 + 2 \log_{x+2} 5 = \log_5 (x+2); \log_5 (x+2) = a;$$

$$\begin{cases} a = \frac{2}{a} + 1; \\ x + 2 \neq 1 \end{cases}; \begin{cases} a^2 - a - 2 = 0; \\ x \neq -1 \end{cases}; \begin{cases} a = -1, a = 2; \\ x \neq -1 \end{cases}; \begin{cases} \log_5(x+2) = -1, \log_5(x+2) = 2; \\ x \neq -1 \end{cases};$$

$$x_1 = 23; x_2 = -\frac{9}{5}.$$

Ответ: $x_1 = 23; x_2 = -\frac{9}{5}$.

$$403. 1) \log_2 (2^x - 5) - \log_2 (2^x - 2) = 2x;$$

$$\begin{cases} 2^x - 5 > 0 \\ 2^x - 2 > 0 \\ \log_2 \frac{2^x - 5}{2^x - 2} = \log_2 2^{2-x} \end{cases}; \begin{cases} x > \log_2 5 \\ 2^x - 5 = (2^x - 2) \cdot \frac{4}{2^x} \\ 2^x = a; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \log_2 5 \\ a - 5 = 4 - \frac{8}{a} \end{cases}; \begin{cases} x > \log_2 5 \\ a^2 - 9a + 8 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x > \log_2 5 \\ a = 1, a = 8 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x > \log_2 5 \\ 2^x = 1, 2^x = 8 \end{cases}; \begin{cases} x > \log_2 5 \\ x = 0, x = 3 \end{cases}; x = 3. \quad \text{Ответ: } x = 3.$$

$$2) \log_{1-x} (3-x) = \log_{3-x} (1-x);$$

$$\begin{cases} 3-x > 0, 3-x \neq 1 \\ 1-x > 0, 1-x \neq 1 \\ \log_{1-x} (3-x) = \frac{1}{\log_{1-x} (3-x)} \end{cases}; \begin{cases} x < 3, x \neq 2 \\ x < 1, x \neq 0 \\ \log_{1-x} (3-x) = \pm 1 \end{cases}; \begin{cases} x < 1, x \neq 0 \\ 3-x = 1-x \\ 3 = 1 \end{cases}; \begin{cases} x < 1, x \neq 0 \\ 3 = 1 \end{cases};$$

нет решений.

$$\begin{cases} x < 1, x \neq 0 \\ 3-x = \frac{1}{1-x} \end{cases}; \begin{cases} x < 1, x \neq 0 \\ (3-x)(1-x) = 1 \end{cases}; \begin{cases} x < 1, x \neq 0 \\ x^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 1, x \neq 0 \\ x = 2 + \sqrt{2}, x = 2 - \sqrt{2} \end{cases};$$

$$x = 2 - \sqrt{2}.$$

Ответ: $x = 2 - \sqrt{2}$.

3) $\log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 2$; $\log_2(2^x + 1) \cdot (1 + \log_2(2^x + 1)) = 2$;
 $\log_2(2^x + 1) = a$; $a^2 + a - 2 = 0$; $a = 1, a = -2$; $\log_2(2^x + 1) = 1$
или $\log_2(2^x + 1) = -2$; $2^x + 1 = 2$ или $2^x + 1 = \frac{1}{4}$; $2^x = 1, x = 0$

или $2^x = -\frac{3}{4}$ — решений нет.

Ответ: $x = 0$.

4) $\log_{3x+7}(5x+3) = 2 - \log_{5x+3}(3x+7)$, $\log_{3x+7}(5x+3) = a$;

$$\begin{cases} 3x+7 \neq 1, 3x+7 > 0 \\ 5x+3 \neq 1, 5x+3 > 0 \\ a = 2 - \frac{1}{a} \end{cases}; \begin{cases} x \neq -2, x > -\frac{7}{3} \\ x \neq -\frac{2}{5}, x > -\frac{3}{5} \\ a^2 - 2a + 1 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x \neq -\frac{2}{5}, x > -\frac{3}{5} \\ a = 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x \neq -\frac{2}{5}, x > -\frac{3}{5} \\ \log_{3x+7}(5x+3) = 1 \end{cases}; \begin{cases} x \neq -\frac{2}{5}, x > -\frac{3}{5} \\ 3x+7 = 5x+3 \end{cases}; \begin{cases} x \neq -\frac{2}{5}, x > -\frac{3}{5} \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ответ: $x = 2$.

404. 1) $\log_{\frac{1}{3}}(2^{x+2} - 4^x) \geq -2$; $2^x = a$; $\log_{\frac{1}{3}}(4a - a^2) \geq \log_{\frac{1}{3}} 9$;

$$\begin{cases} 4a - a^2 > 0 \\ 4a - a^2 \leq 9 \end{cases}; \begin{cases} 0 < a < 4 \\ a^2 - 4a + 9 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 0 < a < 4 \\ a \in \mathbb{R} \end{cases}; 0 < a < 4;$$

$0 < 2^x < 4$; $x < 2$.

Ответ: $x < 2$.

2) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) \geq -2$; $6^x = a$; $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6a - a^2) \geq \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 5$;

$$\begin{cases} 6a - a^2 > 0 \\ 6a - a^2 \leq 5 \end{cases}; \begin{cases} a^2 - 6a < 0 \\ a^2 - 6a + 5 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 0 < a < 6 \\ a \leq 1, a \geq 5 \end{cases}; 0 < a \leq 1, 5 \leq a < 6.$$

$0 < 6^x \leq 1, 5 \leq 6^x < 6$; $x \leq 0$ и $\log_6 5 \leq x < 1$.

Ответ: $x \leq 0, \log_6 5 \leq x < 1$.

405. $\log_2 x \cdot \log_2(x-3) + 1 = \log_2(x^2 - 3x)$;

$\log_2 x \cdot \log_2(x-3) = \log_2 x + \log_2(x-3) - 1$;

$\log_2 x (\log_2(x-3) - 1) = \log_2(x-3) - 1$;

$(\log_2(x-3) - 1)(\log_2 x - 1) = 0$;

$$\begin{cases} \log_2(x-3) = 1 \\ x-3 > 0, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 \\ x > 3 \end{cases}; x = 5 \quad \text{или} \quad \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ x > 3 \end{cases}; \text{нет решений.}$$

Ответ: $x = 5$.

$$406. \frac{1}{\log_a x - 1} + \frac{1}{\log_a x^2 + 1} < -\frac{3}{2}; \log_a x = b;$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{b-1} + \frac{1}{2b+1} < -\frac{3}{2}; \\ \frac{2b+1+b-1+\frac{3}{2}(b-1)(2b+1)}{(b-1)(2b+1)} < 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{3b^2+\frac{3}{2}b-\frac{3}{2}}{(b-1)(2b+1)} < 0; \\ \frac{2b^2+b-1}{(b-1)(2b+1)} < 0; \end{cases}; \begin{cases} x > 0 \\ -1 < b < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < b < 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ -1 < \log_a x < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < \log_a x < 1; \end{cases}; \begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{a} < x < \frac{1}{\sqrt{a}}; \\ a > 1 \end{cases}; \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{a} < x < a \\ a > 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{a} > x > \frac{1}{\sqrt{a}} \\ 0 < a < 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{a} > x > a \\ 0 < a < 1 \end{cases}.$$

Ответ: при $0 < a < 1$: $\frac{1}{a} > x > \frac{1}{\sqrt{a}}$ и $\sqrt{a} > x > a$,

а при $a > 1$: $\frac{1}{a} < x < \frac{1}{\sqrt{a}}$ и $\sqrt{a} < x < a$.

Глава V. Тригонометрические формулы

407. 1) $40^\circ = \frac{40^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{9}$; 2) $120^\circ = \frac{120^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$; 3) $150^\circ = \frac{150^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{6}$;

4) $75^\circ = \frac{75^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{12}$; 5) $32^\circ = \frac{32^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{8\pi}{45}$; 6) $140^\circ = \frac{140^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{7\pi}{9}$.

408. 1) $\frac{\pi}{6} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$; 2) $\frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$;

3) $\frac{3\pi}{4} = \frac{3 \cdot 180^\circ}{4} = 135^\circ$; 4) $2 = \frac{2 \cdot 180^\circ}{\pi} = \left(\frac{360}{\pi}\right)^\circ$;

5) $3 = \frac{3 \cdot 180^\circ}{\pi} = \left(\frac{540}{\pi}\right)^\circ$; 6) $0,36 \approx \frac{0,36 \cdot 180^\circ}{\pi} = \left(\frac{64,8}{\pi}\right)^\circ$.

409. а) в равностороннем треугольнике все три угла равны

$$60^\circ = \frac{60^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{3}$$

б) в равнобедренном прямоугольном треугольнике один угол равен

$$90^\circ = \frac{90^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{2}, \text{ а два других равны } 45^\circ = \frac{45^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{4}$$

в) в квадрате все углы равны $90^\circ = \frac{\pi}{2}$;

г) в правильном шестиугольнике все углы равны $120^\circ = \frac{120^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$.

410. $\ell = 0,36\text{м}$, $\alpha = 0,9\text{рад}$. R — ? $\ell = \alpha R$, $R = \frac{\ell}{\alpha} = \frac{0,36\text{м}}{0,9} = 0,4\text{м}$.

411. $\ell = 0,03\text{м}$, $R = 0,015\text{м}$, α — ? $\ell = \alpha R$, $\alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{0,03\text{м}}{0,015\text{м}} = 2\text{рад}$.

412. $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ рад., $R = 0,01\text{м}$, S — ? $S = \frac{R^2}{2} \alpha = \frac{0,0003}{8} \pi \text{ м}^2$.

413. $R = 0,025\text{м}$, $S = 0,000625\text{м}^2$, α — ? $\alpha = \frac{2S}{R^2} = \frac{2 \cdot 0,000625\text{м}^2}{0,000625\text{м}^2} = 2\text{рад}$.

414.

Градусы	0,5	36	159	108	150	54	$\frac{450}{\pi}$	$\frac{324}{\pi}$
Рadianы	$\frac{\pi}{360}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{159\pi}{180}$	$\frac{3\pi}{5}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{10}$	2,5	1,8

415.

Угол, °	30	36	$\frac{90}{\pi}$	$\frac{720}{\pi}$	$\frac{360}{\pi}$	$\frac{180}{\pi}$
Угол, рад.	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{5}$	0,5	4	2	1

Радиус, см	2	$\frac{10}{\pi}$	10	5	5	10
Длина дуги, см	$\frac{\pi}{3}$	2	5	20	10	10
Площадь сектора, см ²	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{10}{\pi}$	25	50	25	50

$$\ell = \alpha R, S = \frac{R^2}{2} \alpha, S = \frac{\ell^2}{2\alpha}.$$

416. 1) $4\pi - (1; 0)$; 2) $-\frac{3\pi}{2} - (0; 1)$; 3) $-6,5\pi - (0; -1)$;

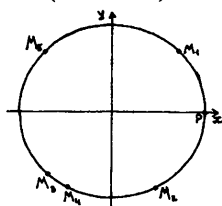
4) $\frac{\pi}{4} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 5) $\frac{\pi}{3} - \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; 6) $-45^\circ - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

417.

1) $\frac{\pi}{4} - M_1$; 2) $-\frac{\pi}{3} - M_2$;

3) $-\frac{3\pi}{4} - M_3$; 4) $-\frac{4\pi}{3} - M_4$

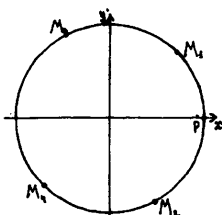
5) $-\frac{5}{4}\pi - M_5$; 6) $-225^\circ - M_5$.



418.

1) $\frac{\pi}{4} \pm 2\pi - M_1$; 2) $-\frac{\pi}{3} \pm 2\pi - M_2$;

3) $\frac{2\pi}{3} \pm 6\pi - M_3$; 4) $-\frac{3\pi}{4} \pm 8\pi - M_4$.



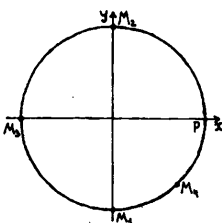
419.

1) $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z - M_1$;

2) $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z - M_2$;

3) $-\pi + 2\pi k, k \in Z - M_3$;

4) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z - M_4$.



420. 1) $3\pi - (-1, 0)$; 2) $-\frac{7\pi}{2} - (0, 1)$; 3) $-\frac{15\pi}{2} - (0, 1)$;

4) $5\pi - (-1, 0)$; 5) $540^\circ - (-1, 0)$; 6) $810^\circ - (-1, 0)$.

421. 1) $-\frac{3\pi}{2} + 2\pi k - (0, 1)$; 2) $\frac{5\pi}{2} + 2\pi k - (0, 1)$;

$$3) \frac{7\pi}{2} + 2\pi k - (0, -1);$$

$$4) -\frac{9\pi}{2} + 2\pi k - (0, -1).$$

$$422. 1) \frac{\pi}{2} \pm \pi - (0, -1);$$

$$2) \frac{\pi}{4} \pm \pi - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right);$$

$$3) -\frac{3\pi}{2} + \pi k - \begin{matrix} (0,1), k = \dots -4, -2, 0, 2, 4, \dots \\ (0,-1), k = \dots -3, -1, 1, 3, \dots \end{matrix}$$

$$4) -\pi + \pi k - \begin{matrix} (-1,0), k = \dots -4, -2, 0, 2, 4, \dots \\ (1,0), k = \dots -3, -1, 1, 3, \dots \end{matrix}$$

$$423. 1) (1; 0) : +2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) (-1; 0) : -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) (0; 1) : -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) (0; -1) : -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$424. 1) \text{I-I-четв.}; 2) 2,75\text{-II-четв.};$$

$$3) 3,16\text{-III-четв.}; 4) 4,95\text{-IV-четв.}$$

$$425. 1) a=9,8\pi, x=1,8\pi, k=4;$$

$$2) a = 7\frac{1}{3}\pi, x = 1\frac{1}{3}\pi, k=3;$$

$$3) a = \frac{11}{2}\pi, x = \frac{3}{2}\pi, k=2;$$

$$4) a = \frac{17}{3}\pi, x = \frac{5}{3}\pi, k=2.$$

426.

$$1) \frac{\pi}{4} \pm 2\pi - M_1;$$

$$2) -\frac{\pi}{3} \pm 2\pi - M_2;$$

$$3) \frac{2\pi}{3} \pm 6\pi - M_3;$$

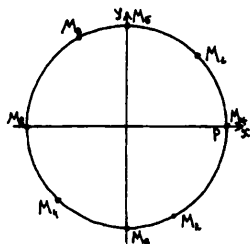
$$4) -\frac{3\pi}{4} \pm 8\pi - M_4;$$

$$5) 4,5\pi - M_5;$$

$$6) 5,5\pi - M_6;$$

$$7) -6\pi - M_7;$$

$$8) -7\pi - M_8.$$



$$427. 1) -\frac{3\pi}{2} + 2\pi k, -(0; 1);$$

$$2) \frac{5\pi}{2} + 2\pi k, -(0; 1);$$

$$3) \frac{7\pi}{2} + 2\pi k, -(0; -1);$$

$$4) -\frac{9\pi}{2} + 2\pi k, -(0; -1).$$

$$428. 1) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) : -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) : -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) : -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) : -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$429. 1) \sin \alpha = 1 - M_1;$$

$$2) \sin \alpha = 0 - M_2 \text{ и } M_2';$$

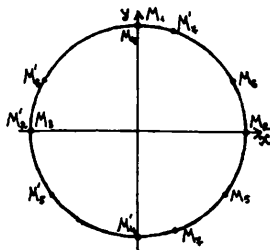
$$3) \cos \alpha = -1 - M_3;$$

$$4) \cos \alpha = 0 - M_4 \text{ и } M_4';$$

$$5) \sin \alpha = -0,6 - M_5 \text{ и } M_5';$$

$$6) \sin \alpha = 0,5 - M_6 \text{ и } M_6';$$

$$7) \cos \alpha = \frac{1}{3}, -M_7 \text{ и } M_7'.$$



430. 1) $\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{2} = 1 + (-1) = 0$; 2) $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos \frac{\pi}{2} = (-1) + 0 = -1$;

3) $\sin \pi - \cos \pi = 0 - (-1) = 1$; 4) $\sin 0 - \cos 2\pi = 0 - 1 = -1$;

5) $\sin \pi + \sin 1,5\pi = 0 - 1 = -1$; 6) $\sin 0 + \cos 2\pi = 0 + 1 = 1$.

431. 1) $\beta = 3\pi$, $\sin \beta = 0$, $\cos \beta = -1$; 2) $\beta = 4\pi$, $\sin \beta = 0$, $\cos \beta = 1$;

3) $\beta = 3,5\pi$, $\sin \beta = -1$, $\cos \beta = 0$; 4) $\beta = \frac{5\pi}{2}$, $\sin \beta = 1$, $\cos \beta = 0$;

5) $\beta = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $\sin \beta = 0$, $\cos \beta = (-1)^k$;

6) $\beta = (2k+1)\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $\sin \beta = 0$, $\cos \beta = -1$.

432. 1) $\sin 3\pi - \cos \frac{3\pi}{2} = 0 - 0 = 0$;

2) $\cos 0 - \cos 3\pi + \cos 3,5\pi = 1 - (-1) + 0 = 2$;

3) $\sin \pi k + \cos 2\pi k = (k \in \mathbb{Z}) = 0 + 1 = 1$;

4) $\cos \frac{(2k+1)\pi}{2} - \sin \frac{(4k+1)\pi}{2} = 0 - 1 = -1$.

433. 1) $\operatorname{tg} \pi + \cos \pi = 0 - 1 = -1$; 2) $\operatorname{tg} 0^\circ - \operatorname{tg} 180^\circ = 0 - 0 = 0$;

3) $\operatorname{tg} \pi + \sin \pi = 0 + 0 = 0$; 4) $\cos \pi - \operatorname{tg} 2\pi = -1 - 0 = -1$.

434. 1) $3\sin \frac{\pi}{6} + 2\cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = \frac{3}{2}$;

2) $5\sin \frac{\pi}{4} + 3\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 5\cos \frac{\pi}{4} - 10\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 - 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 10 = -7$;

3) $(2\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}) : \cos \frac{\pi}{6} = (2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}) : \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

4) $\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{1}{2}$.

435. 1) $2\sin x = 0$; $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $\frac{1}{2} \cos x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

3) $\cos x - 1 = 0$; $\cos x = 1$; $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

4) $1 - \sin x = 0$; $\sin x = 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

436. 1) 0,049 может т.к. $|0,049| \leq 1$; 2) -0,875 - может т.к. $|0,875| \leq 1$;

3) $-\sqrt{2}$ не может, т.к. $|-\sqrt{2}| > 1$; 4) $2 + \sqrt{2}$ - не может, т.к. $|2 + \sqrt{2}| > 1$.

437. 1) $2\sin \alpha + \sqrt{2} \cos \alpha = (\alpha = \frac{\pi}{4}) = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} + 1$;

2) $0,5\cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha = (\alpha = 60^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{5}{4}$;

$$3) \sin 3\alpha - \cos 2\alpha = (\alpha = \frac{\pi}{6}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3};$$

$$4) \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{3} = (\alpha = \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2}.$$

$$438. 1) \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{4};$$

$$2) 2\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3} = 2 \cdot (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{11}{4};$$

$$3) (\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3})(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}) = (1 - \frac{1}{\sqrt{3}})(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{2}{3};$$

$$4) 2\cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{13}{12}.$$

$$439. 1) \sin x = -1 : x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \cos x = -1 : x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \sin 3x = 0; 3x = \pi k, x = \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \cos \frac{x}{2} = 0; \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$5). \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = 1; \frac{x}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; x = -\frac{\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$6) \cos(5x + 4\pi) = 1 : 5x + 4\pi = 2\pi k, x = -\frac{4\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}k, k \in \mathbb{Z}.$$

440. Используя микрокалькулятор, проверить равенство.

$$441. 1) \sin 1,5 \approx 1; \quad 2) \cos 4,81 \approx 0,1; \quad 3) \sin 38^\circ \approx 0,62;$$

$$4) \cos 45^\circ 12' \approx 0,7; \quad 5) \sin \frac{\pi}{5} \approx 0,59; \quad 6) \cos \frac{10\pi}{7} \approx -0,22;$$

$$7) \operatorname{tg} 12^\circ \approx 0,21; \quad 8) \sin \frac{19\pi}{9} \approx 0,34.$$

$$442. 1) \alpha = \frac{\pi}{6}; \text{ I четв.}; \quad 2) \alpha = \frac{3\pi}{4}; \text{ II четв.}; \quad 3) \alpha = -\frac{3\pi}{4}; \text{ III четв.};$$

$$4) \alpha = \frac{7\pi}{6}; \text{ III четв.}; \quad 5) \alpha = -\frac{7\pi}{6}; \text{ II четв.}; \quad 6) \alpha = 4,8; \text{ IV четв.};$$

$$7) \alpha = -1,31; \text{ IV четв.}; \quad 8) \alpha = -2,7; \text{ III четв.}$$

$$443. 1) \frac{\pi}{2} - \alpha; \text{ I четв.}; \quad 2) \alpha - \pi; \text{ III четв.}; \quad 3) \frac{3\pi}{2} - \alpha; \text{ III четв.};$$

$$4) \frac{\pi}{2} + \alpha; \text{ II четв.}; \quad 5) \alpha - \frac{\pi}{2}; \text{ IV четв.}; \quad 6) \pi - \alpha; \text{ II четв.}$$

$$444. 1) \alpha = \frac{5\pi}{4}; \sin \alpha < 0, \text{ т.к. } \alpha \in \text{III четв.};$$

2) $\alpha = -\frac{33\pi}{7}$; $\sin \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{III}$ четв.;

3) $\alpha = \frac{4}{3}\pi$; $\sin \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{III}$ четв.;

4) $\alpha = 5,1$; $\sin \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{IV}$ четв.;

5) $\alpha = -0,1\pi$; $\sin \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{IV}$ четв.;

6) $\alpha = -470^\circ$; $\sin \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{III}$ четв.

445. 1) $\alpha = \frac{2\pi}{3}$; $\cos \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{II}$ четв.; 2) $\alpha = \frac{7\pi}{6}$; $\cos \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{III}$ четв.

3) $\alpha = -\frac{2\pi}{5}$; $\cos \alpha > 0$, т.к. $\alpha \in \text{IV}$ четв.; 4) $\alpha = 4,6$; $\cos \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{III}$ четв.

5) $\alpha = -5,3$; $\cos \alpha > 0$, т.к. $\alpha \in \text{I}$ четв.; 6) $\alpha = -150^\circ$; $\cos \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{III}$ четв.

446. 1) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$; $\text{tg} \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{II}$ четв.; 2) $\alpha = \frac{12\pi}{5}$; $\text{tg} \alpha > 0$, т.к. $\alpha \in \text{I}$ четв.;

3) $\alpha = -\frac{5\pi}{4}$; $\text{tg} \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{II}$ четв.; 4) $\alpha = 3,7$; $\text{tg} \alpha > 0$, т.к. $\alpha \in \text{III}$ четв.

5) $\alpha = -1,3$; $\text{tg} \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{IV}$ четв.; 6) $\alpha = 283^\circ$; $\text{tg} \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{IV}$ четв.

447. 1) $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$; $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, $\text{tg} \alpha > 0$;

2) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{7\pi}{4}$; $\cos \alpha > 0$, $\sin \alpha < 0$, $\text{tg} \alpha < 0$;

3) $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$; $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$, $\text{tg} \alpha < 0$;

4) $2\pi < \alpha < 2,5\pi$; $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$, $\text{tg} \alpha > 0$.

448. 1) $\alpha = 1$; $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$, $\text{tg} \alpha > 0$, т.к. $\alpha \in \text{I}$ четв.;

2) $\alpha = 3$; $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, $\text{tg} \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{II}$ четв.;

3) $\alpha = -3,4$; $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, $\text{tg} \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{II}$ четв.;

4) $\alpha = -1,3$; $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$, $\text{tg} \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{IV}$ четв.

449. 1) $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) > 0$; 2) $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) < 0$; 3) $\cos(\alpha - \pi) > 0$;

4) $\text{tg}(\alpha - \frac{\pi}{2}) < 0$; 5) $\text{tg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha) > 0$; 6) $\sin(\pi - \alpha) > 0$.

450. 1) $3\pi < \alpha < \frac{10\pi}{8}$; $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, $\text{tg} \alpha > 0$, $\text{ctg} \alpha > 0$, т.к. $\alpha \in \text{III}$ четв.;

2) $\frac{5\pi}{2} < \alpha < \frac{11\pi}{4}$; $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, $\text{tg} \alpha < 0$, $\text{ctg} \alpha < 0$, т.к. $\alpha \in \text{II}$ четв.

451. Знаки синуса и косинуса совпадают, если $\alpha \in \text{I}$ или III четверти,

то есть если $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ и $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$.

Знаки синуса и косинуса различны, если $\alpha \in \text{II}$ или IV четверти, то есть если $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ и $\frac{3\pi}{2} \leq \alpha \leq 2\pi$.

452.

1) $\sin \frac{2\pi}{3} \sin \frac{3\pi}{4} > 0$, т.к. $\frac{2\pi}{3}$, и $\frac{3\pi}{4} \in \text{II}$ четв. и $\sin \frac{2\pi}{3} > 0$ и $\sin \frac{3\pi}{4} > 0$.

2) $\cos \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} < 0$, т.к. $\frac{\pi}{6} \in \text{I}$ четв. и $\cos \frac{\pi}{6} > 0$, а $\frac{2\pi}{3} \in \text{II}$ четв. и $\cos \frac{2\pi}{3} < 0$.

3) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} > 0$, т.к. $\frac{\pi}{4} \in \text{I}$ четв. и $\sin \frac{\pi}{4} > 0$, а $\frac{5\pi}{4} \in \text{III}$ четв. и $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} > 0$.

453. а) $\sin 0,7$ и $\sin 4$; $\sin 0,7 > 0$, т.к. $0,7 \in \text{I}$ четв., а $\sin 4 < 0$, т.к. $4 \in \text{III}$ четв., значит, $\sin 0,7 > \sin 4$.

б) $\cos 1,3$ и $\cos 2,3$; $\cos 1,3 > 0$, т.к. $1,3 \in \text{I}$ четв., а $\cos 2,3 < 0$, т.к. $2,3 \in \text{II}$ четв., значит, $\cos 1,3 > \cos 2,3$.

454. 1) $\sin(5\pi + x) = 1$; $5\pi + x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $x = -\frac{9\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

2) $\cos(x + 3\pi) = 0$; $x + 3\pi = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = -\frac{5\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

3) $\cos(\frac{5\pi}{2} + x) = -1$; $\frac{5\pi}{2} + x = \pi + 2\pi k$, $x = -\frac{3\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

4) $\sin(\frac{9\pi}{2} + x) = -1$; $\frac{9\pi}{2} + x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = -5\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

455. 1) $\sin \alpha + \cos \alpha = -1,4$; т.к. $|\sin \alpha| \leq 1$ и $|\cos \alpha| \leq 1$, то $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha < 0$, значит, $\alpha \in \text{III}$ четв.;

2) $\sin \alpha - \cos \alpha = 1,4$; т.к. $|\sin \alpha| \leq 1$ и $|\cos \alpha| \leq 1$, то $\sin \alpha > 0$ и $\cos \alpha < 0$, значит, $\alpha \in \text{II}$ четв.

456. Т.к. $|\sin \alpha| \leq 1$ и $|\cos \alpha| \leq 1$, то синус (косинус) может принимать значения $0,03; \frac{2}{3}; \frac{11}{13}$, и не может принимать значения $\frac{5}{3}; -\frac{13}{11}; \sqrt{2}$.

457. 1) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$; не могут, т.к. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9} \neq 1$,

что противоречит основному тригонометрическому тождеству $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$;

2) $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ и $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; могут, т.к. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1$;

3) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{5}$ и $\cos \alpha = \frac{\sqrt{23}}{5}$; не могут, т.к.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{3}{25} + \frac{23}{25} = \frac{26}{25} \neq 1;$$

4) $\sin \alpha = 0,2$ и $\cos \alpha = 0,8$; не могут, т.к.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{25} + \frac{16}{25} = \frac{17}{25} \neq 1.$$

$$458. 1) \sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha, \text{ если } \cos \alpha = -\frac{3}{5} \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{4}{3}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{3}{4};$$

$$2) \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha, \text{ если } \sin \alpha = -\frac{2}{5} \text{ и } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{4}{25}} = -\frac{\sqrt{21}}{5};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{21}}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

459.

$$1) \cos \alpha = \frac{5}{13} \text{ и } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi; \sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\frac{12}{13}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{12}{5},$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{5}{12};$$

$$2) \sin \alpha = 0,8 \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{4}{3}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{4};$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8} \text{ и } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}, \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{225}{64}}} = -\frac{8}{17},$$

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{15}{17}, \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{3}{4};$$

$$4) \operatorname{ctg} \alpha = -3 \text{ и } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi; \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}, \sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + 9}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} = -\frac{1}{3};$$

$$5) \cos \alpha = 0,8 \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}; \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{4}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{3};$$

$$6) \sin \alpha = -\frac{5}{13} \text{ и } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi; \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \frac{12}{13}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5}{12},$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{12}{5};$$

$$7) \operatorname{tg} \alpha = -2,4 \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{144}{25}}} = -\frac{5}{13}$$

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{12}{13}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{5}{12};$$

$$8) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{7}{24} \text{ и } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}; \sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{49}{576}}} = -\frac{24}{25};$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{7}{25}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} = 3\frac{3}{7}.$$

$$460. 1) \cos \alpha, \text{ если } \sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{5}: \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{12}{25}} = \pm \frac{\sqrt{13}}{5};$$

$$2) \sin \alpha, \text{ если } \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}: \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}};$$

$$3) \sin \alpha, \text{ если } \cos \alpha = \frac{2}{3}: \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3};$$

$$4) \cos \alpha, \text{ если } \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}: \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

$$461. 1) \sin \alpha = \frac{1}{5} \text{ и } \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{24}}; \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sqrt{24}}{5}; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

— верно, значит, может.

$$2) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5} \text{ и } \cos \alpha = \frac{3}{4}; \sin \alpha = \frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} = \frac{9}{4\sqrt{7}};$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \frac{9}{16} + \frac{81}{112} = \frac{144}{112} \neq 1 \text{ — значит, не может.}$$

$$462. \sin \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{11}; \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{40}{121}} = \frac{9}{11}, \text{ т.к. } 0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2\sqrt{10}}{9}$$

$$463. 1) \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \left(\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{2} \right) = \frac{\frac{1}{2} + 2}{\frac{1}{2} - 2} = -\frac{5}{3}.$$

$$2) \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha + 1} = \frac{2 - 1}{2 + 1} = \frac{1}{3}.$$

$$3) \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha} = \frac{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 3 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 5 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha + 3}{3 \operatorname{tg} \alpha - 5} = \frac{7}{1} = 7.$$

$$4) \frac{\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 2 \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha + 2}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1} = \frac{6}{3} = 2.$$

$$464. 1) \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2}(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - \frac{1}{2}(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{8};$$

$$2) \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^3 - 3 \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \frac{1}{8} + \frac{9}{8} - \frac{10}{8} = \frac{5}{4}.$$

$$465. 1) (1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha, \text{ что и треб. док-ть.}$$

$$2) (1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha, \text{ что и треб. док-ть.}$$

$$3) \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha, \text{ что и требовалось док-ть.}$$

$$4) \frac{\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha, \text{ что и требовалось док-ть.}$$

$$5) \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \sin^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1, \text{ что и}$$

требовалось доказать.

$$6) \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} + \cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$$

что и требовалось доказать.

$$466. 1) \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha - 2 \sin \alpha = \sin \alpha - 2 \sin \alpha = -\sin \alpha;$$

$$2) \cos \alpha - \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha - \cos \alpha = 0;$$

$$3) \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}{1 + \cos \alpha} = 1 - \cos \alpha;$$

$$4) \frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{1 - \sin \alpha} = 1 + \sin \alpha.$$

467.

$$1) \frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = 1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = (\alpha = \frac{\pi}{4}) = 1 - \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 1 - 2 = -1;$$

$$2) \cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha = (\alpha = \frac{\pi}{6}) = (\sqrt{3})^2 = 3;$$

$$3) \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha = (\alpha = \frac{\pi}{3}) = (\sqrt{3})^2 = 3;$$

$$4) \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 + 1 = 2 \text{ при любом } \alpha, \text{ в частности при } \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$468. 1) (1 - \sin 2\alpha)(1 + \operatorname{tg} 2\alpha) = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = 1,$$

что и требовалось док-ть.

$$2) \sin 2\alpha(1 + \operatorname{ctg} 2\alpha) = \sin^2 \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1, 1 - \cos 2\alpha = \sin 2\alpha, \text{ что и}$$

требовалось док-ть.

$$469. 1) (1 + \operatorname{tg}2\alpha)\cos2\alpha - 1 = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} \cos^2\alpha - 1 = 1 - 1 = 0;$$

$$2) 1 - \sin2\alpha(1 + \operatorname{ctg}2\alpha) = 1 - \sin^2\alpha \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = 1 - 1 = 0;$$

$$3) 1 + \operatorname{tg}^2\alpha + \frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha};$$

$$4) \frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{\frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha}} = \operatorname{tg}^2\alpha.$$

470. $1 (1 - \cos2\alpha)(1 + \cos2\alpha) = 1 - \cos^22\alpha = \sin^22\alpha$, что и требовалось доказать.

2) $\frac{\sin\alpha - 1}{\cos^2\alpha} = \frac{\sin\alpha - 1}{1 - \sin^2\alpha} = \frac{\sin\alpha - 1}{(1 + \sin\alpha)(1 - \sin\alpha)} = -\frac{1}{1 + \sin\alpha}$, что и требовалось доказать.

3) $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$, что и требовалось доказать.

4) $(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)^2 + 2\cos^2\alpha\sin^2\alpha = \sin^4\alpha + \cos^4\alpha - 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 2\cos^2\alpha\sin^2\alpha = \sin^4\alpha + \cos^4\alpha$, что и требовалось доказать.

$$5) \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} + \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + 1 + \cos^2\alpha + 2\cos\alpha}{(1 + \cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{2(1 + \cos\alpha)}{(1 + \cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$$

что и требовалось доказать.

6) $\frac{\sin^2\alpha}{(1 - \cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{(1 - \cos\alpha)(1 + \cos\alpha)}{(1 - \cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha}$, что и требовалось доказать.

$$7) \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} + \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

что и требовалось доказать.

$$8) \operatorname{tg}^2\alpha - \sin^2\alpha = \sin^2\alpha \left(\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 \right) = \sin^2\alpha \left(\frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} \right) = \sin^2\alpha \cdot \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \sin^2\alpha$$

$\operatorname{tg}^2\alpha$, что и требовалось доказать.

$$471. \sin\alpha \cdot \cos\alpha = -\frac{1}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 + \frac{1}{2}(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = -\frac{9}{50} + \frac{1}{2} = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}$$

$$472. \text{Если } \cos\alpha - \sin\alpha = 0,2, \text{ то } \cos^3\alpha - \sin^3\alpha = (\cos\alpha - \sin\alpha)^3 + 3\cos\alpha \sin\alpha(\cos\alpha - \sin\alpha) = (\cos\alpha - \sin\alpha)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 + \frac{1}{2}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\right)(\cos\alpha - \sin\alpha) = \\ = \frac{1}{125} + 3 \cdot \left(-\frac{1}{50} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125} + \frac{36}{125} = \frac{37}{125}.$$

$$473. \operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha = (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha)^2 - 2 \operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha = (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha)^2 - 2 = 7.$$

$$474. 1) 2\sin x + \sin^2x + \cos^2x = 1; 2\sin x = 0, x = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) 2\sin^2x + 3\cos^2x - 2 = 0; 2(\sin^2x + \cos^2x) - 2 + \cos^2x = 0; \cos^2x = 0;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) 3\cos^2x - 2\sin x = 3 - 3\sin^2x; 3(\cos^2x + \sin^2x) - 3 = 2\sin x; \sin x = 0;$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \cos^2x - \sin^2x = 2\sin x - 1 - 2\sin^2x; \cos^2x + \sin^2x + 1 = 2\sin x; \sin x = 1,$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

475.

$$1) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{3} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = -\frac{7}{4};$$

$$2) \frac{1 + \operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{1 + \operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6}}{1 + \operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 + 3} = \frac{1}{3};$$

$$3) 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= -2\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{3} + \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \sqrt{3} + \frac{1}{2} = \frac{-3\sqrt{3} + 1}{2};$$

$$4) \cos(-\pi) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\pi - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} + \sin\frac{3\pi}{2} - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= -1 - 0 - 1 - 1 = -3;$$

$$5) \frac{3 - \sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{3 - \sin^2\frac{\pi}{3} - \cos^2\frac{\pi}{3}}{2\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{3 - \frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2};$$

$$6) 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 3 + 7,5\operatorname{tg}(-\pi) + \frac{1}{8}\cos\frac{3}{2}\pi = -2\sin\frac{\pi}{6} + 3 - 7,5\operatorname{tg}\pi + \frac{1}{8}\cos\frac{3}{2}\pi =$$

$$= -1 + 3 - 0 + 0 = 2.$$

476. 1) $\operatorname{tg}(-\alpha)\cos\alpha + \sin\alpha = -\operatorname{tg}\alpha\cos\alpha + \sin\alpha = -\sin\alpha + \sin\alpha = 0;$

2) $\cos\alpha - \operatorname{ctg}\alpha(-\sin\alpha) = \cos\alpha + \operatorname{ctg}\alpha\sin\alpha = \cos\alpha + \cos\alpha = 2\cos\alpha;$

$$3) \frac{\cos(-\alpha) + \sin(-\alpha)}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{(\cos\alpha - \sin\alpha)(\cos\alpha + \sin\alpha)} = \frac{1}{\cos\alpha + \sin\alpha};$$

4) $\operatorname{tg}(-\alpha)\operatorname{ctg}(-\alpha) + \cos^2(-\alpha) + \sin^2\alpha = 1 + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 + 1 = 2.$

$$477. 1) \frac{2 - \sin^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{2 - \sin^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{3}}{2\cos\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{6}} = \frac{2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}} = 4;$$

$$2) \sqrt{3}\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 2\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4\cos\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3} + 2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} +$$

$$+ 4\cos\frac{3\pi}{2} = -\frac{3}{2} + 2 + 0 = \frac{1}{2}.$$

$$478. 1) \frac{\sin^3(-\alpha) + \cos^3(-\alpha)}{1 - \sin(-\alpha)\cos(-\alpha)} = \frac{-\sin^3\alpha + \cos^3\alpha}{1 + \sin\alpha\cos\alpha} =$$

$$= \frac{(\cos\alpha - \sin\alpha)(\cos^2\alpha + \cos\alpha\sin\alpha + \sin^2\alpha)}{1 + \sin\alpha\cos\alpha} = \cos\alpha - \sin\alpha;$$

$$2) \frac{1 - (\sin\alpha + \cos(-\alpha))^2}{-\sin(-\alpha)} = \frac{1 - (\sin\alpha + \cos\alpha)^2}{\sin\alpha} =$$

$$= \frac{1 - (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha + 2\cos\alpha\sin\alpha)}{\sin\alpha} = \frac{-2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha} = -\cos\alpha.$$

479.

$$1) \cos\alpha\sin(6\pi - \alpha) \cdot (1 + \operatorname{ctg}^2(-\alpha)) = \cos\alpha\sin(-\alpha) \cdot \left(\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} \right) = -\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} =$$

$$= -\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{ctg}(-\alpha), \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$2) \frac{1 - \sin^2(-\alpha)}{\cos(4\pi - \alpha)} \cdot \frac{\sin(\alpha - 2\pi)}{1 - \cos^2(-\alpha)} = \frac{1 - \sin^2\alpha}{\cos(-\alpha)} \cdot \frac{(-\sin(2\pi - \alpha))}{1 - \cos^2\alpha} =$$

$$= \frac{\cos^2\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$480. 1) \sin(-x) = 1; -\sin x = 1; \sin x = -1; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \cos(-2x) = 0; \cos 2x = 0; 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k; x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) \cos(-2x) = 1; \cos 2x = 1; 2x = 2\pi k, x = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \sin(-2x) = 0; -\sin 2x = 0; \sin 2x = 0; 2x = \pi k, x = \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$5) \cos^2(-x) + \sin(-x) = 2 - \sin^2x; \cos^2x + \sin^2x - 2 = \sin x; \sin x = -1;$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$6) 1 - \sin^2(-x) + \cos(4\pi - x) = \cos(x - 2\pi); \cos^2x + \cos x = \cos x;$$

$$\cos x = 0; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$481. 1) \cos 135^\circ = \cos(90^\circ + 45^\circ) = \cos 90^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 90^\circ \cdot \sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$2) \cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 90^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 90^\circ \cdot \sin 30^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$3) \cos 150^\circ = \cos(90^\circ + 60^\circ) = \cos 90^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 90^\circ \cdot \sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$4) \cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = \cos 180^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 180^\circ \cdot \sin 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$482. 1) \cos 57^\circ 30' \cos 27^\circ 30' + \sin 57^\circ 30' \sin 27^\circ 30' = \cos(57^\circ 30' - 27^\circ 30') =$$

$$= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$2) \cos 19^\circ 30' \cos 25^\circ 30' - \sin 19^\circ 30' \sin 25^\circ 30' = \cos(19^\circ 30' - 25^\circ 30') = \\ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$3) \cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{11\pi}{9} - \sin \frac{7\pi}{9} \sin \frac{11\pi}{9} = \cos \left(\frac{7\pi}{9} + \frac{11\pi}{9} \right) = \cos 2\pi = 1;$$

$$4) \cos \frac{8\pi}{7} \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7} \sin \frac{\pi}{7} = \cos \left(\frac{8\pi}{7} - \frac{\pi}{7} \right) = \cos \pi = -1.$$

$$483. 1) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right), \text{ если } \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}; \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2};$$

$$2) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right), \text{ если } \cos \alpha = -\frac{1}{3} \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3} = \frac{4 - \sqrt{2}}{6}$$

$$484. 1) \cos 3\alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin 3\alpha = \cos(3\alpha + \alpha) = \cos 4\alpha;$$

$$2) \cos 5\beta \cos 2\beta + \sin 5\beta \sin 2\beta = \cos(5\beta - 2\beta) = \cos 3\beta;$$

$$3) \cos\left(\frac{\pi}{7} + \alpha\right) \cos\left(\frac{5\pi}{14} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{7} + \alpha\right) \sin\left(\frac{5\pi}{14} - \alpha\right) =$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{7} + \frac{5\pi}{14} + \alpha - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0;$$

$$4) \cos\left(\frac{7\pi}{5} + \alpha\right) \cos\left(\frac{2\pi}{5} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{5} + \alpha\right) \sin\left(\frac{2\pi}{5} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{7\pi}{5} + \alpha - \frac{2\pi}{5} - \alpha\right) =$$

$$= \cos \pi = -1.$$

$$485. 1) \sin 73^\circ \cos 17^\circ + \cos 73^\circ \sin 17^\circ = \sin(73^\circ + 17^\circ) = \sin 90^\circ = 1;$$

$$2) \sin 73^\circ \cos 13^\circ - \cos 73^\circ \sin 13^\circ = \sin(73^\circ - 13^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} = \sin\left(\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$$

$$4) \sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} = \sin\left(\frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$486. 1) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right), \cos \alpha = -\frac{3}{5}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5};$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{4\sqrt{3} + 3}{10};$$

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right), \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi : \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{2}{9}} = -\frac{\sqrt{7}}{3};$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = -\frac{\sqrt{14} - 2}{6}.$$

$$487. 1) \sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha)\cos(-\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta = \cos\alpha\sin\beta.$$

$$2) \cos(-\alpha)\sin(-\beta) - \sin(\alpha - \beta) = -\cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha = -\sin\alpha\cos\beta.$$

$$3) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) - \sin(\alpha - \beta) = \left(\cos \frac{\pi}{2} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{2} \sin \alpha\right) \times$$

$$\times \left(\sin \frac{\pi}{2} \cos \beta - \cos \frac{\pi}{2} \sin \beta\right) - \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \sin \beta \cos \alpha.$$

$$4) \sin(\alpha + \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\sin(-\beta) = \sin(\alpha + \beta) - \left(\sin \frac{\pi}{2} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{2} \sin \alpha\right) \times$$

$$\times \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha - \sin \beta \cos \alpha = \sin \alpha \cos \beta.$$

$$488. \text{ Если } \sin \alpha = -\frac{3}{5}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \text{ и } \sin \beta = \frac{8}{17}, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}, \text{ то}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5};$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \frac{15}{17};$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{17} + \frac{3}{5} \cdot \frac{8}{17} = \frac{84}{85};$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{17} - \frac{3}{5} \cdot \frac{8}{17} = \frac{36}{85}.$$

$$489. \text{ Если } \cos \alpha = -\frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ и } \sin \beta = -\frac{12}{13}, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}, \text{ то}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5};$$

$$\cos \beta = -\sqrt{1 - \frac{144}{169}} = -\frac{5}{13};$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{15}{13}\right) - \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} = -\frac{63}{65}.$$

490. Вычислить $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, если

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ и } \cos \beta = \frac{8}{17}, \frac{3}{2}\pi < \beta < 2\pi;$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5};$$

$$\sin \beta = -\sqrt{1 - \frac{64}{289}} = -\frac{15}{17};$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} = \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{8}{17} + \frac{3}{5} \cdot \frac{15}{17}}{-\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{17} + \frac{15}{17} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{77}{36} = 2 \frac{5}{36}.$$

$$491. 1) \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = 2\sin\alpha\sin\beta$$

$$2) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \frac{1}{2}\sin^2 \alpha = \left(\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha - \sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha\right) \times \\ \times \left(\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha + \sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha\right) + \frac{1}{2}\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}\cos^2 \alpha - \frac{1}{2}\sin^2 \alpha + \frac{1}{2}\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}\cos^2 \alpha;$$

$$3) \cos 3\alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha = \cos(\alpha + 2\alpha) + \sin \alpha \sin 2\alpha = \cos \alpha \cos 2\alpha - \\ - \sin \alpha \sin 2\alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha = \cos \alpha \cos 2\alpha;$$

$$4) \cos 2\alpha - \cos \alpha \cos 3\alpha = \cos 2\alpha - (\cos \alpha \cos 3\alpha + \sin \alpha \sin 3\alpha) + \\ + \sin \alpha \sin 3\alpha = \cos 2\alpha - \cos 2\alpha + \sin \alpha \sin 3\alpha = \sin \alpha \sin 3\alpha.$$

492.

$$1) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\cos \beta \cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\cos \beta \cos \alpha}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta},$$

что и треб. док-ть

$$2) \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \alpha \cos \beta + \sin \beta \sin \alpha}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} + 1}{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} - 1} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}, \text{ что}$$

и треб. док-ть

$$3) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha - \sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha), \text{ что т. д.}$$

$$4) \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \sin \beta} = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \sin \beta} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{ctg} \beta - \operatorname{tg} \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$5) \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)) = \frac{1}{2}\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \\ = \cos \alpha \cos \beta, \text{ ч.т.д.}$$

6)

$$\frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)) = \frac{1}{2}\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \\ = \sin \alpha \sin \beta, \text{ ч.т.д.}$$

$$493. 1) \frac{\operatorname{tg} 29^\circ + \operatorname{tg} 31^\circ}{1 - \operatorname{tg} 29^\circ \operatorname{tg} 31^\circ} = \operatorname{tg}(29^\circ + 31^\circ) = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3};$$

$$2) \frac{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{16} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{16}}{1 + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{16} \operatorname{tg} \frac{3\pi}{16}} = \operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{16} - \frac{3\pi}{16}\right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1;$$

$$3) \frac{1 + \operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 55^\circ}{\operatorname{tg} 55^\circ \operatorname{tg} 10^\circ} = \frac{1}{\operatorname{tg}(55^\circ - 10^\circ)} = \frac{1}{\operatorname{tg} 45^\circ} = 1;$$

$$4) \frac{1 - \operatorname{tg} 13^\circ \operatorname{tg} 17^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ + \operatorname{tg} 13^\circ} = \frac{1}{\operatorname{tg}(17^\circ + 13^\circ)} = \frac{1}{\operatorname{tg} 30^\circ} = \sqrt{3}.$$

494. 1) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, если $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{4}$, $\operatorname{tg}\beta = 2,4$;

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \frac{-\frac{3}{4} + \frac{12}{5}}{1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5}} = \frac{\frac{33}{20}}{\frac{56}{20}} = \frac{33}{56};$$

2) $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$, если $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{4}{3}$, $\operatorname{ctg}\beta = -1$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$, $\operatorname{tg}\beta = -1$;

$$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)} = \frac{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} = \frac{1 - \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} - 1} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{4}} = -1.$$

495.
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)} = \frac{\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha - \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha}{\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha.$$

496. 1) $\sin\alpha\cos(2\alpha) + \sin(2\alpha)\cos\alpha = \sin(\alpha + 2\alpha) = \sin(3\alpha)$.

2) $\sin(5\beta)\cos(3\beta) - \sin(3\beta)\cos(5\beta) = \sin(5\beta - 3\beta) = \sin(2\beta)$.

497. 1) $\cos(6x)\cos(5x) + \sin(6x)\sin(5x) = -1$; $\cos(6x - 5x) = -1$; $\cos x = -1$;
 $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

2) $\sin(3x)\cos(5x) - \sin(5x)\cos(3x) = -1$; $\sin(-2x) = -1$; $\sin(2x) = 1$:

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

3) $\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos x = 1$; $\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right) - \cos x = 1$;

$$\sin x = 1; \sin x = -1; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

4) $\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) + \cos\frac{x}{2} = 1$; $\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\frac{x}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{x}{2}\right) + \sin\frac{x}{2} = 1$:

$$\cos\frac{x}{2} = 1; \frac{x}{2} = 2\pi k, x = 4\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

498. 1) $\sin 48^\circ = 2\sin 24^\circ \cos 24^\circ$; 2) $\cos 164^\circ = \cos^2 82^\circ - \sin^2 82^\circ$;

3) $\operatorname{tg} 92^\circ = \frac{2\operatorname{tg} 46^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 46^\circ}$; 4) $\sin \frac{4\pi}{3} = 2\sin \frac{2\pi}{3} \cos \frac{2\pi}{3}$;

5) $\cos \frac{5\pi}{3} = \cos^2 \frac{5\pi}{6} - \sin^2 \frac{5\pi}{6}$.

499. 1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$;

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\beta}{2}\right); \quad 5) \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2};$$

$$3) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right); \quad 6) \cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$4) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right);$$

$$500. 1) 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad 2) \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) \frac{2 \operatorname{tg} 15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$4) (\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)^2 = \cos^2 75^\circ + \sin^2 75^\circ - 2 \cos 75^\circ \sin 75^\circ = 1 - \sin 150^\circ =$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$501. 1) 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) 2 \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$3) \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1;$$

$$4) \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} + 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(1 + \sin \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1.$$

502.

$$1) 2 \sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ = \sin 150^\circ = \frac{1}{2}; \quad 2) \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ = \cos(150^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) \frac{6 \operatorname{tg} 75^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 75^\circ} = 3 \operatorname{tg} 150^\circ = -\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}; \quad 4) \frac{\operatorname{tg}^2 22^\circ 30' - 1}{\operatorname{tg} 22^\circ 30'} = -\frac{2}{\operatorname{tg} 45^\circ} = -2.$$

503.

$$1) \sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25};$$

$$2) \cos \alpha = -\frac{4}{5}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5}; \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}.$$

$$504. 1) \cos \alpha = \frac{4}{5}; \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{16}{25} - 1 = \frac{17}{25}$$

$$2) \sin \alpha = -\frac{3}{5}; \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{9}{25} = \frac{7}{25}$$

$$505. \text{ Если } \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}; \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}.$$

506.

$$1) 2\cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ = 2\cos 40^\circ \cos(90^\circ - 40^\circ) = 2\cos 40^\circ \sin 40^\circ = \sin 80^\circ;$$

$$2) 2\sin 25^\circ \cdot \sin 65^\circ = 2\sin 25^\circ \sin(90^\circ - 25^\circ) = 2\sin 25^\circ \cos 25^\circ = \sin 50^\circ;$$

$$3) \sin 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin 2\alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha = \\ = \sin 2\alpha + 1 - \sin 2\alpha = 1;$$

$$4) \cos 4\alpha + \sin^2 2\alpha = \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = \cos^2 2\alpha.$$

$$507. 1) \frac{\sin 2\alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha - 1} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\alpha} = 1;$$

$$2) \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \frac{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha}{2\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$508. 1) \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 1 = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1, \text{ что и треб. док-ть.}$$

$$2) (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - \sin \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$3) \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$4) 2\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1, \text{ ч.т.д.}$$

$$509. 1) \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}; \sin 2\alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4};$$

$$2) \sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{3}; \sin 2\alpha = -(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 1 = -\frac{1}{9} + 1 = \frac{8}{9}.$$

510.

$$1) \frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha} = \\ = \operatorname{ctg} \alpha - 1, \text{ что и треб. док-ть.}$$

$$2) \frac{\sin 2\alpha - 2\cos \alpha}{\sin \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2\cos \alpha (\sin \alpha - 1)}{\sin \alpha (1 - \sin \alpha)} = -\frac{2\cos \alpha}{\sin \alpha} = -2\operatorname{ctg} \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha (1 + \cos 2\alpha) = \operatorname{tg} \alpha (1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \\ = 2\cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2\sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$4) \frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha}{2\cos^2 \alpha + \sin 2\alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2\sin \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)}{2\cos \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)} \cdot \\ \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

$$5) \frac{(1 - 2\cos^2 \alpha)(2\sin^2 \alpha - 1)}{4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{(-\cos 2\alpha)(-\cos 2\alpha)}{\sin^2 2\alpha} = \frac{\cos^2 2\alpha}{\sin^2 2\alpha} = \operatorname{ctg}^2 2\alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$6) 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha, \text{ что и т. д.}$$

$$7) \frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha} = \frac{\sin \alpha(1 + 2\cos \alpha)}{2\cos^2 \alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha(1 + 2\cos \alpha)}{\cos \alpha(1 + 2\cos \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$511. \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha(1 + \operatorname{ctg} \alpha)} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha(1 + \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{2\sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})}{\sin 2\alpha};$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha(1 + \operatorname{ctg} \alpha)} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha(1 + \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{\sin^3 \alpha}{\cos \alpha(\sin \alpha + \cos \alpha)} - \frac{\cos^3 \alpha}{\sin \alpha(\cos \alpha + \sin \alpha)} =$$

$$= \frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\sin \alpha(\cos \alpha + \sin \alpha)\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha};$$

$$\frac{2\sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})}{\sin 2\alpha} = \frac{2\sqrt{2} \cdot (\sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha)}{2\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \text{ левая и пра-}$$

вая части совпадают, значит, тождество верно.

$$512. 1) \sin 2x - 2\cos x = 0; 2\cos x(\sin x - 1) = 0; \cos x = 0 \text{ или } \sin x = 1;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ (входит в 1-ю серию корней)}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \cos 2x + \sin^2 x = 1; \cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x = 1; \cos^2 x = 1; \cos x = 1 \text{ или } \cos x = -1:$$

$$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ обобщая } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) 4\cos x = \sin 2x; 2\cos x(2 - \sin x) = 0; \cos x = 0 \text{ или } \sin x = 2;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ а во втором случае решения нет.}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \sin^2 x = -\cos 2x; \sin^2 x = \sin^2 x - \cos^2 x; \cos x = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$5) \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = 0; \sin x + 1 = 0; \sin x = -1; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$6) \cos^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{x}{2}; \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = 0; \cos x = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$513. 1) \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2}; \quad 2) \cos^2 \frac{1}{4} = \frac{1 + \cos \frac{1}{2}}{2};$$

$$3) \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \frac{1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right)}{2}; \quad 4) \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \frac{1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha \right)}{2};$$

$$514. 1) 2 \cos^2 \frac{\pi}{8} - 1 = 1 + \cos \frac{\pi}{4} - 1 = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$2) 1 + 2 \sin^2 \frac{\pi}{12} = 1 - \left(1 - \cos \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \sin^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + (1 - \cos 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = 1;$$

$$4) -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos^2 15^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.$$

515.

$$1) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{3}{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}; \quad 2) \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}};$$

$$3) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{5}}} = \frac{1}{2}; \quad 4) \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}}} = 2.$$

$$516. 1) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{9}{25}}}{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}};$$

$$2) \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}};$$

$$3) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{4}{5}}{1 - \frac{4}{5}}} = 3;$$

$$4) \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{1 + \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{4}{5}}{1 + \frac{4}{5}}} = \frac{1}{3}.$$

$$517. 1) \sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{4}};$$

$$2) \cos 15^\circ = \sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}};$$

$$3) \operatorname{tg} 22^\circ 30' = \sqrt{\frac{1 - \cos 45^\circ}{1 + \cos 45^\circ}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}};$$

$$4) \operatorname{ctg} 22^\circ 30' = \sqrt{\frac{1 + \cos 45^\circ}{1 - \cos 45^\circ}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}.$$

$$518. 1) \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2};$$

$$2) \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2};$$

$$3) \frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{2 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{2 \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha;$$

$$4) \frac{1 + \cos 4\alpha}{\sin 4\alpha} = \frac{2 \cos^2 2\alpha}{2 \cos 2\alpha \sin 2\alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha;$$

$$5) \frac{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin \alpha + \cos \alpha} = 2 \cos \alpha$$

$$6) (1 - \cos 2)\operatorname{ctg} \alpha = 2 \sin^2 \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha.$$

$$519. 1) 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 1 + \sin \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$2) 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = 1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 1 - \sin \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$3) \frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \frac{2 \cos^2 2\alpha - 4 \cos 2\alpha + 2}{2 \cos^2 2\alpha + 4 \cos 2\alpha + 2} = \left(\frac{\cos 2\alpha - 1}{\cos 2\alpha + 1} \right)^2 = \operatorname{tg}^4 \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$4) \frac{1 - \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \sin \alpha}{2 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{2 \sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)} =$$

= $\operatorname{ctg} \alpha$, ч.т.д.

$$520. 1) \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2 \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

$$2) \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$3) \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha} =$$

$$= \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)}{(\cos \alpha + \sin \alpha)^2} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}, \text{ ч.т.д.}$$

4)

$$\frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)} =$$

$$= \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right), \text{ ч.т.д.}$$

521. Т.к. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то $0 < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{4}$ и, следовательно $\sin \frac{\alpha}{2} > 0, \cos \frac{\alpha}{2} > 0,$

$$\sin \frac{\alpha}{2} < \cos \frac{\alpha}{2}, \text{ значит, } \left| \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right| - \left| \sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \right| = \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

522.

$$\frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg} 4\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha} = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha - \cos 4\alpha \cos 2\alpha}{\sin 4\alpha \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 4\alpha} = \frac{\sin 2\alpha \cdot \cos 4\alpha \cdot \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha \cos 2\alpha} = \cos 4\alpha.$$

$$\mathbf{523. 1)} 1 - \cos x = 2 \sin \frac{x}{2}; 2 \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{x}{2} = 0; 2 \sin \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} - 1 \right) = 0;$$

$$\sin \frac{x}{2} = 0 \text{ или } \sin \frac{x}{2} = 1; \frac{x}{2} = \pi k, x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или } \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$x = \pi + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \text{Ответ: } x = 2\pi k, x = \pi + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) 1 + \cos x = 2 \cos \frac{x}{2}; 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 2 \cos \frac{x}{2} = 0; 2 \cos \frac{x}{2} \left(\cos \frac{x}{2} - 1 \right) = 0;$$

$$\cos \frac{x}{2} = 0 \text{ или } \cos \frac{x}{2} = 1; \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или}$$

$$\frac{x}{2} = 2\pi k \quad x = 4\pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \text{Ответ: } x = \pi + 2\pi k, x = 4\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) 1 + \cos \frac{x}{2} = 2 \sin \left(\frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} \right); 2 \cos^2 \frac{x}{4} - 2 \sin \left(\frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} \right) = 0;$$

$$2 \sin^2 \left(\frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} \right) - 2 \sin \left(\frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} \right) = 0; 2 \sin \left(\frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} \right) \left(\sin \left(\frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} \right) - 1 \right) = 0;$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) + \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) = 2 \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha + \frac{\pi}{3} - \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha - \frac{\pi}{3} + \alpha}{2} =$$

$$\text{или } \sin \left(\frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} \right) = 1; \frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} = \pi k, x = 6\pi + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{или } \frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = 8\pi + 8\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } x = 6\pi + 4\pi k, x = 8\pi + 8\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) 1 + \cos 8x = 2\cos 4x; 2\cos^2 4x - 2\cos 4x = 0; 2\cos 4x(\cos 4x - 1) = 0;$$

$$\cos 4x = 0 \text{ или } \cos 4x = 1, 4x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} k, k \in Z \text{ или}$$

$$4x = 2\pi k, x = \frac{\pi}{2} k, k \in Z. \quad \text{Ответ: } x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} k, x = \frac{\pi}{2} k, k \in Z.$$

$$5) 2\sin^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sin 2x = 1; \sin x \cos x - \cos x = 0; \cos x(\sin x - 1) = 0;$$

$$\cos x = 0$$

$$\text{или } \sin x = 1, x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \text{ или } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z \text{ (вход. в 1-ю с.к.)}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z.$$

$$6) 2\cos^2 x - \frac{1}{2}\sin 4x = 1; \cos 2x - \cos 2x \sin 2x = 0; \cos 2x(1 - \sin 2x) = 0;$$

$$\cos 2x = 0 \text{ или } \sin 2x = 1; 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in Z \text{ или}$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z \text{ (входит в первую серию корней)}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in Z.$$

$$524. 1) \cos 75^\circ = \cos(90^\circ - \alpha); \alpha = 15^\circ; 2) \sin 150^\circ = \sin(90^\circ + \alpha); \alpha = 60^\circ;$$

$$3) \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - \alpha); \alpha = 30^\circ; 4) \cos 310^\circ = \cos(270^\circ + \alpha); \alpha = 40^\circ;$$

$$5) \sin \frac{5}{4}\pi = \sin(\pi + \alpha); \alpha = \frac{\pi}{4}; \quad 6) \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right); \alpha = \frac{3\pi}{10};$$

$$7) \cos \frac{7}{4}\pi = \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right); \alpha = \frac{\pi}{4}; \quad 8) \operatorname{ctg} \frac{4}{6}\pi = \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha); \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

$$525. 1) \cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$2) \sin 135^\circ = \sin(90^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$3) \operatorname{ctg} 135^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1;$$

$$4) \cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2};$$

$$5) \cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$6) \sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2};$$

$$7) \operatorname{ctg} 240^\circ = \operatorname{ctg}(180^\circ + 60^\circ) = \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$8) \sin 315^\circ = \sin(270^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$526. 1) \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} = \operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1; 2) \sin \frac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$3) \cos \frac{5\pi}{3} = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; 4) \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3} = \operatorname{ctg}\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$5) \sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \sin\left(-2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2};$$

$$6) \cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right) = \cos\left(-2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$$

$$7) \operatorname{tg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \operatorname{tg}\left(-\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3};$$

$$8) \operatorname{ctg}\left(-\frac{7\pi}{4}\right) = \operatorname{ctg}\left(-2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1.$$

$$527. 1) \frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{tg}(\pi + \alpha) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(\pi + \alpha)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha - \cos\alpha}{-\cos\alpha} = 1;$$

$$2) \frac{\sin(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \operatorname{ctg}(\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{\sin\alpha - \sin\alpha - \operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha} = -1.$$

$$528. 1) \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{ctg}(2\pi - \alpha)} \cdot \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\pi + \alpha)} = \frac{-\cos\alpha}{-\operatorname{ctg}\alpha} \cdot \frac{-\operatorname{ctg}\alpha}{-\sin\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha;$$

$$2) \frac{\sin^2(\pi + \alpha) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin\alpha} \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}.$$

$$529. 1) \cos 75^\circ = \cos(72^\circ + 3^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$2) \sin 114^\circ = \sin(108^\circ + 6^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) \operatorname{tg} 405^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ + 45^\circ) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1;$$

$$4) \cos 840^\circ = \cos(720^\circ + 120^\circ) = \cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2};$$

$$5) \sin \frac{47}{6}\pi = \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2};$$

$$6) \operatorname{tg} \frac{25}{4} \pi = \operatorname{tg}(6\pi + \frac{\pi}{4}) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1; \quad 7) \operatorname{ctg} \frac{27}{4} \pi = \operatorname{ctg}(7\pi - \frac{\pi}{4}) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -1;$$

$$8) \cos \frac{21}{4} \pi = \cos(5\pi + \frac{\pi}{4}) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

530.

$$1) \cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - \operatorname{ctg} 1125^\circ = \cos(720^\circ - 90^\circ) - \sin(1440^\circ + 30^\circ) - \operatorname{ctg}(1080^\circ + 45^\circ) = \cos 90^\circ - \sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ = 0 - \frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2};$$

$$2) \operatorname{tg} 1800^\circ - \sin 495^\circ + \cos 945^\circ = 0 - \sin(540^\circ - 45^\circ) + \cos(900^\circ + 45^\circ) = 0 - \sin 45^\circ - \cos 45^\circ = -\sqrt{2};$$

$$3) 3\cos 3660^\circ + \sin(-1560^\circ) + \cos(-450^\circ) = 3\cos(3600^\circ + 60^\circ) + \sin(-1440^\circ - 120^\circ) + \cos(-360^\circ - 90^\circ) = 3\cos 60^\circ - \sin 120^\circ + \cos 90^\circ = \frac{3}{2} - \sin(90^\circ + 30^\circ) + 0 = \frac{3}{2} - \cos 30^\circ = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$4) \cos 4455^\circ - \cos(-945^\circ) + \operatorname{tg} 1035^\circ - \operatorname{ctg}(-1500^\circ) = \cos(4500^\circ - 45^\circ) - \cos(-900^\circ - 45^\circ) + \operatorname{tg}(1080^\circ - 45^\circ) - \operatorname{ctg}(-1440^\circ - 60^\circ) = -\cos 45^\circ + \cos 45^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{ctg} 60^\circ = -1 - \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$531. 1) \cos \frac{23\pi}{4} - \sin \frac{15\pi}{4} - \operatorname{ctg} \left(-\frac{11\pi}{2}\right) = \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{ctg}\left(-6\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} = \sqrt{2};$$

$$2) \sin \frac{25\pi}{3} - \cos\left(-\frac{17\pi}{2}\right) - \operatorname{tg} \frac{10\pi}{3} = \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(-8\pi - \frac{\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(4\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) \sin(-7\pi) - 2\cos \frac{31\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} = 0 - 2\cos\left(10\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -2\cos \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -1 + 1 = 0;$$

$$4) \cos(-9) + 2\sin\left(-\frac{49\pi}{6}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{21\pi}{4}\right) = -1 + 2\sin\left(-8\pi - \frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{ctg}\left(-5\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -1 - 2\sin \frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -1 - 1 + 1 = -1.$$

$$532. 1) \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) =$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 0; \text{ ч.т.д.}$$

$$2) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) =$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = 0; \text{ ч.т.д.}$$

$$3) \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha)} = \frac{-\cos\alpha}{\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)} = \frac{-\cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} \cdot \frac{-\operatorname{tg}\alpha}{-\operatorname{ctg}\alpha} = -\cos\alpha \operatorname{tg}\alpha = -\sin\alpha; \text{ ч.т.д.}$$

$$533. 1) \sin\left(\frac{7\pi}{6} + \alpha\right) = \sin\left(\pi + \left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right);$$

$$2) \sin\left(\frac{5\pi}{4} + \alpha\right) = \sin\left(2\pi - \left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right);$$

$$3) \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(-\pi + \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right);$$

$$4) \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(-2\pi + \left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)\right) = \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right); \text{ ч.т.д.}$$

534. Пусть $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — углы треугольника, тогда $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 180^\circ$ и $\sin(\alpha_1 + \alpha_2) = \sin(180^\circ - \alpha_3) = \sin\alpha_3$, ч.т.д.

$$535. 1) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1; \sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 1; -\cos x = 1; \cos x = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3) \cos(x - \pi) = 0; \cos(\pi - x) = 0; -\cos x = 0; \cos x = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 1; -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1; -\cos x = 1; \cos x = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$5) \sin(2x + 3\pi)\sin\left(3x + \frac{3\pi}{2}\right) - \sin 3x \cos 2x = -1;$$

$$\sin 2x \cos 3x - \sin 3x \cos 2x = 0; \sin(-x) = 0; \sin x = 0; x = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$6) \sin\left(5x - \frac{3\pi}{2}\right)\cos(2x + 4\pi) - \sin(5x + \pi)\sin 2x = 0;$$

$$\cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x = 0 : \cos 3x = 0 : 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z}.$$

536. Пусть β — любой угол. Тогда $\beta = \pi k + \alpha$, где k — какое-то целое число, а $0 \leq \alpha < \pi$. И по формулам приведения $\sin\beta = \sin\alpha$, если k — четное и $\sin\beta =$

$= -\sin\alpha$, если k -нечетное, $\cos\beta = \cos\alpha$, если k -четное и $\cos\beta = -\cos\alpha$, если k — нечетное, а $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\beta = \operatorname{ctg}\alpha$. Тогда $\alpha = \frac{\pi}{2} \pm \gamma$, где $0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}$. И

по формулам приведения: $\sin \alpha = \cos \gamma$, $\cos \alpha = \pm \sin \gamma$,

$$\operatorname{tg} \alpha = \pm \operatorname{ctg} \gamma, \operatorname{ctg} \alpha = \pm \operatorname{tg} \gamma. \text{ Далее: } \sin \gamma = 2 \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2},$$

$$\cos \gamma = \cos^2 \frac{\gamma}{2} - \sin^2 \frac{\gamma}{2}, \operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2}}, \operatorname{ctg} \gamma = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}},$$

т.е. зная значения \sin , \cos , tg , ctg для угла $\frac{\gamma}{2}$, где $0 \leq \frac{\gamma}{2} \leq \frac{\pi}{4}$, мы можем вычислить значения \sin , \cos , tg , ctg для угла β . Ч.т.д.

$$537. 1) \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = 2 \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha + \frac{\pi}{3} - \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha - \frac{\pi}{3} + \alpha}{2} =$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{3} \cos \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha;$$

$$2) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) = -2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - \beta + \frac{\pi}{4} + \beta}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{4} - \beta - \frac{\pi}{4} - \beta}{2} =$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \beta = \sqrt{2} \sin \beta;$$

$$3) \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \left(\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) \times$$

$$\times \left(\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) = 2 \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} \cdot 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha =$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha;$$

$$4) \cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \cos^2\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \left(\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)\right) \times$$

$$\times \left(\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 2 \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} \cdot 2 \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha.$$

$$538. 1) \cos 105^\circ + \cos 75^\circ = 2 \cos 90^\circ \cos 15^\circ = 0;$$

$$2) \sin 105^\circ - \sin 75^\circ = 2 \sin 15^\circ \cos 90^\circ = 0;$$

$$3) \cos \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12} = 2 \cos \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$4) \cos \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{5\pi}{12} = -2 \sin \frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2};$$

$$5) \sin \frac{7\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} = 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$6) \sin 105^\circ + \sin 165^\circ = 2 \sin 135^\circ \cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$539. 1) 1 + 2 \sin \alpha = 2 \left(\frac{1}{2} + \sin \alpha \right) = 2(\sin 30^\circ + \sin \alpha) = 4 \sin \frac{30^\circ + \alpha}{2} \cos \frac{30^\circ - \alpha}{2};$$

$$2) 1 - 2 \sin \alpha = 2 \left(\frac{1}{2} - \sin \alpha \right) = 2(\sin 30^\circ - \sin \alpha) = 4 \sin \frac{30^\circ - \alpha}{2} \cos \frac{30^\circ + \alpha}{2};$$

$$3) 1 + 2 \cos \alpha = 2 \left(\frac{1}{2} + \cos \alpha \right) = 2(\cos 60^\circ + \cos \alpha) = 4 \cos \frac{60^\circ + \alpha}{2} \cos \frac{60^\circ - \alpha}{2};$$

$$4) 1 + \sin \alpha = \sin \frac{\pi}{2} + \sin \alpha = 2 \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + \alpha}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{2} \right).$$

$$540. 1) \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} = \frac{2 \sin 2\alpha \cos(-\alpha)}{2 \cos 2\alpha \cos(-\alpha)} = \operatorname{tg} 2\alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$2) \frac{\sin 2\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{2 \sin 3\alpha \cos(-\alpha)}{-2 \sin 3\alpha \sin(-\alpha)} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

541.

$$1) \frac{2(\cos \alpha + \cos 3\alpha)}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha} = \frac{4 \cos 2\alpha \cos(-\alpha)}{\sin 2\alpha + \sin 2\alpha + \sin 4\alpha} = \frac{4 \cos 2\alpha \cos \alpha}{\sin 2\alpha + 2 \sin 3\alpha \cos(-\alpha)} =$$

$$= \frac{4 \cos 2\alpha \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \sin 3\alpha \cos \alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha}{\sin \alpha + \sin 3\alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha}{2 \sin \alpha \cos(-\alpha)} = \frac{\operatorname{ctg} 2\alpha}{\cos \alpha};$$

$$2) \frac{1 + \sin \alpha - \cos 2\alpha - \sin 3\alpha}{2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1} = \frac{1 + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \sin \alpha - \sin 3\alpha}{2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1} =$$

$$= \frac{2 \sin^2 \alpha + 2 \sin(-\alpha) \cos 2\alpha}{2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1} = \frac{2 \sin \alpha (\sin \alpha - \cos 2\alpha)}{2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1} = \frac{2 \sin \alpha (2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1)}{2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1} = 2 \sin \alpha$$

$$542. 1) \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha + \sin 2\alpha = \cos 2\alpha + \sin 2\alpha =$$

$$= \cos 2\alpha + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos \left(2\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos \left(2\alpha - \frac{\pi}{4} \right), \text{ ч.т.д.}$$

$$2) \cos \alpha + \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \alpha \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right) = \cos \alpha + 2 \cos \frac{2\pi}{3} \cos \alpha =$$

$$= \cos \alpha - \cos \alpha = 0, \text{ ч.т.д.}$$

$$3) \frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{\cos \alpha + 1 - 2 \sin^2 2\alpha} =$$

$$= \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \sin \alpha \cos 4\alpha}{\cos \alpha + \cos 4\alpha} = \frac{2 \sin \alpha (\cos \alpha + \cos 4\alpha)}{\cos \alpha + \cos 4\alpha} = 2 \sin \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$543. 1) \cos 22^\circ + \cos 24^\circ + \cos 26^\circ + \cos 28^\circ = 2 \cos 1^\circ \cos 23^\circ + 2 \cos 1^\circ \cos 27^\circ =$$

$$= 2 \cos 1^\circ (\cos 23^\circ + \cos 27^\circ) = 4 \cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 25^\circ;$$

$$2) \cos \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{6} = 2 \cos \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{6} = 2 \cos \frac{\pi}{6} \left(\cos \frac{\pi}{12} - \frac{1}{2} \right) =$$

$$= 2 \cos \frac{\pi}{6} \left(\cos \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{3} \right) = 4 \cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{\pi}{8} = 2\sqrt{3} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{\pi}{8}.$$

$$544. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}, \text{ ч.т.д.}$$

$$1) \operatorname{tg} 267^\circ + \operatorname{tg} 93^\circ = \frac{\sin 360^\circ}{\cos 267^\circ \cos 93^\circ} = 0$$

$$2) \operatorname{tg} \frac{5\pi}{12} + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{12} = \frac{\sin \pi}{\cos \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{7\pi}{12}} = 0.$$

$$545. 1) 1 - \cos \alpha + \sin \alpha = \cos 0 - \cos \alpha + \sin \alpha =$$

$$= -2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left(-\frac{\alpha}{2} \right) + 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$2) 1 - 2 \cos \alpha + \cos 2\alpha = \cos 0 + \cos 2\alpha - 2 \cos \alpha = 2 \cos \alpha \cos(-\alpha) - 2 \cos \alpha =$$

$$= 2 \cos \alpha (\cos \alpha - 1);$$

$$3) 1 + \sin \alpha - \cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha} =$$

$$= \frac{\cos \alpha (1 - \cos \alpha) - \sin \alpha (1 - \cos \alpha)}{\cos \alpha} = \frac{(1 - \cos \alpha)(\cos \alpha - \sin \alpha)}{\cos \alpha} =$$

$$(1 - \cos \alpha)(1 - \operatorname{tg} \alpha);$$

$$4) 1 + \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha + \cos \alpha + \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha} = (\sin \alpha + \cos \alpha) \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha} \right).$$

$$546. 1) \cos \alpha, \text{ если } \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{1}{3}} = -\sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \sqrt{\frac{9}{5} - 1} = \frac{2}{\sqrt{5}};$$

$$3) \sin \alpha, \text{ если } \operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2} \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2};$$

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$4) \cos \alpha, \text{ если } \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2} \text{ и } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$$

$$\cos \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}} \right) = \sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{3}.$$

$$547. 1) 2 \sin(\pi - \alpha) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + 3 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - 2 =$$

$$= 2 \sin \alpha \sin \alpha + 3 \cos^2 \alpha - 2 = 2 \cos^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha;$$

$$2) \frac{\sin(\pi + \alpha) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{tg}(\pi + \alpha)} = \frac{-\sin \alpha (-\sin \alpha) (-\operatorname{ctg} \alpha)}{-\sin \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$548. 1) \sin \frac{47\pi}{6} = \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}; \quad 2) \operatorname{tg} \frac{25\pi}{4} = \operatorname{tg}\left(6\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1;$$

$$3) \operatorname{ctg} \frac{27\pi}{4} = \operatorname{ctg}\left(7\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -1; \quad 4) \cos \frac{21\pi}{4} = \cos\left(5\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$549. 1) \cos \frac{23\pi}{4} - \sin \frac{15\pi}{4} = \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2};$$

$$2) \sin \frac{25\pi}{4} - \operatorname{tg} \frac{10\pi}{3} = \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) 3\cos 3660^\circ + \sin(-1560^\circ) = 3\cos(360^\circ \cdot 10 + 60^\circ) +$$

$$+ \sin(-180^\circ \cdot 9 + 60^\circ) = 3\cos 60^\circ - \sin 60^\circ = \frac{3 - \sqrt{3}}{2};$$

$$4) \cos(-945^\circ) + \operatorname{tg} 1035^\circ = \cos(-180^\circ \cdot 5 - 45^\circ) + \operatorname{tg}(360^\circ \cdot 3 - 45^\circ) =$$

$$= -\cos 45^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} - 1.$$

$$550. 1) \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha\right) \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha}\right) \cdot \frac{\sin \alpha}{2 \cos \alpha} =$$

$$= \frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{2 \cos \alpha} = \cos \alpha;$$

$$2) \operatorname{ctg} \alpha \left(\frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} - \cos \alpha\right) = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \left(\frac{1 + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha}\right) =$$

$$= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = 2 \sin \alpha.$$

551.

$$1) \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha} = \frac{\sqrt{2} \sin \alpha}{\sqrt{2} \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha;$$

$$2) \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\cos \alpha - \sin \alpha)}{\sqrt{2} \sin \alpha} = 1 - \operatorname{ctg} \alpha$$

$$552. 1) 1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta = 1 + \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta},$$

ч.т.д.

$$2) \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}, \text{ ч.т.д.}$$

$$553. 1) 2 \sin 6\alpha \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + 3\alpha\right) - \sin 6\alpha = \sin 6\alpha \left(2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + 3\alpha\right) - 1\right) =$$

$$= \sin 6\alpha \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + 6\alpha\right) = -\sin^2 6\alpha = \left(\alpha = \frac{5\pi}{24}\right) = -\sin^2 \frac{5\pi}{4} =$$

$$= -\sin^2\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin^2 \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$2) \cos 3\alpha + 2 \cos(\pi - 3\alpha) \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 1,5\alpha\right) = \cos 3\alpha \left(1 - 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 1,5\alpha\right)\right) =$$

$$= \cos 3\alpha \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3\alpha\right) = \cos 3\alpha \sin 3\alpha = \frac{1}{2} \sin 6\alpha = \left(\alpha = \frac{5\pi}{36}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}.$$

$$554. 1) \frac{\sqrt{3}(\cos 75^\circ - \cos 15^\circ)}{1 - 2 \sin^2 15^\circ} = \frac{-2\sqrt{2} \sin 45^\circ \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{-2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{3}};$$

$$2) \frac{2 \cos^2 \frac{\pi}{8} - 1}{1 + 8 \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8}} = \frac{\cos \frac{\pi}{4}}{1 + 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + 1} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$555. 1) \frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha} = \frac{2 \sin 2\alpha(1 - \cos 2\alpha)}{2 \sin 2\alpha(1 + \cos 2\alpha)} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{2 \sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha,$$

ч.т.д.

$$2) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{(1 - \cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha))}{(1 + \cos(\frac{\pi}{2} + 2\alpha))} = \frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha(1 - \sin 2\alpha)}{2 \cos 2\alpha(1 + \sin 2\alpha)} = \frac{2 \cos 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \cos 2\alpha + \sin 4\alpha},$$

ч.т.д.

$$556. 1) \sin 35^\circ + \sin 24^\circ = 2 \sin 30^\circ \cos 5^\circ = \cos 5^\circ;$$

$$2) \cos 12^\circ - \cos 48^\circ = -2 \sin(-18^\circ) \sin 30^\circ = -\sin(-18^\circ) = \sin 18^\circ.$$

$$557. \left(\frac{\cos \beta}{\sin \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \alpha}\right) \cdot \frac{1 - \cos 4\alpha}{\cos(\pi - \beta + \alpha)} =$$

$$= \frac{(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{2 \sin^2 2\alpha}{-\cos(\alpha - \beta)} = \frac{2 \cos(\alpha - \beta) \sin^2 2\alpha}{-\frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos(\alpha - \beta)} = -4 \sin 2\alpha.$$

$$558. 1) \frac{\sin(2\alpha - 3\pi) + 2\cos\left(\frac{7\pi}{6} + 2\alpha\right)}{2\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2\alpha\right) + \sqrt{3}\cos(2\alpha - 3\pi)} = \frac{-\sin 2\alpha + 2\cos\frac{7\pi}{6}\cos 2\alpha - 2\sin\frac{7\pi}{6}\sin 2\alpha}{2\cos\frac{\pi}{6}\cos 2\alpha + 2\sin\frac{\pi}{6}\sin 2\alpha - \sqrt{3}\cos 2\alpha} =$$

$$= \frac{-\sin 2\alpha - \sqrt{3}\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{\sqrt{3}\cos 2\alpha + \sin 2\alpha - \sqrt{3}\cos 2\alpha} = \frac{-\sqrt{3}\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = -\sqrt{3}\operatorname{ctg} 2\alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$2) \frac{2\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2\alpha\right) - \sqrt{3}\sin(2,5\pi - 2\alpha)}{\cos(4,5\pi - 2\alpha) + 2\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2\alpha\right)} = \frac{2\cos\frac{\pi}{6}\cos 2\alpha + 2\sin\frac{\pi}{6}\sin 2\alpha - \sqrt{3}\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha + 2\cos\frac{\pi}{6}\cos 2\alpha - 2\sin\frac{\pi}{6}\sin 2\alpha} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}\cos 2\alpha + \sin 2\alpha - \sqrt{3}\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha + \sqrt{3}\cos 2\alpha - \sin 2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{3}\cos 2\alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{3}}, \text{ ч.т.д.}$$

$$559. 1) \frac{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha(2\cos \alpha - 1)}{\sin \alpha(2\cos \alpha - 1)} = \operatorname{ctg} \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$2) \frac{\sin \alpha + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 + \cos \alpha + \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}(2\cos \frac{\alpha}{2} + 1)}{2\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}(2\cos \frac{\alpha}{2} + 1)}{\cos \frac{\alpha}{2}(2\cos \frac{\alpha}{2} + 1)} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \text{ ч.т.д.}$$

$$560. \frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2} \text{ и } \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}}} = 2$$

$$561. \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{2}(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8};$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(1 + \sin \alpha \cos \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{11}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{11}{6}.$$

$$562. \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2\operatorname{ctg} \alpha} = \frac{-\frac{8}{9}}{\frac{2}{3}} = -\frac{4}{3};$$

$$\frac{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha} = \frac{\frac{4\sin 2\alpha}{\sin 2\alpha} + \frac{5\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}}{\frac{2\sin 2\alpha}{\sin 2\alpha} - \frac{3\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}} = \frac{4 + 5\operatorname{ctg} 2\alpha}{2 - 3\operatorname{ctg} 2\alpha} = \frac{4 - \frac{20}{3}}{2 + \frac{12}{3}} = \frac{-\frac{2}{3}}{6} = -\frac{4}{9}.$$

$$563. 1) \sin^2(\alpha + \beta) = (\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \sin \beta \cos \alpha \cos \beta = \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \sin^2 \beta \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos \beta = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2\sin \alpha \sin \beta (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2\sin \alpha \sin \beta \times \times \cos(\alpha + \beta), \text{ ч.т.д.}$$

$$2) \sin \alpha + 2\sin 3\alpha + \sin 5\alpha = 2\sin 3\alpha \cos 2\alpha + 2\sin 3\alpha = 2\sin 3\alpha(\cos 2\alpha + 1) = 4\sin 3\alpha \cos^2 \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$564. \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \frac{2\sin 3\alpha \cos 2\alpha + \sin 3\alpha}{2\cos 3\alpha \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \frac{\sin 3\alpha(2\cos 2\alpha + 1)}{\cos 3\alpha(2\cos 2\alpha + 1)} = \frac{\sin 3\alpha}{\cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$565. \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\operatorname{tg}^3 \alpha + 3} = \frac{\operatorname{tg} \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)}{\operatorname{tg}^3 \alpha + 3} = \frac{\operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\operatorname{tg}^3 \alpha + 3} = \frac{2 \cdot 5}{8 + 3} = \frac{10}{11}.$$

$$566. \sin^2 \alpha + \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \\ = \sin^2 \alpha + \left(\cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha \right) \left(\cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha \right) = \\ = \sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\pi}{3} \cos^2 \alpha - \sin^2 \frac{\pi}{3} \sin^2 \alpha = \frac{1}{4} \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}, \text{ ч.т.д.}$$

$$567. 1) \frac{1}{8}(5 + 3\cos 4\alpha) = \frac{1}{8}(6\cos^2 2\alpha + 2) = \frac{1}{8}(6(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)^2 + 2) = \\ = \frac{1}{8}(6(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 24\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 2) = \frac{1}{8}(8 - 24\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) = \\ = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \\ = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) - \\ - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^4 \alpha + \\ + \sin^4 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^4 \alpha = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha, \text{ ч.т.д.}$$

$$2) \sin^8 \alpha + \cos^8 \alpha = (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)^2 - 2\sin^4 \alpha \cos^4 \alpha = \\ = ((\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^4 \alpha \cos^4 \alpha = (1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)^2 - \\ - 2\sin^4 \alpha \cos^4 \alpha = 1 - 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 2\sin^4 \alpha \cos^4 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha + \\ + \frac{1}{8} \sin^4 2\alpha = 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos 4\alpha) + \frac{1}{32}(1 - \cos 4\alpha)^2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4\alpha + \\ + \frac{1}{32} - \frac{1}{16} \cos 4\alpha + \frac{1}{32} \cos^2 4\alpha = \frac{1}{32}(\cos^2 4\alpha + 14 \cos 4\alpha + 17), \text{ ч.т.д.}$$

Глава VI. Тригонометрические уравнения

568. 1) $\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$; 2) $\arccos 1 = 0$; 3) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$; 4) $\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$;

5) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$;

6) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \pi - \arccos \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$.

569. 1) $2 \arccos 0 + 3 \arccos 1 = 2 \cdot \frac{\pi}{2} + 3 \cdot 0 = \pi$;

2) $3 \arccos(-1) - 2 \arccos 0 = 3 \cdot \pi - 2 \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi$;

3) $12 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} - \arccos \left(-\frac{1}{2} \right) = 12 \cdot \frac{\pi}{6} - 3 \cdot \frac{2\pi}{3} = 0$;

4) $4 \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - 6 \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 4 \cdot \frac{3\pi}{4} - 6 \cdot \frac{2\pi}{3} = 3\pi - 4\pi = -\pi$.

570. 1) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3} = \arccos \frac{1}{2}$, т.е. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} < \arccos \frac{1}{2}$;

2) $\arccos \left(-\frac{3}{4} \right) < \pi = \arccos(-1)$, т.е. $\arccos \left(-\frac{3}{4} \right) < \arccos(-1)$;

3) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3\pi}{4} > \frac{2\pi}{3} = \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$,

т.е. $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) > \arccos \left(-\frac{1}{2} \right)$.

571. 1) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k$; $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2\pi k$; $x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

3) $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 2\pi k$; $x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

572. 1) $\cos x = \frac{3}{4}$; $x = \pm \arccos \frac{3}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $\cos x = -0,3$; $x = \pm (\pi - \arccos 0,3) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

3) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$; $x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{3} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

573. 1) $\cos 4x = 1$; $4x = \pm \arccos 1 + 2\pi k$; $4x = 2\pi k$; $x = \frac{\pi}{2}k, k \in Z$.

2) $\cos 2x = -1$; $2x = \pm(\pi - \arccos 1) + 2\pi k$; $2x = \pm\pi + 2\pi k$;

$x = \pm\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$.

3) $\sqrt{2} \cos \frac{x}{4} = -1$; $\frac{x}{4} = \pm(-\arccos \frac{1}{\sqrt{2}}) + 2\pi k$; $\frac{x}{4} = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$;

$x = \pm 3\pi + 8\pi k, k \in Z$.

4) $2 \cos \frac{x}{3} = \sqrt{3}$; $\frac{x}{3} = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k$; $\frac{x}{3} = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k$;

$x = \pm\frac{\pi}{2} + 6\pi k, k \in Z$.

5) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$; $x + \frac{\pi}{3} = \pm \arccos 0 + 2\pi k$; $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$.

6) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$; $2x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos 0 + 2\pi k$; $2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$;

$x = \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z$.

574. 1) $\cos x \cos 3x = \sin 3x \sin x$; $\cos x \cos 3x - \sin 3x \sin x = 0$;

$\cos 4x = 0$; $4x = \frac{\pi}{2} + \pi k$; $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}k, k \in Z$.

2) $\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$.

575. 1) $\arccos(\sqrt{6}-3)$ — имеет, т.к. $|\sqrt{6}-3| < 1$;

2) $\arccos(\sqrt{7}-2)$ — имеет, т.к. $|\sqrt{7}-2| < 1$;

3) $\arccos(2-\sqrt{10})$ — не имеет, т.к. $|2-\sqrt{10}| > 1$;

4) $\arccos(1-\sqrt{5})$ — не имеет, т.к. $|1-\sqrt{5}| > 1$;

5) $\operatorname{tg}(3\arccos \frac{1}{2})$ — имеет, т.к. $3\arccos \frac{1}{2} = \frac{3\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{2}$.

576. 1) $\cos^2 2x = 1 + \sin^2 2x$; $\cos^2 2x - \sin^2 2x = 1$;

$\cos 4x = 1$; $4x = 2\pi k$; $x = \frac{\pi}{2}k, k \in Z$.

2) $4\cos^2 x = 3$; $\cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ и $x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$, т.е. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$.

$$3) 2\cos^2 x = 1 + 2\sin^2 x; \quad \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{2};$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}; \quad 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$4) 2\sqrt{2}\cos^2 x = 1 + \sqrt{2}; \quad \sqrt{2}(2\cos^2 x - 1) = 1;$$

$$\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad 2x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \quad x = \pm \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$5) (1 + \cos x)(3 - 2\cos x) = 0;$$

$$\cos x = -1 \text{ и } \cos x = \frac{3}{2}; \quad x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \text{ во втором случае решений}$$

нет.

$$6) (1 - \cos x)(4 + 3\cos 2x) = 0; \quad \cos x = 1 \text{ и } \cos x = -\frac{4}{3};$$

$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; во втором случае решений нет.

$$7) (1 + 2\cos x)(1 - 3\cos x) = 0; \quad \cos x = -\frac{1}{2} \text{ и } \cos x = \frac{1}{3};$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \text{ и } x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$8) (1 - 2\cos x)(2 + 3\cos x) = 0 \quad \cos x = \frac{1}{2} \text{ и } \cos x = -\frac{2}{3};$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ и } x = \pm(\pi - \arccos \frac{2}{3}) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$577. \cos 2x = -\frac{1}{2}; \quad 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

среди них отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ принадлежат:

$$x_1 = -\frac{\pi}{3}, x_2 = \frac{\pi}{3}, x_3 = \frac{2\pi}{3}, x_4 = \frac{4\pi}{3}, x_5 = \frac{5\pi}{3}, x_6 = \frac{7\pi}{3}.$$

$$578. \cos 4x = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 4x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \quad x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{среди них с } |x| < \frac{\pi}{4}; \quad x_1 = -\frac{\pi}{16}, x_2 = \frac{\pi}{16}.$$

$$579. 1) \arccos(2x - 3) = \frac{\pi}{3}; \quad 2x - 3 = \cos \frac{\pi}{3}; \quad 2x - 3 = \frac{1}{2}; \quad x = \frac{7}{4};$$

$$2) \arccos \frac{x+1}{3} = \frac{2\pi}{3}; \quad \frac{x+1}{3} = \cos \frac{2\pi}{3}; \quad x+1 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right); \quad x = -\frac{5}{2}.$$

580. $\arccos a = \alpha$, такое, что $\cos \alpha = a$, и $0 \leq \alpha \leq \pi$, по определению.

Тогда $\cos(\arccos a) = \cos \alpha = a$, ч.т.д.

$$1) \cos(\arccos 0,2) = 0,2; \quad 2) \cos(\arccos(-\frac{2}{3})) = -\frac{2}{3};$$

$$3) \cos(\pi + \arccos \frac{3}{4}) = -\cos(\arccos \frac{3}{4}) = -\frac{3}{4};$$

$$4) \sin(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{1}{3}) = \cos(\arccos \frac{1}{3}) = \frac{1}{3};$$

$$5) \sin(\arccos \frac{4}{5}) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos \frac{4}{5})} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}, \text{ т.к.}$$

$\arccos \frac{4}{5} \in [0; \pi]$ и $\sin \alpha \geq 0$ для всех $\alpha \in [0; \pi]$;

$$6) \operatorname{tg}(\arccos \frac{3}{\sqrt{10}}) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2(\arccos \frac{3}{\sqrt{10}}) - 1}} = \sqrt{\frac{10}{9} - 1} = \frac{1}{3}, \text{ т.к.}$$

$\arccos \frac{3}{\sqrt{10}} > 0$ и $\operatorname{tg} \alpha > 0$, для всех $\alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$.

581. $\arccos(\cos \alpha) = \beta$, $0 \leq \beta \leq \pi$, что $\cos \beta = \cos \alpha$, так что $\alpha = \beta$ и $\arccos(\cos \alpha) = \alpha$, ч.т.д.

$$1) 5 \arccos(\cos \frac{\pi}{10}) = \frac{\pi}{2}; \quad 2) 3 \arccos(\cos 2) = 6;$$

$$3) \arccos(\cos \frac{8\pi}{7}) = \arccos(-\cos \frac{\pi}{7}) = \pi - \arccos(\cos \frac{\pi}{7}) = \frac{6\pi}{7};$$

$$4) \arccos(\cos 4) = \arccos(-\cos(4 - \pi)) = \pi - \arccos(\cos(4 - \pi)) = 2\pi - 4.$$

$$\mathbf{582.} 1) \sin(\arccos \frac{1}{3} + \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3}) = \sin(\arccos \frac{1}{3}) \cdot \cos(\arccos \frac{2\sqrt{2}}{3}) + \\ + \cos(\arccos \frac{1}{3}) \cdot \sin(\arccos \frac{2\sqrt{2}}{3}) = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1 - \frac{8}{9}} = \frac{8}{9} + \frac{1}{9} = 1.$$

$$2) \cos(\arccos \frac{4}{5} - \arccos \frac{3}{5}) = \cos(\arccos \frac{4}{5}) \cdot \cos(\arccos \frac{3}{5}) + \\ + \sin(\arccos \frac{4}{5}) \cdot \sin(\arccos \frac{3}{5}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \sqrt{1 - \frac{16}{25}} \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{25}.$$

$$\mathbf{583.} 1) \cos(2 \arccos a) = 2 \cos^2(\arccos a) - 1 = 2a^2 - 1;$$

$$2) \cos(\frac{3\pi}{2} + \arcsin a) = \sin(\arcsin a) = a.$$

$$\mathbf{584.} 2 \arccos \sqrt{\frac{1+a}{2}} = \arccos a;$$

$$2 \arccos \sqrt{\frac{1+a}{2}} = 2 \arccos \sqrt{\frac{1 + \cos(\arccos a)}{2}} = 2 \arccos(\cos(\frac{1}{2} \arccos a)) = \\ = 2 \cdot \frac{1}{2} \arccos a = \arccos a, \text{ ч.т.д.}$$

585. 1) $\cos x = 0,35$; $x = \pm \arccos 0,35 + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$,
с помощью микрокалькулятора находим $\arccos 0,35$;

2) $\cos x = -0,27$; $x = \pm(\pi - \arccos 0,27) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$,
с помощью микрокалькулятора находим $\arccos 0,27$.

586. 1) $\arcsin 0 = 0$; 2) $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$; 3) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$;

4) $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$; 5) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$; 6) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$.

587. 1) $\arcsin 1 - \arcsin(-1) = 2\arcsin 1 = \pi$

2) $\arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + \arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$; 3) $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$;

4) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2}$.

588. 1) $\arcsin \frac{1}{4}$ и $\arcsin \left(-\frac{1}{4}\right)$;

$\arcsin \frac{1}{4} > 0 > -\arcsin \frac{1}{4} = \arcsin \left(-\frac{1}{4}\right)$, т.е. $\arcsin \frac{1}{4} > \arcsin \left(-\frac{1}{4}\right)$;

2) $\arcsin \left(-\frac{3}{4}\right)$ и $\arcsin(-1)$;

$\arcsin \left(-\frac{3}{4}\right) > -\frac{\pi}{2} = \arcsin(-1)$, т.е. $\arcsin \left(-\frac{3}{4}\right) > \arcsin(-1)$.

589. 1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

3) $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $x = (-1)^k \arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \pi k$; $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

590. 1) $\sin x = \frac{2}{7}$; $x = (-1)^k \arcsin \frac{2}{7} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $\sin x = -\frac{1}{4}$; $x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

3) $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{5}}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

591. 1) $\sin 3x = 1$; $3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $\sin 2x = -1$; $2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

3) $\sqrt{2} \sin \frac{x}{3} = -1$; $\frac{x}{3} = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + \pi k$; $x = (-1)^{k+1} \frac{3\pi}{4} + 3\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

$$4) 2 \sin \frac{x}{2} = \sqrt{3}; \quad \frac{x}{2} = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k; \quad x = (-1)^k \frac{2\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$5) \sin(x + \frac{3\pi}{4}) = 0; \quad x + \frac{3\pi}{4} = 0 + \pi k; \quad x = -\frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$6) \sin(2x + \frac{\pi}{2}) = 0; \quad 2x + \frac{\pi}{2} = \pi k; \quad x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$592. 1) \sin 4x \cos 2x = \cos 4x \sin 2x;$$

$$\sin 4x \cos 2x - \cos 4x \sin 2x = 0; \quad \sin 2x = 0; \quad 2x = \pi k; \quad x = \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \cos 2x \sin 3x = \sin 2x \cos 3x;$$

$$\cos 2x \sin 3x - \sin 2x \cos 3x = 0; \quad \sin x = 0; \quad x = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$593. 1) \arcsin(\sqrt{5} - 2) \text{ — имеет, т.к. } |\sqrt{5} - 2| \leq 1;$$

$$2) \arcsin(\sqrt{5} - 3) \text{ — имеет, т.к. } |\sqrt{5} - 3| \leq 1;$$

$$3) \arcsin(3 - \sqrt{17}) \arcsin(3 - \sqrt{17}) \text{ — не имеет, т.к. } 3 - \sqrt{17} < -1;$$

$$4) \arcsin(2 - \sqrt{10}) \text{ — не имеет, т.к. } 2 - \sqrt{10} < -1;$$

$$5) \operatorname{tg}(6 \arcsin \frac{1}{2}) \text{ — имеет, т.к. } \operatorname{tg}(6 \arcsin \frac{1}{2}) = \operatorname{tg}(6 \cdot \frac{\pi}{6}) = \operatorname{tg} \pi = 0;$$

$$6) \operatorname{tg}(2 \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{2}}{2}) \text{ — не имеет, т.к. } \operatorname{tg}(2 \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{2}}{2}) = \operatorname{tg}(2 \cdot \frac{\pi}{4}) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \text{ — не}$$

существует.

$$594. 1) 1 - 4 \sin x \cos x = 0; \quad 1 - 2 \sin 2x = 0; \quad \sin 2x = \frac{1}{2};$$

$$2x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k; \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sqrt{3} + 4 \sin x \cos x = 0; \quad \sqrt{3} + 2 \sin 2x = 0;$$

$$\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 2x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k; \quad x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) 1 + 6 \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} = 0; \quad 1 + 3 \sin \frac{x}{2} = 0; \quad \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{3};$$

$$\frac{x}{2} = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{3} + \pi k; \quad x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) 1 - 8 \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} = 0; \quad 1 - 4 \sin \frac{2x}{3} = 0;$$

$$\sin \frac{2x}{3} = (-1)^k \arcsin \frac{1}{4} + \pi k; \quad x = (-1)^k \frac{3}{2} \arcsin \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$595. 1) 1 + \cos 5x \sin 4x = \cos 4x \sin 5x;$$

$$\cos 4x \sin 5x - \cos 5x \sin 4x = 1; \quad \sin x = 1; \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) 1 - \sin x \cos 2x = \cos 2x \sin x;$$

$$\sin x \cos 2x - \sin 2x \cos x = 1;$$

$$\sin 3x = 1; \quad 3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$596. 1) (4\sin x - 3)(2\sin x + 1) = 0; \quad \sin x = \frac{3}{4} \text{ или } \sin x = -\frac{1}{2};$$

$$x = (-1)^k \arcsin \frac{3}{4} + \pi k \text{ или } x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$

$$2) (4\sin 3x - 1)(2\sin x + 3) = 0; \quad \sin 3x = \frac{1}{4} \text{ или } \sin x = -\frac{3}{2};$$

$$3x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \text{ а во втором случае решений нет, значит,}$$

$$x = (-1)^k \frac{1}{3} \arcsin \frac{1}{4} + \frac{\pi}{3}k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$597. \sin 2x = \frac{1}{2}; \quad 2x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k; \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z};$$

из них промежутку $[0; 2\pi]$ принадлежат: $x_1 = \frac{\pi}{12}, x_2 = \frac{5\pi}{12}, x_3 = \frac{13\pi}{12}, x_4 = \frac{17\pi}{12}$.

$$598. \begin{cases} \sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \log_{\pi}(x - 4\pi) < 1 \end{cases} \begin{cases} \frac{x}{2} = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x - 4\pi < \pi \\ x - 4\pi > 0 \end{cases} \begin{cases} x = (-1)^k \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x < 5\pi \\ x > 4\pi \end{cases}$$

$$\text{Решением системы является } x = \frac{14\pi}{3}.$$

599. Пусть $\arcsin a = \alpha$, тогда $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ и $\sin \alpha = a$. Следовательно,

$$\sin(\arcsin a) = \sin \alpha = a, \text{ ч.т.д.}$$

$$1) \sin(\arcsin \frac{1}{7}) = \frac{1}{7}; \quad 2) \sin\left(\arcsin\left(-\frac{1}{5}\right)\right) = -\frac{1}{5};$$

$$3) \sin\left(\pi + \arcsin \frac{3}{4}\right) = -\sin\left(\arcsin \frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4};$$

$$4) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \arcsin \frac{1}{3}\right) = -\sin\left(\arcsin \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3};$$

$$5) \cos\left(\arcsin \frac{4}{5}\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\arcsin \frac{4}{5}\right)} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5};$$

$$6) \operatorname{tg}\left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{(\sin \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}})}{\cos\left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{10}}\right)} = \frac{1}{\sqrt{10} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}} = \frac{1}{3}.$$

600. Пусть $\arcsin(\sin\alpha)=\beta$, тогда $\sin\alpha=\sin\beta$ и $-\frac{\pi}{2}\leq\beta\leq\frac{\pi}{2}$ и $-\frac{\pi}{2}\leq\alpha\leq\frac{\pi}{2}$,

т.е. $\alpha=\beta$. Значит, $\arcsin(\sin\alpha)=\alpha$, ч.т.д.

$$1) 7\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{7}\right)=7\cdot\frac{\pi}{7}=\pi; \quad 2) 4\arcsin\left(\sin\frac{1}{2}\right)=4\cdot\frac{1}{2}=2;$$

$$3) \arcsin\left(\sin\frac{6\pi}{7}\right)=\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{7}\right)=\frac{\pi}{7};$$

$$4) \arcsin(\sin 5)=\arcsin(\sin(5-2\pi))=5-2\pi.$$

$$601. 1) \cos\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)=\sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5};$$

$$2) \cos\left(\arcsin\left(-\frac{4}{5}\right)\right)=\sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\left(-\frac{4}{5}\right)\right)}=\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\frac{3}{5};$$

$$3) \cos\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)=\sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)}=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$4) \cos\left(\arcsin\frac{1}{4}\right)=\sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\frac{1}{4}\right)}=\sqrt{1-\frac{1}{16}}=\frac{\sqrt{15}}{4}.$$

$$602. 1) \sin\left(\arccos\frac{2}{3}\right)=\sqrt{1-\cos^2\left(\arccos\frac{2}{3}\right)}=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3};$$

$$2) \sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=\sqrt{1-\cos^2\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$603. 1) \sin\left(\arcsin\frac{1}{3}+\arccos\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)=\sin\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)\cdot\cos\left(\arccos\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)+$$

$$+\sin\left(\arccos\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\cos\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{1}{3}+$$

$$+\sqrt{1-\cos^2\left(\arccos\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)}\cdot\sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{9};$$

$$2) \cos\left(\arcsin\frac{3}{5}+\arccos\frac{4}{5}\right)=\cos\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)\cdot\cos\left(\arccos\frac{4}{5}\right)-\sin\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)\cdot$$

$$\sin\left(\arccos\frac{4}{5}\right)=\frac{4}{5}\sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)}-\frac{3}{5}\sqrt{1-\cos^2\left(\arccos\frac{4}{5}\right)}=\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{7}{25}.$$

$$604. 1) \arcsin\left(\frac{x}{2}-3\right)=\frac{\pi}{6}; \quad \begin{cases} -1\leq\frac{x}{2}-3\leq 1 \\ \frac{x}{2}-3=\sin\frac{\pi}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} 2\leq\frac{x}{2}\leq 4 \\ \frac{x}{2}=3+\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 4\leq x\leq 8 \\ x=7 \end{cases}. \text{ Ответ: } x=7.$$

$$2) \arcsin(3-2x)=-\frac{\pi}{4};$$

$$\begin{cases} -1\leq 3-2x\leq 1 \\ 3-2x=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \end{cases}; \quad \begin{cases} -4\leq -2x\leq -2 \\ 2x=3+\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}; \quad \begin{cases} 1\leq x\leq 2 \\ x=\frac{6+\sqrt{2}}{4} \end{cases}. \text{ Ответ: } x=\frac{6+\sqrt{2}}{4}.$$

605. Т.к. $0 \leq a \leq 1$, то $\arcsin a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ и $2\arcsin a = [0; \pi]$, и $\arccos(1 - 2a^2) \in [0; \pi]$

$\cos(2\arcsin a) = 1 - 2\sin^2(\arcsin a) = 1 - 2a^2 = \cos(\arccos(1 - 2a^2))$, т.е. $2\arcsin a = \arccos(1 - 2a^2)$, ч.т.д.

606. 1) $\sin x = 0,65$ $x = (-1)^k \arcsin 0,65 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, с помощью микрокалькулятора находим $\arcsin 0,65$.

2) $\sin x = -0,31$ $x = (-1)^k + \arcsin 0,31 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, с помощью микрокалькулятора находим $\arcsin 0,31$.

607. 1) $\arctg 0 = 0$; 2) $\arctg(-1) = -\frac{\pi}{4}$; 3) $\arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{\pi}{6}$; 4) $\arctg\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$.

608. 1) $6\arctg\sqrt{3} - 4\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 6 \cdot \frac{\pi}{3} - 4 \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2\pi + \pi = 3\pi$;

2) $2\arctg 1 + 3\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{\pi}{4} + 3 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$;

3) $5\arctg(-\sqrt{3}) - 3\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 5 \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) - 3 \cdot \left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{5\pi}{3} - \frac{9\pi}{4} = -\frac{47\pi}{12}$.

609. 1) $\arctg(-1)$ и $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\arctg(-1) = -\frac{\pi}{4} > -\frac{\pi}{3} = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,

т.е. $\arctg(-1) > \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

2) $\arctg\sqrt{3}$ и $\arccos\frac{1}{2}$; $\arctg\sqrt{3} = \frac{\pi}{3} = \arccos\frac{1}{2}$, т.е. $\arctg\sqrt{3} = \arccos\frac{1}{2}$;

3) $\arctg(-3)$ и $\arctg 2$; $\arctg(-3) < 0 < \arctg 2$, т.е. $\arctg(-3) < \arctg 2$;

4) $\arctg(-5)$ и $\arctg 0$; $\arctg(-5) < 0 < \arctg 0$, т.е. $\arctg(-5) < \arctg 0$.

610. 1) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $x = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi k$; $x = \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$; $x = \arctg \sqrt{3} + \pi k$; $x = \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

3) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$; $x = \arctg(-\sqrt{3}) + \pi k$; $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

4) $\operatorname{tg} x = -1$; $x = \arctg(-1) + \pi k$; $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

5) $\operatorname{tg} x = 4$; $x = \arctg 4 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

6) $\operatorname{tg} x = -5$; $x = \arctg(-5) + \pi k$; $x = -\arctg 5 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

611. 1) $\operatorname{tg} 3x = 0$; $3x = \pi k$; $x = \frac{\pi}{3} k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $1 + \operatorname{tg} \frac{x}{3} = 0$; $\operatorname{tg} \frac{x}{3} = -1$; $\frac{x}{3} = -\frac{\pi}{4} + \pi k$; $x = -\frac{3\pi}{4} + 3\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

3) $\sqrt{3} + \operatorname{tg} \frac{x}{6} = 0$; $\operatorname{tg} \frac{x}{6} = -\sqrt{3}$; $\frac{x}{6} = -\frac{\pi}{3} + \pi k$; $x = -2\pi + 6\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$612. 1) (\operatorname{tg} x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = 1 \text{ или } \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}; \quad x = \frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) (\sqrt{3}\operatorname{tg} x + 1)(\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ или } \operatorname{tg} x = \sqrt{3}; \quad x = -\frac{\pi}{6} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) (\operatorname{tg} x - 2)(2\cos x - 1) = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = 2 \text{ или } \cos x = \frac{1}{2}; \quad x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k \text{ или } x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) (\operatorname{tg} x - 4,5)(1 + 2\sin x) = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = 4,5 \text{ или } \sin x = -\frac{1}{2}; \quad x = \operatorname{arctg} 4,5 + \pi k \text{ или } x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$5) (\operatorname{tg} x + 4)\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1\right) = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = -4 \text{ или } \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1; \quad x = -\operatorname{arctg} 4 + \pi k \text{ или } \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.}$$

$$x = -\operatorname{arctg} 4 + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

Последняя серия корней не подходит, т.к. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ — не существует, т.е. $x = -\operatorname{arctg} 4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

$$6) \left(\operatorname{tg} \frac{x}{6} + 1\right)(\operatorname{tg} x - 1) = 0; \quad \operatorname{tg} \frac{x}{6} = -1 \text{ или } \operatorname{tg} x = 1;$$

$$\frac{x}{6} = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{-3\pi}{2} + 6\pi \text{ или } x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \text{ Первая серия корней не подходит, т.к. } \operatorname{tg}\left(-\frac{3\pi}{2} + 6\pi k\right) \text{ — не существует, значит, } x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$613. \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

Наименьший положительный корень $x_1 = \frac{\pi}{6}$, а наибольший отрицательный $x_2 = -\frac{5\pi}{6}$.

$$614. 1) \operatorname{arctg}(5x - 1) = \frac{\pi}{4}; \quad 5x - 1 = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}; \quad 5x = 2; \quad x = \frac{2}{5};$$

$$2) \operatorname{arctg}(3 - 5x) = -\frac{\pi}{3}; \quad 3 - 5x = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right); \quad 5x = 3 + \sqrt{3}; \quad x = \frac{3 + \sqrt{3}}{5}.$$

615. Пусть $\operatorname{arctg} a = \alpha$, тогда $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ и $\operatorname{tg} \alpha = a$, т.е. $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = \operatorname{tg} \alpha = a$,

ч.т.д.

- 1) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 2, 1) = 2, 1$; 2) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(-0, 3)) = -0, 3$;
 3) $\operatorname{tg}(\pi - \operatorname{arctg} 7) = -\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 7) = -7$; 4) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} 6\right) = -\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 6) = -6$.

616. Пусть $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha) = \beta$, тогда $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$ и $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha$,

значит, $\alpha = \beta$, т.е. $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha) = \alpha$, ч.т.д.

- 1) $3 \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}\right) = 3 \cdot \frac{\pi}{7} = \frac{3\pi}{7}$; 3) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8}\right) = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{8}\right)\right) = -\frac{\pi}{8}$;
 2) $4 \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 0, 5) = 4 \cdot 0, 5 = 2$; 4) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 13) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(13 - 4\pi)) = 13 - 4\pi$.

617. 1) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{6}\right) = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = -\frac{\pi}{3}$;

2) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}\right) = \operatorname{arctg}\left(-\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\pi}{4}$; 3) $\operatorname{arctg}(2 \sin \frac{5\pi}{6}) = \operatorname{arctg}(2 \cdot \frac{1}{2}) = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$;

4) $\operatorname{arctg}(2 \sin \frac{\pi}{3}) = \operatorname{arctg}(2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) = \operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$

618. Т.к. $\operatorname{arctg} a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, то $\cos(\operatorname{arctg} a) = \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2(\operatorname{arctg} a)}} = \sqrt{\frac{1}{1 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}}$,

ч.т.д.

619. 1) $\operatorname{tg} x = 9$; $x = \operatorname{arctg} 9 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, с помощью микрокалькулятора находим $\operatorname{arctg} 9$;

2) $\operatorname{tg} x = -7, 8$; $x = -\operatorname{arctg} 7, 8 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, с помощью микрокалькулятора находим $\operatorname{arctg} 7, 8$.

620. 1) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$; $\sin x = \frac{1}{2}$ или $\sin x = -\frac{1}{2}$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$ или

$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; обобщая, получаем $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$; $\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ или $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$ или

$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; обобщая, получаем $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k$, $k \in \mathbb{Z}$;

3) $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$; $\sin x = a$; $2a^2 + a - 1 = 0$; $a_1 = -1$, $a_2 = \frac{1}{2}$;

$\sin x = -1$ или $\sin x = \frac{1}{2}$; $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ или $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

4) $2 \cos^2 x + \cos x - 6 = 0$; $\cos x = a$; $2a^2 + a - 6 = 0$; $a_1 = -4$, $a_2 = \frac{3}{2}$;

$\cos x = -4$ или $\cos x = \frac{3}{2}$; уравнения решений не имеют.

621. 1) $2\cos^2x - \sin x + 1 = 0$; $2(1 - \sin^2x) - \sin x + 1 = 0$;
 $2\sin^2x + \sin x - 3 = 0$; $\sin x = a$; $2a^2 + a - 3 = 0$; $a = -\frac{3}{2}$, $a = 1$; $\sin x = -\frac{3}{2}$,

$\sin x = 1$ или $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; первое уравнение решений не имеет.

2) $3\cos^2x - \sin x - 1 = 0$; $3(1 - \sin^2x) - \sin x - 1 = 0$;
 $3\sin^2x + \sin x - 2 = 0$; $\sin x = a$; $3a^2 + a - 2 = 0$; $a_1 = -1$, $a_2 = \frac{2}{3}$;

$\sin x = -1$ или $\sin x = \frac{2}{3}$; $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ или $x = (-1)^k \arcsin \frac{2}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

3) $4\sin^2x - \cos x - 1 = 0$; $4(1 - \cos^2x) - \cos x - 1 = 0$;
 $4\cos^2x - \cos x - 3 = 0$; $\cos x = a$; $4a^2 + a - 3 = 0$; $a_1 = -1$, $a_2 = \frac{3}{4}$;

$\cos x = -1$ или $\cos x = \frac{3}{4}$; $x = \pi + 2\pi k$ или $x = \pm \arccos \frac{3}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

4) $2\sin^2x + 3\cos x = 0$; $2(1 - \cos^2x) + 3\cos x = 0$; $2\cos^2x + 3\cos x - 2 = 0$;
 $\cos x = a$; $2a^2 - 3a - 2 = 0$; $a_1 = -\frac{1}{2}$, $a_2 = 2$; $\cos x = -\frac{1}{2}$ или $\cos x = 2$;

$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; второе уравнение корней не имеет.

622. 1) $\operatorname{tg}^2x = 2 \operatorname{tg}x = \pm 2$ $x = \pm \operatorname{arctg} 2 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $\operatorname{tg}x = \operatorname{ctg}x$ $\operatorname{tg}^2x = 1$ $\operatorname{tg}x = \pm 1$ $x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

3) $\operatorname{tg}^2x - 3\operatorname{tg}x - 4 = 0$ $\operatorname{tg}x = a$ $a^2 - 3a - 4 = 0$ $a_1 = -1$, $a_2 = 4$;

$\operatorname{tg}x = -1$ или $\operatorname{tg}x = 4$; $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$ или $x = \operatorname{arctg} 4 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

4) $\operatorname{tg}^2x - \operatorname{tg}x + 1 = 0$ $\operatorname{tg}x = a$ $a^2 - a + 1 = 0$ $D < 0$, решений нет.

623. 1) $1 + 7\cos^2x = 3\sin 2x$;

$\sin^2x + 8\cos^2x - 6\sin x \cos x = 0$ | : \cos^2x ; $\operatorname{tg}^2x - 6\operatorname{tg}x + 8 = 0$;

$\operatorname{tg}x = a$; $a^2 - 6a + 8 = 0$; $a_1 = 2$, $a_2 = 4$; $\operatorname{tg}x = 2$ или $\operatorname{tg}x = 4$;

$x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k$ или $x = \operatorname{arctg} 4 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

2) $\cos 2x + \cos^2x + \sin x \cos x = 0$;

$2\cos^2x - \sin^2x + \sin x \cos x = 0$ | : \cos^2x ; $\operatorname{tg}^2x - \operatorname{tg}x - 2 = 0$;

$\operatorname{tg}x = a$; $a^2 - a - 2 = 0$; $a_1 = 2$, $a_2 = -1$; $\operatorname{tg}x = -1$ или $\operatorname{tg}x = 2$;

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$ или $x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

3) $3 + \sin 2x = 4\sin^2x$;

$\sin^2x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2x = 0$ | : \cos^2x ; $\operatorname{tg}^2x - 2\operatorname{tg}x - 3 = 0$;

$\operatorname{tg}x = a$; $a^2 - 2a - 3 = 0$; $a_1 = -1$, $a_2 = 3$; $\operatorname{tg}x = -1$ или $\operatorname{tg}x = 3$;

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$ или $x = \operatorname{arctg} 3 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$4) 3\cos 2x + \sin^2 x + 5\sin x \cos x = 0;$$

$$3\cos^2 x - 2\sin^2 x + 5\sin x \cos x = 0 \quad | : \cos^2 x; \quad 2\operatorname{tg}^2 x - 5\operatorname{tg} x - 3 = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = a; \quad 2a^2 - 5a - 3 = 0; \quad a_1 = -\frac{1}{2}, a_2 = 3; \quad \operatorname{tg} x = -\frac{1}{2} \text{ или } \operatorname{tg} x = 3;$$

$$x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k \text{ или } x = \operatorname{arctg} 3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$624. 1) \sqrt{3} \cos x + \sin x = 0 \quad | : \cos x; \quad \sqrt{3} + \operatorname{tg} x = 0; \quad \operatorname{tg} x = -\sqrt{3};$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \cos x = \sin x \quad | : \cos x; \quad \operatorname{tg} x = 1; \quad x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \sin x = 2\cos x \quad | : \cos x; \quad \operatorname{tg} x = 2; \quad x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) 2\sin x + \cos x = 0 \quad | : \cos x; \quad 2\operatorname{tg} x + 1 = 0; \quad \operatorname{tg} x = -\frac{1}{2};$$

$$x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$625. 1) \sin x - \cos x = 1 \quad | : \sqrt{2}; \quad \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$x - \frac{\pi}{4} = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sin x + \cos x = 1 \quad | : \sqrt{2}; \quad \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$x + \frac{\pi}{4} = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \quad | : 2; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = 1;$$

$$\cos \frac{\pi}{6} \sin x + \sin \frac{\pi}{6} \cos x = 1; \quad \sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1;$$

$$x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \quad x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2} \quad | : \sqrt{2}; \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x = 1;$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \sin 3x + \cos 3x \sin \frac{\pi}{4} = 1; \quad \sin(3x + \frac{\pi}{4}) = 1;$$

$$3x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z}.$$

626. 1) $\cos x = \cos 3x$; $\cos 3x - \cos x = 0$; $-2\sin 2x \sin x = 0$; $\sin 2x = 0$
или $\sin x = 0$; $2x = \pi k$ или $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi}{2}k$ или $x = \pi k$ (вхо-

дит в серию корней $x = \frac{\pi}{2}k$), $k \in \mathbb{Z}$, т.е. $x = \frac{\pi}{2}k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $\sin 5x = \sin x$; $\sin 5x - \sin x = 0$; $2\sin 2x \cos 3x = 0$; $\sin 2x = 0$ или $\cos 3x = 0$;
 $2x = \pi k$ или $3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi}{2}k$ или $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in \mathbb{Z}$;

3) $\sin 2x = \cos 3x$; $\cos 3x - \sin 2x = 0$; $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) - \sin 2x = 0$;
 $2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{5x}{2}\right) = 0$; $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = 0$ или $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{5x}{2}\right) = 0$;
 $\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} = \pi k$ или $\frac{\pi}{4} + \frac{5x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ или $x = \frac{\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}k$, $k \in \mathbb{Z}$;

4) $\sin x + \cos 3x = 0$; $\cos 3x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$;

$2\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\cos\left(-\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$; $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = 0$ или

$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$; $\frac{\pi}{4} + x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ или $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k$,

$k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$ или $x = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in \mathbb{Z}$.

627. 1) $\cos 3x - \cos 5x = \sin 4x$; $-2\sin 4x \sin(-x) = \sin 4x$; $\sin 4x(1 - 2\sin x) = 0$; $\sin 4x = 0$ или $\sin x = \frac{1}{2}$; $4x = \pi k$ или $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

$x = \frac{\pi}{4}k$ или $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $\sin 7x - \sin x = \cos 4x$; $2\sin 3x \cos 4x = \cos 4x$; $\cos 4x(2\sin 3x - 1) = 0$;

$\cos 4x = 0$ или $\sin 3x = \frac{1}{2}$; $4x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ или $3x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$ или $x = (-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{3}k$, $k \in \mathbb{Z}$;

3) $\cos x + \cos 3x = 4\cos 2x$; $2\cos 2x \cos(-x) = 4\cos 2x$; $\cos 2x(4 - 2\cos x) = 0$;
 $\cos 2x = 0$ или $\cos x = 2$; $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, во втором случае ре-

шений нет, т.е. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$, $k \in \mathbb{Z}$;

4) $\sin^2 x - \cos^2 x = \cos 4x$; $-\cos 2x = 2\cos^2 2x - 1$; $2\cos^2 2x + \cos 2x - 1 = 0$;

$\cos 2x = a$; $2a^2 + a - 1 = 0$; $a_1 = -1$, $a_2 = \frac{1}{2}$; $\cos 2x = -1$ или $\cos 2x = \frac{1}{2}$;

$2x = \pi + 2\pi k$ или $2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ или $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$628. 1) (\operatorname{tg} x - \sqrt{3})(2\sin \frac{x}{12} + 1) = 0; \quad \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \text{ или } \sin \frac{x}{12} = -\frac{1}{2};$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi k \text{ или } \frac{x}{12} = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi k \text{ или } x = (-1)^{k+1} 2\pi + 12\pi k, k \in Z;$$

$$2) (1 - \sqrt{2} \cos \frac{x}{4})(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} x) = 0; \quad \cos \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ или } \operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\frac{x}{4} = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \text{ или } x = -\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z;$$

$$x = \pm \pi + 8\pi k, k \in Z \text{ или } x = -\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z;$$

$$3) (2\sin(x + \frac{\pi}{6}) - 1)(2\operatorname{tg} x + 1) = 0; \quad \sin(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2} \text{ или } \operatorname{tg} x = -\frac{1}{2};$$

$$x + \frac{\pi}{6} = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k \text{ или } x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k, k \in Z;$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + \pi k \text{ или } x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k, k \in Z;$$

$$4) (1 + \sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}))(\operatorname{tg} x - 3) = 0; \quad \cos(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ или } \operatorname{tg} x = 3;$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \text{ или } x = \operatorname{arctg} 3 + \pi k, k \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = -\pi + 2\pi k \text{ или } x = \operatorname{arctg} 3 + \pi k, k \in Z$$

первая серия корней не подходит, т.к. $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} + 2\pi k)$ — не существует,

т.е. $x = -\pi + 2\pi k$ или $x = \operatorname{arctg} 3 + \pi k, k \in Z$

$$629. 1) \sqrt{3} \sin x \cos x = \sin^2 x; \quad \sin x(\sqrt{3} \cos x - \sin x) = 0;$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \sqrt{3} \cos x - \sin x = 0; \quad \sin x = 0 \text{ или } \sqrt{3} - \operatorname{tg} x = 0;$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = \sqrt{3}; \quad x = \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z;$$

$$2) 2\sin x \cos x = \cos x; \quad \cos x(2\sin x - 1) = 0;$$

$$\cos x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{1}{2}; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z;$$

$$3) \sin 4x + \sin^2 2x = 0; \quad 2\sin 2x \cos 2x + \sin^2 2x = 0;$$

$$\sin 2x(2\cos 2x + \sin 2x) = 0; \quad \sin 2x = 0 \text{ или } 2\cos 2x + \sin 2x = 0;$$

$$\sin 2x = 0 \text{ или } 2 + \operatorname{tg} x = 0; \quad \sin 2x = 0 \text{ или } \operatorname{tg} 2x = -2;$$

$$2x = \pi k \text{ или } 2x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi k, k \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{2} k \text{ или } x = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 + \frac{\pi}{2} k, k \in Z;$$

$$4) \sin 2x + 2\cos^2 x = 0; \quad 2\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0;$$

$$2\cos x(\sin x + \cos x) = 0; \quad \cos x = 0 \text{ или } \sin x + \cos x = 0;$$

$$\cos x = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x + 1 = 0; \quad \cos x = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = -1;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$630. 1) 2\sin^2 x = 1 + \frac{1}{3}\sin 4x; \quad 1 - \cos 2x = 1 + \frac{2}{3}\sin 2x \cos 2x;$$

$$\cos 2x\left(\frac{2}{3}\sin 2x + 1\right) = 0; \quad \cos 2x = 0 \text{ или } \sin 2x = -\frac{3}{2};$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \text{ во втором случае решений нет } x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) 2\cos^2 2x - 1 = \sin 4x; \quad 1 + \cos 4x - 1 = \sin 4x \mid : \cos 4x;$$

$$1 = \operatorname{tg} 4x; \quad 4x = \frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = \frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{4}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) 2\cos^2 2x + 3\cos^2 x = 2; \quad 2\cos^2 x + \frac{3}{2}(1 + \cos 2x) = 2;$$

$$4\cos^2 2x + 3\cos 2x - 1 = 0; \quad \cos 2x = a;$$

$$4a^2 + 3a - 1 = 0; \quad a_1 = -1, a_2 = \frac{1}{4}; \quad \cos 2x = -1 \text{ или } \cos 2x = \frac{1}{4};$$

$$2x = \pi + 2\pi k \text{ или } 2x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) (\sin x + \cos x)^2 = 1 + \cos x; \quad \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1 + \cos x;$$

$$2\sin x \cos x = \cos x; \quad \cos x(2\sin x - 1) = 0; \quad \cos x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{1}{2};$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$631. 1) 2\sin 2x - 3(\sin x + \cos x) + 2 = 0;$$

$$2\sin 2x - 3(\sin x + \cos x) + 2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 0;$$

$$2\sin 2x - 3(\sin x + \cos x) + 2(\sin x + \cos x)^2 - 2\sin 2x = 0;$$

$$(\sin x + \cos x)(2\sin x + 2\cos x - 3) = 0;$$

$$\sin x + \cos x = 0 \text{ или } \sin x + \cos x = \frac{3}{2}; \quad \operatorname{tg} x + 1 = 0 \text{ или } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2\sqrt{2}};$$

$$\operatorname{tg} x = -1, \text{ во втором случае решений нет } x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin 2x + 3 = 3\sin x + 3\cos x;$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x + 2 = 3(\sin x + \cos x);$$

$$(\sin x + \cos x)^2 + 2 = 3(\sin x + \cos x);$$

$$\sin x + \cos x = a; \quad a^2 - 3a + 2 = 0; \quad a = 1, a = 2;$$

$$\cos x + \sin x = 1 \text{ или } \cos x + \sin x = 2;$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ или } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}; \quad x + \frac{\pi}{4} = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

во втором случае решений нет, т.е. $x = (-1)^k \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

$$3) \sin 2x + 4(\sin x + \cos x) + 4 = 0;$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x + 4(\sin x + \cos x) + 3 = 0;$$

$$(\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin x + \cos x) + 3 = 0;$$

$$\sin x + \cos x = a; \quad a^2 + 4a + 3 = 0; \quad a = -1, a = -3;$$

$$\sin x + \cos x = -1 \text{ или } \sin x + \cos x = -3;$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ или } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{3}{\sqrt{2}}; \quad x + \frac{\pi}{4} = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ а во}$$

втором случае решений нет, т.е. $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

$$4) \sin 2x + 5(\cos x + \sin x + 1) = 0;$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + \sin x \cos x + 5(\sin x + \cos x) + 4 = 0;$$

$$(\sin x + \cos x)^2 + 5(\sin x + \cos x) + 4 = 0;$$

$$\sin x + \cos x = a; \quad a^2 + 5a + 4 = 0; \quad a_1 = -1, a_2 = -4;$$

$$\sin x + \cos x = -1 \text{ или } \sin x + \cos x = -4;$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ или } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -2\sqrt{2}; \quad x + \frac{\pi}{4} = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ а во}$$

втором случае решений нет, т.е. $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

$$632. 1) 1 - \cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) = 0;$$

$$1 + \cos x + \cos x = 0; \quad \cos x = -\frac{1}{2} \quad x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = (\sin x + \cos x)^2; \quad \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) = (\sin x + \cos x)^2;$$

$$(\cos x + \sin x)(1 - (\sin x + \cos x)) = 0; \quad \sin x + \cos x = 0 \text{ или } \sin x + \cos x = 1;$$

$$\operatorname{tg} x + 1 = 0 \text{ или } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \operatorname{tg} x = -1 \text{ или } x + \frac{\pi}{4} = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = (-1)^k \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

633.

$$1) 4 \sin x \cos x \cos 2x = \sin^2 4x; \quad 2 \sin 2x \cos 2x = \sin^2 4x; \quad \sin 4x = \sin^2 4x;$$

$$\begin{cases} \sin 4x = 0 \\ \sin 4x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 4x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}; \quad x_2 = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$2) 1 + \cos^2 x = \sin^4 x; \quad (1 - \sin^4 x) + \cos^2 x = 0;$$

$$(1 - \sin^2 x)(1 + \sin^2 x) + \cos^2 x = 0; \quad \cos^2 x(1 + \sin^2 x) + \cos^2 x = 0;$$

$$\cos^2 x(2 + \sin^2 x) = 0; \quad \cos x = 0; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

634. 1) $2\cos^2 x + 3\sin 4x + 4\sin^2 2x = 0 \quad | : \cos^2 2x;$

$$4\operatorname{tg}^2 2x + 6\operatorname{tg} 2x + 2 = 0; \quad \operatorname{tg} 2x = a; \quad 2a^2 + 3a + 1 = 0; \quad a_1 = -1, \quad a_2 = -\frac{1}{2};$$

$$\operatorname{tg} 2x = -1 \text{ или } \operatorname{tg} 2x = -\frac{1}{2}; \quad 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } 2x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k \text{ или } x = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) 1 - \sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0;$$

$$\sin^2 x - \sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0 \quad | : \cos^2 x; \quad \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + 3 = 0 \quad \operatorname{tg} x = a;$$

$$a^2 - a + 3 = 0; \quad D < 0 \text{ — решений нет}$$

$$3) 2\sin^2 x + \frac{1}{4}\cos^3 2x = 1; \quad 1 - \cos 2x + \frac{1}{4}\cos^3 2x = 1;$$

$$\cos 2x \left(\frac{1}{4}\cos^2 x - 1 \right) = 0; \quad \cos 2x = 0 \text{ или } \cos^2 x = 4; \quad 2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z},$$

а во втором случае решений нет, т.е. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z};$

$$4) \sin^2 2x + \cos^2 3x = 1 + 4\sin x;$$

$$\sin^2 2x - \sin^2 3x = 4\sin x; \quad (\sin 2x - \sin 3x)(\sin 3x + \sin 2x) = 4\sin x;$$

$$-2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} \cdot 2\sin \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2} = 8\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

$$2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} (4 + 2\cos \frac{5x}{2} \sin \frac{5x}{2}) = 0;$$

$$\sin(4 + \sin 5x) = 0 \quad \sin x = 0 \text{ или } \sin 5x = -4;$$

$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$, а второе уравнение решений не имеет, т.е. $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

635. 1) $\cos x \cos 2x = \sin x \sin 2x; \quad \cos x \cos 2x = 2\sin^2 x \cos x;$

$$\cos x(\cos 2x - 2\sin^2 x) = 0; \quad \cos x(1 - 4\sin^2 x) = 0;$$

$$\cos x = 0 \text{ или } \sin x = \pm \frac{1}{2}; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sin 2x \cos x = \cos 2x \sin x;$$

$$2\cos^2 x \sin x = \cos 2x \sin x; \quad \sin x(\cos 2x - 2\cos^2 x) = 0;$$

$$\sin x = 0, \text{ т.к. } \cos 2x - 2\cos^2 x = 1, \text{ т.е. } x = \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \sin 3x = \sin 2x \cos x; \quad \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = \sin 2x \cos x;$$

$$\sin x \cos 2x = 0; \quad \sin x = 0 \text{ или } \cos 2x = 0;$$

$$x = \pi k \text{ или } 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ т.е. } x = \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \cos 5x \cos x = \cos 4x; \quad \cos 5x \cos x = \cos 5x \cos x + \sin 5x \sin x;$$

$$\sin 5x \sin x = 0; \quad \sin 5x = 0 \text{ или } \sin x = 0 \quad 5x = \pi k \text{ или } x = \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z} \text{ (первая серия корней входит во вторую), т.е.}$$

$$x = \frac{\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}.$$

636.

1) $4\sin^2x - 5\sin x \cos x - 6\cos^2x = 0$ $|\div \cos^2x$;

$4\operatorname{tg}^2x - 5\operatorname{tg}x - 6 = 0$; $\operatorname{tg}x = a$; $4a^2 - 5a - 6 = 0$; $a_1 = -\frac{3}{4}$, $a_2 = 2$;

$\operatorname{tg}x = -\frac{3}{4}$ или $\operatorname{tg}x = 2$; $x = -\operatorname{arctg}\frac{3}{4} + \pi k$ или $x = \operatorname{arctg}2 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $3\sin^2x - 7\sin x \cos x + 2\cos^2x = 0$ $|\div \cos^2x$;

$3\operatorname{tg}^2x - 7\operatorname{tg}x + 2 = 0$; $\operatorname{tg}x = a$; $3a^2 - 7a + 2 = 0$; $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_2 = 2$;

$\operatorname{tg}x = \frac{1}{3}$ или $\operatorname{tg}x = 2$; $x = \operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \pi k$ или $x = \operatorname{arctg}2 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

3) $1 - 4\sin x \cos x + 4\cos^2x = 0$;

$\sin^2x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2x = 0$ $|\div \cos^2x$; $\operatorname{tg}^2x - 4\operatorname{tg}x + 5 = 0$;

$\operatorname{tg}x = a$; $a^2 - 4a + 5 = 0$; $D < 0$ — решений нет;

4) $1 + \sin^2x = 2\sin x \cos x$;

$2\sin^2x - 2\sin x \cos x + \cos^2x = 0$ $|\div \cos^2x$; $2\operatorname{tg}^2x - 2\operatorname{tg}x + 1 = 0$;

$\operatorname{tg}x = a$; $2a^2 - 2a + 1 = 0$ $D < 0$ — решений нет.

637. 1) $4\sin 3x + \sin 5x - 2\sin x \cos 2x = 0$;

$4\sin 3x + \sin 5x + \sin x - \sin 3x = 0$; $3\sin 3x + 2\sin 3x \cos 2x = 0$;

$\sin 3x(3 + 2\cos 2x) = 0$; $\sin 3x = 0$ или $\cos 2x = -\frac{3}{2}$;

$3x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, во втором случае решений нет, т.е. $x = \frac{\pi}{3}k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $6\cos 2x \sin x + 7\sin 2x = 0$;

$6\cos 2x \sin x + 14\sin x \cos x = 0$; $2\sin x(3\cos 2x + 7\cos x) = 0$;

$\sin x = 0$ или $6\cos 2x + 7\cos x - 3 = 0$; $\cos x = a$;

$\sin x = 0$ или $6a^2 + 7a - 3 = 0$; $a_1 = -\frac{3}{2}$, $a_2 = \frac{1}{3}$;

$\sin x = 0$ или $\cos 2x = -\frac{3}{2}$ или $\cos 2x = \frac{1}{3}$;

$x = \pi k$ или $2x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, а во втором случае решений

нет, т.е. $x = \pi k$ или $x = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

638. 1) $\sin^2x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$;

$(\sin x - \sin 3x)(\sin x + \sin 3x) + \sin 2x \cdot 2\sin x \cos x = 0$;

$-2\sin x \cos 2x \cdot 2\sin 2x \cos x + \sin 2x \cdot 2\sin x \cdot \cos x = 0$;

$2\sin x \cdot \cos x \cdot \sin 2x(1 - 2\cos 2x) = 0$; $\sin^2 2x(1 - 2\cos 2x) = 0$;

$\sin 2x = 0$ или $\cos 2x = \frac{1}{2}$; $2x = \pi k$ или $2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

$x = \frac{\pi}{2}k$ или $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

$$2) \sin x(1 - \cos x)^2 + \cos x(1 - \sin x)^2 = 2;$$

$$\sin x + \cos x + \sin x \cos x (\sin x + \cos x) - 4 \sin x \cos x = 2;$$

$$(\sin x + \cos x) + \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{2} \cdot (\sin x + \cos x) = 2(\sin x + \cos x)^2;$$

$$\sin x + \cos x = t; \quad \frac{t}{2}(2 + (t^2 - 1) - 4t) = 0; \quad \frac{t}{2}(t^2 - 4t + 1) = 0;$$

$$t_1 = 0 \text{ или } t_2 = 2 + \sqrt{3} \text{ или } t_3 = 2 - \sqrt{3};$$

$$\sin x + \cos x = 0 \text{ или } \sin x + \cos x = 2 + \sqrt{3} \text{ или } \sin x + \cos x = 2 - \sqrt{3};$$

$$\operatorname{tg} x = -1 \text{ или } \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ или } \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}};$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \pi k, k \in \mathbb{Z},$$

а во втором случае решений нет.

$$639. 1) \sin x \sin 2x \sin 3x = \frac{1}{4} \sin 4x;$$

$$\sin x \sin 2x \sin 3x = \sin x \cos x \cos 2x; \quad \sin x (\cos x \cos 2x - \sin 2x \sin 3x) = 0;$$

$$\sin x (\frac{1}{2} \cos 3x + \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} \cos 5x - \frac{1}{2} \cos x) = 0; \quad \sin x (\frac{1}{2} \cos 3x + \frac{1}{2} \cos 5x) = 0;$$

$$\sin x \cos x \cos 4x = 0; \quad \sin x = 0 \text{ или } \cos x = 0 \text{ или } \cos 4x = 0;$$

$$x = \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } 4x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2} \sin^2 2x; \quad (\cos^2 x - \sin^2 x)^2 + 2 \sin^2 x \cos^2 x = 2 \sin^2 x \cos^2 x;$$

$$\cos^2 x = 0; \quad 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$640. 1) \cos^2 x + \cos^2 2x = \cos^2 3x + \cos^2 4x;$$

$$(\cos^2 x - \cos^2 3x) + (\cos^2 2x - \cos^2 4x) = 0;$$

$$(\cos x - \cos 3x)(\cos x + \cos 3x) + (\cos 2x - \cos 4x)(\cos 2x + \cos 4x) = 0;$$

$$2 \sin x \sin 2x \cdot 2 \cos x \cos 2x + 2 \sin x \sin 3x \cdot 2 \cos x \cos 3x = 0;$$

$$\sin 2x \sin 4x + \sin 2x \sin 6x = 0; \quad \sin 2x (\sin 4x + \sin 6x) = 0;$$

$$2 \sin 2x \cdot \sin 5x \cos x = 0; \quad \sin 2x = 0 \text{ или } \sin 5x = 0 \text{ или } \cos x = 0;$$

$$2x = \pi k \text{ или } 5x = \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{2} k \text{ или } x = \frac{\pi}{5} k \text{ или}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ (входит в первую серию корней), т.е. } x = \frac{\pi}{2} k \text{ или } x = \frac{\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4}; \quad (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^4 x \cos^2 x - 3 \cos^4 x \sin^2 x = \frac{1}{4};$$

$$1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = \frac{1}{4}; \quad -\frac{3}{4} \sin^2 2x = -\frac{3}{4} \quad \sin 2x = \pm 1;$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}.$$

641.

1) $\frac{\cos 2x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos 2x} = 1$; $\frac{\cos 2x}{\cos x} = a$; $a + \frac{1}{a} = 1$; $a^2 - a + 1 = 0$; $D < 0$ — решений нет.

2) $\sin x + \frac{1}{\sin x} = \sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}$; $\sin x = a$;

$a + \frac{1}{a} = a^2 + \frac{1}{a^2}$; $a^4 - a^3 - a + 1 = 0$; $a^3(a-1) - (a-1) = 0$;

$(a^3 - 1)(a - 1) = 0$; $a = 1$; $\sin x = 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

642. 1) $\sin x \sin 5x = 1$; т.к. $|\sin x| \leq 1$ и $|\sin 5x| \leq 1$, то $|\sin x \sin 5x| \leq 1$, а; $\sin x \sin 5x = 1$, только если $\sin x = \sin 5x = 1$ или $\sin x = \sin 5x = -1$, т.е.

$$\begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin 5x = 1 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 5x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или}$$

$$\begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin 5x = -1 \end{cases}; \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 5x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}; \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z} \end{cases};$$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, т.е. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $\sin x \cos 4x = -1$; возможно лишь при $\sin x = 1$, а $\cos 4x = -1$ или при $\sin x = -1$, а $\cos 4x = 1$, т.е.

$$\begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos 4x = -1 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 4x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{— решений нет, или}$$

$$\begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos 4x = 1 \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 4x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

643. 1) $\sqrt{5 \cos x - \cos 2x} = -2 \sin x$;

$$\begin{cases} 5 \cos x - \cos 2x \geq 0 \\ \sin x \leq 0 \\ 5 \cos x - \cos 2x = 4 \sin^2 x \end{cases} \begin{cases} 5 \cos x - \cos 2x \geq 0 \\ \sin x \leq 0 \\ 5 \cos x - 2 \cos^2 x - 1 - 4 + 4 \cos^2 x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 \cos x - \cos 2x \geq 0 \\ \sin x \leq 0 \\ 2 \cos^2 x + 5 \cos x - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{решаем последнее уравнение в системе, полагая}$$

$\cos x = a$; $2a^2 + 5a - 5 = 0$; $a_1 = \frac{-5 + \sqrt{65}}{4}$, $a_2 = \frac{-5 - \sqrt{65}}{4}$, т.е.

$$\cos x = \frac{-5 + \sqrt{65}}{4}, \text{ или } \cos x = \frac{-5 - \sqrt{65}}{4}; \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Подставляем в первое неравенство системы:

$$5\cos x - 2\cos^2 x - 1 \geq 0 \text{ вместо } \cos x \text{ число } \frac{\sqrt{65}-5}{4};$$

$$5 \cdot \left(\frac{\sqrt{65}-5}{4} \right) - 2 \cdot \frac{90-10\sqrt{65}}{16} - 1 = \frac{-74+10\sqrt{65}}{4} \geq 0, \text{ т.е. корни}$$

$$\begin{cases} 5\cos x - 2\cos^2 x \geq 0 \\ \sin x \leq 0 \\ 2\cos^2 x + 5\cos x - 5 = 0 \end{cases} \text{ удовлетворяют первому неравенству системы,}$$

из второго неравенства следует, что $x \in \text{III, IV}$ четверти, значит,

$$x = -\arccos \frac{\sqrt{65}-5}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sqrt{\cos x + \cos 3x} = -\sqrt{2} \cos x; \quad \sqrt{2 \cos x \cos 2x} = -\sqrt{2} \cos x;$$

$$\sqrt{\cos x(2\cos^2 x - 1)} = -\cos x; \quad \cos x = a; \quad \sqrt{a(2a^2 - 1)} = -a;$$

$$\begin{cases} a \leq 0 \\ a(2a^2 - 1) \geq 0 \\ a(2a^2 - 1) = a^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq 0 \\ a(2a^2 - 1) \geq 0 \\ a(2a^2 - a - 1) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq 0 \\ a(2a^2 - 1) \geq 0 \\ a = 0, a = -\frac{1}{2}, a = 1 \end{cases} \quad \text{т.е. } a=0 \text{ или } a = -\frac{1}{2};$$

$$\cos x = 0 \text{ или } \cos x = -\frac{1}{2}; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

644.

$$1) 4|\cos x| + 3 = 4\sin^2 x;$$

$$4|\cos x| + 3 = 4 - 4\cos^2 x; \quad 4\cos^2 x + 4|\cos x| - 1 = 0;$$

$$\cos x = a; \quad 4a^2 + 4|a| - 1 = 0;$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ 4a^2 + 4a - 1 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} a \geq 0 \\ a_1 = \frac{-4-4\sqrt{2}}{8}, a_2 = \frac{-4+4\sqrt{2}}{8}; a = \frac{-4+4\sqrt{2}}{8}, \end{cases}$$

$$\text{т.е. } a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ или } \begin{cases} a < 0 \\ 4a^2 - 4a - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a < 0 \\ a = \frac{4-4\sqrt{2}}{8}, a = \frac{4+4\sqrt{2}}{8}, \end{cases}$$

$$\text{т.е. } a = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ т.е. } a = \pm \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right),$$

$$\text{т.е. } \cos x = \pm \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right), \text{ т.е. } x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}-1}{2} + 2\pi k \text{ или}$$

$$x = \pm(\pi - \arccos \frac{\sqrt{2}-1}{2}) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ т.е. } \quad x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}-1}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) |\operatorname{tg} x| + 1 = \frac{1}{\cos^2 2x};$$

$$a) |\operatorname{tg}x| = \operatorname{tg}^2 2x; \quad |\operatorname{tg}x| = \frac{4\operatorname{tg}^2 x}{(1 - \operatorname{tg}^2 x)^2}; \quad \operatorname{tg}x \geq 0; \quad \operatorname{tg}x \left(\frac{(1 - \operatorname{tg}^2 x)^2 - 4\operatorname{tg}x}{(1 - \operatorname{tg}^2 x)^2} \right) = 0;$$

$$\operatorname{tg}x = t; \quad t \left(\frac{t^4 - 2t^2 - 4t + 1}{(1 - t^2)^2} \right) = 0;$$

$t = 0$, а второе уравнение ($t^4 - 2t^2 - 4t + 1 = 0$) не имеет положительных корней, т.е. $\operatorname{tg}x = 0$; $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

$$b) \operatorname{tg}x < 0; \quad \operatorname{tg}x \left(\frac{(1 - \operatorname{tg}^2 x)^2 + 4\operatorname{tg}x}{(1 - \operatorname{tg}^2 x)^2} \right) = 0;$$

$\operatorname{tg}x = 0$ не удовлетворяет требованию $\operatorname{tg}x < 0$ т.е. $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

645.

$$1) \begin{cases} \cos(x+y) = 0, \\ \cos(x-y) = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ x-y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k + \pi n, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}; \quad y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k - \pi n, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z};$$

$$2) \begin{cases} \sin x - \sin y = 1 \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 1 \end{cases}; \quad \sin^2 x + \cos^2 y = 1 \text{ только при } \sin x = \pm 1 \text{ и } \cos y =$$

$= \pm 1$, но при $\sin x = -1$ получим $\sin y = -2$ (из первого уравнения), значит, $\sin x = 1$, а $\cos y = \pm 1$ и $\sin y = 0$ (из первого уравнения), т.е.

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \quad a \quad y = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$646. \quad 4 - 4\cos^2 x + 2(a-3)\cos x + 3a - 4 = 0;$$

$$4\cos^2 x - 2(a-3)\cos x - 3a = 0; \quad \cos x = b; \quad 4b^2 - 2(a-3)b - 3a = 0.$$

Уравнение имеет действительные корни, если $D \geq 0$;

$$D = 4(a-3)^2 + 16 \cdot 3a = 4(a+3)^2 \geq 0 \text{ при любом } a;$$

$$b_1 = \frac{2(a-3) - 2(a+3)}{8} \quad \text{и} \quad b_2 = \frac{2(a-3) + 2(a+3)}{8}.$$

Для любых a один из $b = -\frac{3}{2}$, другой $b = \frac{a}{2}$.

Уравнение $\cos x = -\frac{3}{2}$ не имеет корней, а уравнение $\cos x = \frac{a}{2}$ — имеет

корни, только если $|a| \leq 2$.

Т.е. исходное уравнение имеет корни $x = \pm \arccos \frac{a}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, только

если $-2 \leq a \leq 2$.

$$647. \quad (1-a)\sin^2 x - \sin x \cos x - (2+a)\cos^2 x = 0 \quad | : \cos^2 x;$$

$$(1-a)\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - (2+a) = 0; \quad \operatorname{tg} x = b; \quad (1-a)b^2 - b - (2+a) = 0.$$

Уравнение не имеет решений, если $D < 0$;

$$D = 1 + 4(2+a)(1-a) < 0; \quad 1 + 8 - 4a - 4a^2 < 0; \quad 4a^2 + 4a - 9 > 0;$$

т.е. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{10} > a$ или $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{10} < a$.

Значит, исходное уравнение не имеет корней при

$$a < -\frac{\sqrt{10}+1}{2} \text{ или при } a > \frac{\sqrt{10}-1}{2}.$$

$$648. 1) \cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{11\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$649. 1) \cos x \leq \sqrt{3} \text{ — } x \in \mathbb{R};$$

$$2) \cos x < -1 \text{ — решений нет};$$

$$3) \cos x \geq 1 \text{ — выполняется только при } \cos x = 1, \text{ т.е. } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \cos x \leq -1 \text{ — выполняется только при } \cos x = -1, \text{ т.е. } x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$650. 1) \sin x > \frac{1}{2}; \quad \frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad -\frac{5\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \sin x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$651. 1) \sin x \geq -\sqrt{2} \text{ — } x \in \mathbb{R}; \quad 2) \sin x > 1 \text{ — нет решений};$$

$$3) \sin x \leq -1 \text{ — выполняется только при } \sin x = -1; \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \sin x \geq 1 \text{ — выполняется только при } \sin x = 1; \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$652. 1) \sqrt{2} \cos 2x \leq 1; \quad \cos 2x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq 2x \leq \frac{7\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$\frac{\pi}{8} + \pi k \leq x \leq \frac{7\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) 2\sin 3x > -1; \quad \sin 3x > -\frac{1}{2}; \quad -\frac{\pi}{6} + 2\pi k < 3x < \frac{7\pi}{6} + 2\pi k;$$

$$-\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}k < x < \frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \sin(x + \frac{\pi}{4}) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad -\frac{5\pi}{4} + 2\pi k \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \quad -\frac{3\pi}{2} + 2\pi k \leq x \leq 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4) \cos(x - \frac{\pi}{6}) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \quad 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$653. 1) \cos\left(\frac{x}{3}+2\right) \geq \frac{1}{2}; \quad -\frac{\pi}{3}+2\pi k \leq \frac{x}{3}+2 \leq \frac{\pi}{3}+2\pi k;$$

$$-\frac{\pi}{3}-2+2\pi k \leq \frac{x}{3} \leq \frac{\pi}{3}-2+2\pi k; \quad -\pi-6+6\pi k \leq x \leq \pi-6+6\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sin\left(\frac{x}{4}-3\right) < -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad -\frac{3\pi}{4}+2\pi k < \frac{x}{4}-3 < -\frac{\pi}{4}+2\pi k;$$

$$-\frac{3\pi}{4}+3+2\pi k < \frac{x}{4} < -\frac{\pi}{4}+3+2\pi k; \quad -3\pi+12+8\pi k < x < -\pi+12+8\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$654. 1) \sin^2 x + 2\sin x > 0; \sin x(\sin x + 2) > 0;$$

$\sin x + 2 > 0$ для всех $x \in \mathbb{R}$, т.е. $\sin x > 0$; $2\pi k < x < \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

$$2) \cos^2 x - \cos x < 0; \cos x(\cos x - 1) < 0;$$

$\cos x - 1 \leq 0$ для всех $x \in \mathbb{R}$, т.е.

$$\begin{cases} \cos x > 0 \\ \cos x - 1 \neq 0 \end{cases}; \quad -\frac{\pi}{2}+2\pi k < x < 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ и } 2\pi n < x < \frac{\pi}{2}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$655. 1) 2\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + 3\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{\pi}{3} + 3 \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{8\pi}{3};$$

$$2) \arcsin\frac{1}{\sqrt{2}} - 4\arcsin 1 = \frac{\pi}{4} - 4 \cdot \frac{\pi}{2} = -\frac{7\pi}{4};$$

$$3) \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3};$$

$$4) \arccos(-1) - \arcsin(-1) = \pi - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2};$$

$$5) 2\arctg 1 + 3\arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2 \cdot \frac{\pi}{4} + 3\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 0;$$

$$6) 4\arctg(-1) + 3\arctg\sqrt{3} = 4 \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right) + 3 \cdot \frac{\pi}{3} = 0.$$

$$656. 1) \cos(4-2x) = -\frac{1}{2}; \quad 4-2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k;$$

$$2x = 4 \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \quad x = 2 \pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \cos(6+3x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 6+3x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$3x = \pm \frac{3\pi}{4} - 6 + 2\pi k; \quad x = \pm \frac{\pi}{4} - 2 + \frac{2\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0; \quad \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ или } 2x = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = -\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) - \sqrt{3} = 0; \quad \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \frac{\pi}{3} - 3x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}k \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$657. 1) 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0; \quad \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2};$$

$$3x - \frac{\pi}{4} = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k; \quad x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) 1 - \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 0; \quad \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 1;$$

$$\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \quad \frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \quad x = \frac{\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) 3 + 4\sin(2x + 1) = 0; \quad \sin(2x + 1) = -\frac{3}{4};$$

$$2x + 1 = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{3}{4} + \pi k; \quad x = (-1)^{k+1} \frac{1}{2} \arcsin \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) 5\sin(2x - 1) - 2 = 0; \quad \sin(2x - 1) = \frac{2}{5};$$

$$2x - 1 = (-1)^k \arcsin \frac{2}{5} + \pi k \quad x = (-1)^k \frac{1}{2} \arcsin \frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$658. 1) (1 + \sqrt{2} \cos x)(1 - 4\sin x \cos x) = 0; \quad (1 + \sqrt{2} \cos x)(1 - 2\sin 2x) = 0;$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{или} \quad \sin 2x = \frac{1}{2}; \quad x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \quad \text{или} \quad 2x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \quad \text{или} \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) (1 - \sqrt{2} \cos x)(1 + 2\sin 2x \cos 2x) = 0; \quad (1 - \sqrt{2} \cos x)(1 + \sin 4x) = 0;$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{или} \quad \sin 4x = -1; \quad x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad \text{или} \quad 4x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad \text{или} \quad x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$659. 1) \operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1; \quad 2x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + \pi k; \quad 3x = \frac{5\pi}{12} + \pi k; \quad x = \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \sqrt{3} - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = 0; \quad \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{3}; \quad x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{3} + \pi k; \quad x = \frac{8\pi}{15} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) 1 - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = 0; \quad \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = 1; \quad x + \frac{\pi}{7} = \frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = \frac{3\pi}{28} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$660. 1) 2\sin^2 x + \sin x = 0; \sin x(2\sin x + 1) = 0;$$

$$\sin x = 0 \quad \text{или} \quad \sin x = -\frac{1}{2}; \quad x = \pi k \quad \text{или} \quad x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) 3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0; \quad \sin x = a; \quad 3a^2 - 5a - 2 = 0;$$

$$a_1 = -\frac{1}{3}, a_2 = 2; \quad \sin x = -\frac{1}{3} \quad \text{или} \quad \sin x = 2;$$

$x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{3} + \pi k, k \in Z$, а во втором случае решений нет.

3) $\cos^2 x - 2 \cos x = 0$; $\cos x(\cos x - 2) = 0$; $\cos x = 0$ или $\cos x = 2$;

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$, а во втором случае решений нет.

4) $6 \cos^2 x + 7 \cos x - 3 = 0$; $\cos x = a$; $6a^2 + 7a - 3 = 0$;

$a_1 = -\frac{3}{2}, a_2 = \frac{1}{3}$; $\cos x = -\frac{3}{2}$ или $\cos x = \frac{1}{3}$;

$x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, k \in Z$, а в первом случае решений нет.

661. 1) $6 \sin^2 x - \cos x + 6 = 0$; $6(1 - \cos^2 x) - \cos x + 6 = 0$;

$6 \cos^2 x + \cos x - 12 = 0$; $\cos x = a$; $6a^2 + a - 12 = 0$; $a_1 = -\frac{3}{2}, a_2 = \frac{4}{3}$;

$\cos x = -\frac{3}{2}$ или $\cos x = \frac{4}{3}$ — в обоих случаях решений нет.

2) $8 \cos^2 x - 12 \sin x + 7 = 0$; $8(1 - \sin^2 x) - 12 \sin x + 7 = 0$;

$8 \sin^2 x + 12 \sin x - 15 = 0$; $\sin x = a$; $8a^2 + 12a - 15 = 0$;

$a = \frac{-12 - 4\sqrt{39}}{16}, a = \frac{-12 + 4\sqrt{39}}{16}$, т.е. $\sin x = \frac{-3 - \sqrt{39}}{4}$ или $\sin x = \frac{\sqrt{39} - 3}{4}$;

$x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{39} - 3}{4} + \pi k, k \in Z$, а в первом случае решений нет.

662. 1) $\operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x = 0$; $\operatorname{tg} x(\operatorname{tg} x + 3) = 0$;

$\operatorname{tg} x = 0$ или $\operatorname{tg} x = -3$; $x = \pi k$ или $x = -\operatorname{arctg} 3 + \pi k, k \in Z$;

2) $2 \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 3 = 0$; $\operatorname{tg} x = a$; $2a^2 - a - 3 = 0$;

$a_1 = -1, a_2 = \frac{3}{2}$; $\operatorname{tg} x = -1$ или $\operatorname{tg} x = \frac{3}{2}$;

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$ или $x = \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi k, k \in Z$;

3) $\operatorname{tg} x - 12 \operatorname{ctg} x + 1 = 0 \mid \cdot \operatorname{tg} x$; $\operatorname{tg}^2 x - 12 + \operatorname{tg} x = 0$; $\operatorname{tg} x = a$;

$a^2 + a - 12 = 0$; $a_1 = -4, a_2 = 3$; $\operatorname{tg} x = -4$ или $\operatorname{tg} x = 3$;

$x = -\operatorname{arctg} 4 + \pi k$ или $x = \operatorname{arctg} 3 + \pi k, k \in Z$;

4) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2 \mid \cdot \operatorname{tg} x$; $\operatorname{tg}^2 x - 2 \operatorname{tg} x + 1 = 0$; $(\operatorname{tg} x - 1)^2 = 0$; $\operatorname{tg} x = 1$;

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$;

663. 1) $2 \sin 2x = 3 \cos 2x \mid : \cos 2x$; $2 \operatorname{tg} 2x = 3$; $\operatorname{tg} 2x = \frac{3}{2}$;

$2x = \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi k$; $x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \frac{\pi}{2} k, k \in Z$;

2) $4 \sin 3x + 5 \cos 3x = 0 \mid : \cos 3x$; $4 \operatorname{tg} 3x + 5 = 0$; $\operatorname{tg} 3x = -\frac{5}{4}$;

$3x = -\operatorname{arctg} \frac{5}{4} + \pi k$; $x = -\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{5}{4} + \frac{\pi}{3} k, k \in Z$.

664.

$$1) 5\sin x + \cos x = 5; \quad 10\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} = 5\sin^2\frac{x}{2} + 5\cos^2\frac{x}{2};$$

$$6\sin^2\frac{x}{2} + 4\cos^2\frac{x}{2} - 10\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = 0 \quad | : \cos^2\frac{x}{2}; \quad 6\tg^2\frac{x}{2} - 10\tg\frac{x}{2} + 4 = 0;$$

$$\tg\frac{x}{2} = a; \quad 6a^2 - 10a + 4 = 0; \quad 3a^2 - 5a + 2 = 0; \quad a_1 = \frac{2}{3}, a_2 = 1;$$

$$\tg\frac{x}{2} = \frac{2}{3} \quad \text{или} \quad \tg\frac{x}{2} = 1; \quad \frac{x}{2} = \arctg\frac{2}{3} + \pi k \quad \text{или} \quad \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = 2\arctg\frac{2}{3} + 2\pi k \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) 4\sin x + 3\cos x = 6 \quad | :5; \quad \frac{4}{5}\sin x + \frac{3}{5}\cos x = \frac{6}{5};$$

$$\sin(x + \alpha) = \frac{6}{5}, \quad \text{где } \alpha = \arccos\frac{4}{5} \text{ решений нет.}$$

665. 1) $\sin 3x = \sin 5x; \quad \sin 5x - \sin 3x = 0;$

$$2\sin x \cos 4x = 0; \quad \sin x = 0 \quad \text{или} \quad \cos 4x = 0;$$

$$x = \pi k \quad \text{или} \quad 4x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \pi k \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \cos^2 3x - \cos 3x \cos 5x = 0; \quad \cos 3x(\cos 3x - \cos 5x) = 0;$$

$$2\cos 4x \sin x \sin 4x = 0; \quad \cos 3x = 0 \quad \text{или} \quad \sin x = 0 \quad \text{или} \quad \sin 4x = 0;$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \text{или} \quad x = \pi k \quad \text{или} \quad 4x = \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k \quad \text{или} \quad x = \pi k \quad (\text{входит в третью серию корней}) \quad \text{или}$$

$$x = \frac{\pi}{4}k, k \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.} \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{4}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) \cos x = \cos 3x; \quad \cos x - \cos 3x = 0;$$

$$2\sin x \sin 2x = 0; \quad \sin x = 0 \quad \text{или} \quad \sin 2x = 0; \quad x = \pi k \quad \text{или} \quad 2x = \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{\pi}{2}k \quad \text{или} \quad x = \pi k \quad (\text{входит в первую серию корней}), \text{ т.е. } x = \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) \sin x \sin 5x - \sin^2 5x = 0; \quad \sin 5x(\sin x - \sin 5x) = 0;$$

$$-2\sin 5x \sin 2x \sin 3x = 0; \quad \sin 5x = 0 \quad \text{или} \quad \sin 3x = 0 \quad \text{или} \quad \sin 2x = 0;$$

$$5x = \pi k \quad \text{или} \quad 2x = \pi k \quad \text{или} \quad 3x = \pi k, k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{т.е. } x = \frac{\pi}{5}k \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{2}k \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z}.$$

666. 1) $\sin(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}) = \sin(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}; \quad 2) \tg(\arccos\frac{1}{2}) = \tg(\frac{\pi}{3}) = \sqrt{3};$

$$3) \tg(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}) = \tg(\frac{\pi}{4}) = 1.$$

667. 1) $\sin(4\arcsin 1) = \sin(4 \cdot \frac{\pi}{2}) = 0; \quad 2) \sin(3\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}) = \sin(3 \cdot \frac{\pi}{6}) = 0;$

$$3) \cos(6\arcsin 1) = \cos(6 \cdot \frac{\pi}{2}) = -1; \quad 4) \sin(4\arcsin 1) = \sin(4 \cdot \frac{\pi}{2}) = 0.$$

668. 1) $\sin 2x + 2\cos 2x = 1$; $2\sin x \cos x + 2\cos^2 x - 2\sin^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x$;
 $3\sin^2 x - 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0 \mid : \cos 2x$; $3\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x - 1 = 0$;
 $\operatorname{tg} x = a$; $3a^2 - 2a - 1 = 0$; $a_1 = -\frac{1}{3}$, $a_2 = 1$; $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{3}$ или $\operatorname{tg} x = 1$;

$$x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

2) $\cos 2x + 3\sin 2x = 3$; $\cos^2 x - \sin^2 x + 6\sin x \cos x = 3\sin^2 x + 3\cos^2 x$;
 $4\sin^2 x - 6\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0 \mid : 2\cos^2 x$; $2\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x + 1 = 0$;

$\operatorname{tg} x = a$; $2a^2 - 3a + 1 = 0$; $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 = 1$; $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$ или $\operatorname{tg} x = 1$;

$$x = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

669. 1) $3\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0 \mid : \cos^2 x$; $3\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = 0$;

$\operatorname{tg} x = a$; $3a^2 + a - 2 = 0$; $a_1 = -1$, $a_2 = \frac{2}{3}$; $\operatorname{tg} x = -1$ или $\operatorname{tg} x = \frac{2}{3}$;

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

2) $2\sin^2 x + 3\sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0 \mid : \cos^2 x$; $2\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 2 = 0$;

$\operatorname{tg} x = a$; $2a^2 + 3a - 2 = 0$; $a_1 = -2$, $a_2 = \frac{1}{2}$; $\operatorname{tg} x = -2$ или $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$;

$$x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi k \text{ или } x = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

670. 1) $1 + 2\sin x = \sin 2x + 2\cos x$;

$$\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x = 2(\cos x - \sin x)$$
;

$$(\cos x - \sin x)^2 = 2(\cos x - \sin x); (\cos x - \sin x)(\cos x - \sin x - 1) = 0$$
;

$\cos x - \sin x = 0$ или $\cos x - \sin x - 1 = 0$; $\operatorname{tg} x = 1$ или $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$;

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ а во втором случае решений нет.}$$

2) $1 + 3\cos x = \sin 2x + 3\sin x$; $\cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin x \cos x = 3(\sin x - \cos x)$;

$$(\sin x - \cos x)^2 = 3(\sin x - \cos x); (\sin x - \cos x)(\sin x - \cos x - 3) = 0$$
;

$\sin x - \cos x = 0$ или $\sin x - \cos x = 3$; $\operatorname{tg} x = 1$ или $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{\sqrt{2}}$;

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ а во втором случае решений нет.}$$

671. 1) $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = 1 + \cos 2x$;

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = 2\cos^2 x; \cos x = 2\cos^2 x$$
;

$\cos x(1 - 2\cos x) = 0$; $\cos x = 0$ или $\cos x = \frac{1}{2}$;

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin(x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x - \frac{\pi}{4}) = \sin 2x ;$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = 2 \sin x \cos x ;$$

$$\sqrt{2} \sin x = 2 \sin x \cos x ; \quad \sin x(\sqrt{2} - 2 \cos x) = 0 ;$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} ; \quad x = \pi k \text{ или } x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z .$$

$$672. 1) \cos^3 x \sin x - \sin^3 x \cos x = \frac{1}{4} ; \quad \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{4} ;$$

$$\frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{4} ; \quad \frac{1}{4} \sin 4x = \frac{1}{4} ; \quad \sin 4x = 1 ; \quad 4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k ; \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in Z ;$$

$$2) \sin^3 x \cos x + \cos^3 x \sin x = \frac{1}{4} ; \quad \sin x \cos x (\sin^2 x + \cos^2 x) = \frac{1}{4} ;$$

$$\frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{4} ; \quad \sin 2x = \frac{1}{2} ; \quad 2x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k ; \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} k, k \in Z .$$

$$673. 1) \sin^2 x + \sin^2 2x = 1 ; \quad 4 \sin^2 x \cos^2 x = \cos^2 x ; \quad \cos^2 x (1 - 4 \sin^2 x) = 0 ;$$

$$\cos x = 0 \text{ или } \sin x = \pm \frac{1}{2} ; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z ;$$

$$2) \sin^2 x + \cos^2 x = 1 ; \quad \sin^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1 ; \quad \cos x = \pm 1 ; \quad x = \pi k, k \in Z ;$$

$$3) \sin 4x = 6 \cos^2 2x - 4 ; \quad 2 \cos 2x \sin 2x = 2 \cos^2 2x - 4 \sin^2 2x ;$$

$$2 \sin^2 2x + \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x = 0 \quad | : \cos^2 2x ; \quad 2 \operatorname{tg}^2 2x + \operatorname{tg} 2x - 1 = 0 ;$$

$$\operatorname{tg} 2x = a \quad 2a^2 + a - 1 = 0 ; \quad a_1 = -1, \quad a_2 = \frac{1}{2} ; \quad \operatorname{tg} 2x = -1 \text{ или } \operatorname{tg} 2x = \frac{1}{2} ;$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } 2x = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k, k \in Z ;$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k \text{ или } x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} k, k \in Z ;$$

$$4) 2 \cos^2 3x + \sin 5x = 1 ; \quad \cos 6x + \sin 5x = 0 ;$$

$$\cos 6x + \cos(\frac{\pi}{2} - 5x) = 0 ; \quad 2 \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} x) \cos(-\frac{\pi}{4} + \frac{11}{2} x) = 0 ;$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} x) = 0 \text{ или } \cos(-\frac{\pi}{4} + \frac{11}{2} x) = 0 ; \quad \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или}$$

$$(-\frac{\pi}{4} + \frac{11}{2} x) = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ или } x = \frac{3\pi}{22} + \frac{2\pi}{11} k, k \in Z .$$

$$674. 1) \sin^2 x - \cos x \cos 3x = \frac{1}{4} ; \quad \sin^2 x - \frac{1}{2} (\cos 2x + \cos 4x) - \frac{1}{4} = 0 ;$$

$$2 \sin^2 x - 1 - (\cos 2x + 2 \cos^2 2x - 1) - \frac{1}{2} + 1 = 0 ;$$

$$-\cos 2x - \cos 2x - 2 \cos^2 2x + \frac{3}{2} = 0 ; \quad 2 \cos^2 2x + 2 \cos 2x - \frac{3}{2} = 0 ; \quad \cos 2x = a ;$$

$$4a^2 + 4a - 3 = 0 ; \quad a_1 = -\frac{3}{2}, a_2 = \frac{1}{2} ; \quad \cos 2x = -\frac{3}{2} \text{ или } \cos 2x = \frac{1}{2} \text{ в первом}$$

случае решений нет, а во втором $2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k ; \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z ;$

$$2) \sin 3x = 3\sin x; \sin 3x + \sin x = 4\sin x; 2\sin 2x \cos x - 4\sin x = 0; \\ \cos^2 x \sin x - 4\sin x = 0; 4\sin x(\cos^2 x - 1) = 0; -4\sin^3 x = 0; \\ \sin x = 0; x = \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) 3\cos^2 x - 7\sin x = 4; 3 - 6\sin^2 x - 7\sin x = 4; \sin x = a \cdot 6a^2 + 7a + 1 = 0; \\ a_1 = -1, a_2 = -\frac{1}{6}; \sin x = -1 \text{ или } \sin x = -\frac{1}{6}; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ или}$$

$$x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) 1 + \cos x + \cos 2x = 0; \quad 1 + \cos x + 2\cos^2 x - 1 = 0;$$

$$\cos x(1 + 2\cos x) = 0; \quad \cos x = 0 \text{ или } \cos x = -\frac{1}{2};$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$5) 5\sin 2x + 4\cos^3 x - 8\cos x = 0; \quad 2\cos x(5\sin x + 2\cos^2 x - 8) = 0; \\ 2\cos x(5\sin x + 2 - 2\sin^2 x - 8) = 0; \quad -2\cos x(2\sin^2 x - 5\sin x + 6) = 0; \\ \cos x = 0 \text{ или } 2\sin^2 x - 5\sin x + 6 = 0; \quad \sin x = a \\ \cos x = 0 \text{ или } 2a^2 - 5a + 6 = 0;$$

$D < 0$; $\cos x = 0$, а во втором случае решений нет, т.к.

$$D < 0, \text{ т.е. } \cos x = 0; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$675. 1) \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0; \quad 2\sin 2x \cos x + \sin 2x = 0;$$

$$\sin 2x(2\cos x + 1) = 0; \quad \sin 2x = 0 \text{ или } \cos x = -\frac{1}{2};$$

$$x = \frac{\pi}{2} k \text{ или } x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \cos x - \cos 3x = \cos 2x - \cos 4x; \quad -2\sin(-x)\sin 2x = -2\sin(-x)\sin 3x;$$

$$2\sin x(\sin 3x - \sin 2x) = 0; \quad 4\sin x \sin \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} = 0;$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \sin \frac{x}{2} = 0 \text{ или } \cos \frac{5x}{2} = 0; x = \pi k \text{ или } 2x = 2\pi k \text{ (входит в}$$

первую серию корней) или $\frac{5x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}.$

$$676. 1) \sin\left(\arcsin \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}; \quad 2) \sin\left(\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)\right) = -\frac{1}{4};$$

$$3) \sin\left(\pi - \arcsin \frac{3}{4}\right) = \sin\left(\arcsin \frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4} \quad 4) \sin\left(\pi + \arcsin \frac{2}{3}\right) = -\sin\left(\arcsin \frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{3}.$$

$$677. 1) \operatorname{tg}\left(\pi + \operatorname{arctg} \frac{5}{4}\right) = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg} \frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}; \quad 2) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} 2\right) = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg} 2\right) = 2.$$

$$678. 1) \frac{\sin 2x}{\sin x} = 0; \quad \sin 2x = 0; \quad \sin x \neq 0;$$

$$x = \frac{\pi}{2} k, x \neq \pi n, k, n \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.} \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \frac{\sin 3x}{\sin x} = 0; \quad \sin 3x = 0; \quad \sin x \neq 0;$$

$$x = \frac{\pi}{3}k, x \neq \pi n, k, n \in Z, \text{ т.е.} \quad x = \frac{\pi}{3}k, k \in Z, k \neq 3n, n \in Z;$$

$$3) \frac{\cos 2x}{\cos x} = 0; \quad \cos 2x = 0; \quad \cos x \neq 0;$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, k, n \in Z, \text{ т.е.} \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in Z;$$

$$4) \frac{\cos 3x}{\cos x} = 0; \quad \cos 3x = 0; \quad \cos x \neq 0;$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, k, n \in Z, \text{ т.е.} \quad x = \frac{\pi}{6} + \pi k \text{ или } x = \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in Z;$$

$$5) \frac{\sin x}{\sin 5x} = 0; \sin x = 0; \sin 5x \neq 0; x = \pi k, x \neq \frac{\pi}{5}n, k, n \in Z \text{ — нет решений;}$$

$$6) \frac{\cos x}{\cos 7x} = 0; \cos x = 0; \cos 7x \neq 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x \neq \frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{7}n, k, n \in Z \text{ — нет}$$

решений.

679. 1) $\cos x \sin 5x = -1$; возможно, только если $\cos x = 1, \sin 5x = -1$ или $\cos x = -1, \sin 5x = 1$, т.е.

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin 5x = -1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 2\pi k, k \in Z \\ x = -\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}n, n \in Z \end{cases} \text{ — решений нет, или}$$

$$\begin{cases} \cos x = -1 \\ \sin 5x = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \pi + 2\pi k, k \in Z \\ x = -\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}n, n \in Z \end{cases} \text{ — решений нет, т.е. решений нет.}$$

2) $\sin x \cos 3x = -1$ — возможно только при

$$\begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos 3x = -1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z \\ x = -\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}n, n \in Z \end{cases} \text{ — решений нет, или}$$

$$\begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos 3x = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z \\ x = \frac{2\pi}{3}n, n \in Z \end{cases} \text{ — решений нет, т.е. решений нет.}$$

$$\mathbf{680.} 1) 2\cos 3x = 3\sin x + \cos x; \quad 2(\cos 3x + \cos x) = 3(\sin x + \cos x);$$

$$4\cos 2x \cos x = 3(\sin x + \cos x);$$

$$4(\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x)\cos x = 3(\sin x + \cos x);$$

$$(\sin x + \cos x)(3 - 4\cos^2 x + 4\sin x \cos x) = 0;$$

$$(\sin x + \cos x)(3\sin^2 x + 4\sin x \cos x - \cos^2 x) = 0;$$

$$\sin x + \cos x = 0 \text{ или } 3tg^2 x + 4tg x - 1 = 0; \quad tg x = a;$$

$$a + 1 = 0 \text{ или } 3a^2 + 4a - 1 = 0; a_1 = -1 \text{ или } a_2 = \frac{-2 - \sqrt{7}}{3} \text{ или } a_3 = \frac{-2 + \sqrt{7}}{3};$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = -\arctg \frac{2 + \sqrt{7}}{3} + \pi k \text{ или } x = \arctg \frac{\sqrt{7} - 2}{3} + \pi k, k \in Z$$

$$2) \cos 3x - \cos 2x = \sin 3x; \quad 4\cos^2 x - 3\cos x - \cos^2 x + \sin^2 x = 3\sin x - 4\sin^3 x;$$

$$4(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = 3(\cos x + \sin x) + (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x);$$

$$(\sin x + \cos x)(4 - 4\sin x \cos x - 3 - (\cos x - \sin x)) = 0;$$

$$(\sin x + \cos x)\left(4 + 4\frac{(\sin x - \cos x)^2 - 1}{2}\right) - 3 - (\cos x - \sin x) = 0;$$

$$\cos x - \sin x = a \quad \sin x + \cos x = 0 \text{ или } 2a^2 - a - 1 = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = -1 \text{ или } a_1 = -\frac{1}{2} \text{ или } a_2 = 1, \text{ т.е.}$$

$$\operatorname{tg} x = -1 \text{ или } \cos x - \sin x = -\frac{1}{2} \text{ или } \cos x - \sin x = 1;$$

$$\operatorname{tg} x = -1 \text{ или } \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ или } \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin \frac{1}{2\sqrt{2}} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{4} - (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbf{681.} \quad 1) \sin 2x + \cos 2x = 2\operatorname{tg} x + 1; \quad 2\sin x \cos x + 1 - 2\sin^2 x = 2\operatorname{tg} x + 1;$$

$$2\sin x \left(\frac{1}{\cos x} + \sin x - \cos x\right) = 0; \quad 2\sin x \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x - 1\right) = 0;$$

$$2\sin x (\operatorname{tg}^2 x + 1 + \operatorname{tg} x - 1) = 0; \quad 2\sin x \cdot \operatorname{tg} x (\operatorname{tg} x + 1) = 0;$$

$$\frac{2\sin^2 x}{\cos x} (\operatorname{tg} x + 1) = 0; \quad \sin x = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = -1; \quad x = \pi k \text{ или } x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \sin 2x - \cos 2x = \operatorname{tg} x; \quad 2\sin x \cos^2 x - \cos x(1 - 2\sin^2 x) = \sin x;$$

$$2\sin x \cos^2 x + 2\sin^2 x \cos x = \sin x + \cos x; \quad (\sin x + \cos x)(\sin 2x - 1) = 0;$$

$$\sin x + \cos x = 0 \text{ или } \sin 2x = 1; \quad \operatorname{tg} x = -1 \text{ или } \sin 2x = 1;$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.} \quad x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{682.} \quad \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = \frac{3}{2};$$

$$\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = \frac{1}{2}(\cos^2 x + \sin^2 x) + \frac{1}{2}(\cos^2 2x + \sin^2 2x) +$$

$$+ \frac{1}{2}(\cos^2 3x + \sin^2 3x);$$

$$\frac{1}{2}(\cos^2 x - \sin^2 x) + \frac{1}{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) + \frac{1}{2}(\cos^2 3x - \sin^2 3x) = 0;$$

$$\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = 0 \quad 2\cos 4x \cos 2x + \cos 4x = 0;$$

$$\cos 4x(1 + 2\cos 2x) = 0 \quad \cos 4x = 0 \text{ или } \cos 2x = -\frac{1}{2};$$

$$4x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ или } 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} k \text{ или } x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

683.

$$\begin{cases} -4\cos x \cos 2x \geq 0 \\ \sin 2x \geq 0 \\ 7\sin 2x + 4\cos x \cos 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \cos 2x \leq 0 \\ \cos x \sin x \geq 0 \\ 14\sin x \cos x + 4\cos x(1 - 2\sin^2 x) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \cos 2x \leq 0 \\ \cos x \sin x \geq 0 \\ 7 \sin x + 2(1 - 2 \sin^2 x) = 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \cos 2x \leq 0 \\ \cos x \sin x \geq 0 \\ 4 \sin^2 x - 7 \sin x - 2 = 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \cos x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \cos 2x \leq 0 \\ \cos x \sin x \geq 0 \\ (\sin x - 2)(4 \sin x + 1) = 0 \\ \cos x \neq 0 \\ x = \pi n - \frac{\pi}{2}, n \in Z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \cos 2x \leq 0 \\ \cos x \sin x \geq 0 \\ \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \pm \frac{\sqrt{15}}{4} \\ \sin x = 2 - \text{невозможно, т.к. } |\sin x| \leq 1 \end{cases} \\ \cos x \neq 0 \\ x = \pi n - \frac{\pi}{2}, n \in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \cos 2x \leq 0 \\ \cos x \sin x \geq 0 \\ \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{4} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{15}}{4} \end{cases} \\ x = \pi n - \frac{\pi}{2}, n \in Z \end{cases}$$

$$x = \pi n - \frac{\pi}{2} \text{ или } x = -\arcsin \frac{1}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \arcsin \frac{1}{4} + \pi(2n + 1), n \in Z$$

684. $|\cos x| - \cos 3x = \sin 2x$;

$$\begin{cases} \cos x \geq 0 \\ 2 \sin x \sin 2x = \sin 2x \end{cases}; \begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \sin 2x(2 \sin x - 1) = 0 \end{cases}; \begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \sin 2x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{1}{2} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \cos x \geq 0 \\ x = \frac{\pi}{2} k \text{ или } x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} k \text{ или } x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \text{ или} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x < 0 \\ -2 \cos 2x \cos x = 2 \sin x \cos x \end{cases}; \begin{cases} \cos x < 0 \\ 2 \cos x(\sin x + \cos 2x) = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \cos x < 0 \\ 2 \cos x(\sin x + 1 - 2 \sin^2 x) = 0 \end{cases}; \begin{cases} \cos x < 0 \\ 2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \cos x < 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \text{ или } \sin x = 1 \end{cases}; \begin{cases} \cos x < 0 \\ x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k \text{ или } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z \end{cases};$$

т.е. $x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$, обобщая, $x = \frac{\pi}{2} k$ или $x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$.

$$685. 1) \begin{cases} \sin y \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin 2x + \sin 2y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin 2y = 1 \\ \sin 2x = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \cos x - \cos y = \sqrt{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = 1 \\ -2 \sin \frac{x-y}{2} \sin \frac{x+y}{2} = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x-y}{2} = -\sqrt{3}; \quad x-y = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \quad x = y - \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\sin(y - \frac{2\pi}{3}) + \sin y = 1; \quad -\frac{1}{2} \sin y - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos y + \sin y = 1; \quad \frac{1}{2} \sin y - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos y = 1;$$

$$\sin(y - \frac{\pi}{3}) = 1; \quad y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \quad x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k + 2\pi n, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}.$$

$$686. 1) \begin{cases} \frac{\sin x}{\sin y} = \frac{5}{3} \\ \frac{\cos x}{\cos y} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\sin x}{\sin y} = \frac{5}{3} \\ \frac{\sin(x+y)}{\sin 2y} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\sin x}{\sin y} = \frac{5}{3} \\ 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+3y}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Решаем 2-ое уравнение: } \sin \frac{x-y}{2} = 0 \text{ или } \cos \frac{x+3y}{2} = 0;$$

$$x-y = 2\pi k \text{ или } x+3y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

а) $x = y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; подставляя в 1-ое уравнение системы:

$$\frac{\sin(y)}{\sin y} = \frac{5}{3} \text{ — противоречие, значит, решений нет;}$$

б) $x = -3y + 2\pi k + \pi, k \in \mathbb{Z}$; подставляя в 1-ое уравнение:

$$\frac{\sin(\pi - 3y)}{\sin y} = \frac{5}{3}; \quad \frac{\sin 3y}{\sin y} = \frac{5}{3}; \quad \frac{3 \sin y - 4 \sin^3 y}{\sin y} = \frac{5}{3};$$

$$3 - \frac{5}{3} = 4 \sin^2 y; \quad \sin^2 y = \frac{1}{3}; \quad \sin y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$y = \pm \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \quad a \quad x = \pi \pm 3 \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n + 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \begin{cases} \sin x \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x \sin y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin 2x = 1 \\ \cos x \sin y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sin y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \sin y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}, \text{ т.е. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$687. \sin^4 x + \cos^4 x = a; \quad (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = a;$$

$$1 - a = \frac{1}{2} \sin^2 2x; \quad \sin^2 2x = 2 - 2a.$$

Уравнение имеет корни при $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$; $\sin 2x = \pm \sqrt{2 - 2a}$;

$$2x = \pm \arcsin \sqrt{2-2a} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \pm \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{2-2a} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}, \quad \frac{1}{2} \leq a \leq 1.$$

$$688. \sin^{10} x + \cos^{10} x = a; \quad \frac{(1 - \cos 2x)^5}{32} + \frac{(1 + \cos 2x)^5}{32} = a;$$

$$32a = 2 + 20\cos^2 2x + 10\cos^4 2x; \quad 5\cos^4 2x + 10\cos^2 2x + (1 - 16a) = 0.$$

$$\text{Обозначим } \cos^2 2x = b. \text{ Исходное уравнение имеет корни, если } 0 \leq b \leq 1; \\ 5b^4 + 10b + (1 - 16a) = 0; \quad D = 100 - 20(1 - 16a);$$

$$b = \frac{-10 + \sqrt{D}}{10}; \quad b_1 = -1 - \frac{\sqrt{D}}{10}, b_2 = -1 + \frac{\sqrt{D}}{10};$$

$$0 \leq b_1 \leq 1 \text{ или } 0 \leq b_2 \leq 1 \quad 10 \leq \sqrt{D} \leq 20; \quad 100 \leq 100 - 20 + 320a \leq 400;$$

$$20 \leq 320a \leq 320; \quad \frac{1}{16} \leq a \leq 1.$$

Т.е. исходное уравнение имеет корни при $\frac{1}{16} \leq a \leq 1$.

$$689. \sin 2x - 2a\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 1 - 6a^2 = 0;$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{2}) - 2a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4}) + 1 - 6a^2 = 0;$$

$$2\cos^2(x - \frac{\pi}{4}) - 4a \cos(x - \frac{\pi}{4}) - 6a^2 = 0; \quad \cos(x - \frac{\pi}{4}) = b;$$

$$b^2 - 2ab - 3a^2 = 0; \quad D = 4a^2 + 12a^2 = 16a^2; \quad b_{1,2} = \frac{2a \pm |4a|}{2};$$

$$b_1 = -a, a b_2 = 3a; \quad \cos(x - \frac{\pi}{4}) = -a \text{ или } \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 3a.$$

Уравнение имеет решения только при $-1 \leq -a \leq 1$ или $-1 \leq 3a \leq 1$.

В общем, уравнение имеет решение при $-1 \leq a \leq 1$.

$$\text{При } -\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{3} \quad x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos(-a) + 2\pi k \text{ или}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos(3a) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{При } -1 \leq a < \frac{1}{3} \text{ и } \frac{1}{3} < a \leq 1 \quad x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos(-a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.}$$

$$\text{при } -\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{3} \quad x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos(-a) + 2\pi k \text{ или}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos(3a) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, a$$

$$\text{при } -1 \leq a < -\frac{1}{3} \text{ и } \frac{1}{3} < a \leq 1; \quad x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos(-a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$690. 1) 2\cos^2 x + \sin x - 1 < 0; \quad 2 - 2\sin^2 x + \sin x - 1 < 0;$$

$$2\sin^2 x - \sin x - 1 > 0; \quad \sin x = a \quad 2a^2 - a - 1 > 0;$$

$$a < -\frac{1}{2} \text{ или } a > 1; \quad \sin x < -\frac{1}{2} \text{ или } \sin x > 1;$$

$$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k < x < -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, a \text{ второе неравенство решений не имеет.}$$

Глава VII. Тригонометрические функции

691. 1) $y = \sin 2x, x \in \mathbb{R};$ 2) $y = \cos \frac{x}{2}, x \in \mathbb{R};$
 3) $y = \cos \frac{1}{x}, x \neq 0;$ 4) $y = \sin \frac{2}{x}, x \neq 0;$
 5) $y = \sin \sqrt{x}, x \geq 0;$ 6) $y = \cos \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}, \frac{x-1}{x+1} \geq 0, x < -1 \text{ и } x \geq 1.$
692. 1) $y = 1 + \sin x; \quad -1 \leq \sin x \leq 1; \quad 0 \leq 1 + \sin x \leq 2, \text{ т.е. } 0 \leq y \leq 2;$
 2) $y = 1 - \cos x; \quad -1 \leq \cos x \leq 1; \quad 0 \leq 1 - \cos x \leq 2, \text{ т.е. } 0 \leq y \leq 2;$
 3) $y = 2 \sin x + 3; \quad -2 \leq 2 \sin x \leq 2; \quad 1 \leq 2 \sin x + 3 \leq 5, \text{ т.е. } 1 \leq y \leq 5;$
 4) $y = 1 - 4 \cos 2x; \quad -4 \leq 4 \cos 2x \leq 4; \quad -3 \leq 1 - 4 \cos 2x \leq 5, \text{ т.е. } -3 \leq y \leq 5;$
 5) $y = \sin 2x \cos 2x + 2; \quad y = \frac{1}{2} \sin 4x + 2;$
 $-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \sin 4x \leq \frac{1}{2}; \quad \frac{3}{2} \leq \frac{1}{2} \sin 4x + 2 \leq \frac{5}{2}, \text{ т.е. } \frac{3}{2} \leq y \leq \frac{5}{2};$
 6) $y = \frac{1}{2} \sin x \cos x - 1; \quad y = \frac{1}{4} \sin 2x - 1;$
 $-\frac{1}{4} \leq \frac{1}{4} \sin 2x \leq \frac{1}{4}; \quad -\frac{5}{4} \leq \frac{1}{4} \sin 2x - 1 \leq -\frac{3}{4}, \text{ т.е. } -\frac{5}{4} \leq y \leq -\frac{3}{4}.$
693. 1) $y = \frac{1}{\cos x}; \quad \cos x \neq 0; \quad x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$
 2) $y = \frac{2}{\sin x}; \quad \sin x \neq 0; \quad x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z};$
 3) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}; \quad \cos \frac{x}{3} \neq 0; \quad \frac{x}{3} \neq \frac{\pi}{2} + \pi k; \quad x \neq \frac{3\pi}{2} + 3\pi k, k \in \mathbb{Z};$
 4) $y = \operatorname{tg} 5x; \quad \cos 5x \neq 0; \quad 5x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k; \quad x \neq \frac{\pi}{10} + \frac{\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}.$
694. 1) $y = \sqrt{\sin x + 1}; \quad \sin x + 1 \geq 0; \quad \sin x \geq -1, x \in \mathbb{R};$
 2) $y = \sqrt{\cos x - 1}; \quad \cos x - 1 \geq 0; \quad \cos x \geq 1 \quad x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$
 3) $y = \lg \sin x; \quad \sin x > 0; \quad 2\pi k < x < \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$
 4) $y = \sqrt{2 \cos x - 1}; \quad 2 \cos x - 1 \geq 0$
 $\cos x \geq \frac{1}{2}; \quad -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$
 5) $y = \sqrt{1 - 2 \sin x}; \quad 1 - 2 \sin x \geq 0;$
 $\sin x \leq \frac{1}{2}; \quad -\frac{7\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$
 6) $y = \ln \cos x \quad \cos x > 0; \quad -\frac{\pi}{2} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$
695. 1) $y = \frac{1}{2 \sin^2 x - \sin x}; \quad \sin x(2 \sin x - 1) \neq 0;$

$$\sin x \neq 0 \text{ и } \sin x \neq \frac{1}{2}; \quad x \neq \pi k \text{ и } x \neq (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) y = \frac{2}{\cos^2 x - \sin^2 x}; \quad y = \frac{2}{\cos 2x};$$

$$\cos 2x \neq 0; \quad 2x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k; \quad x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) y = \frac{1}{\sin x - \sin 3x}; \quad y = \frac{1}{2 \sin x \cos 2x};$$

$$\sin x \neq 0 \text{ и } \cos 2x \neq 0; \quad x \neq \pi k \text{ и } x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) y = \frac{1}{\cos^3 x + \cos x}; \quad y = \frac{1}{\cos x(1 + \cos^2 x)}; \quad \cos x \neq 0; \quad x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$696. 1) y = 2\sin^2 x - \cos 2x; \quad y = 2\sin^2 x - (1 - 2\sin^2 x) = 4\sin^2 x - 1, \text{ т.е. } -1 \leq y \leq 3;$$

$$2) y = 1 - 8\cos^2 x \sin^2 x; \quad y = 1 - 2\sin^2 2x, \text{ т.е. } -1 \leq y \leq 1;$$

$$3) y = \frac{1 + 8\cos^2 x}{4}; \quad y = \frac{1}{4} + 2\cos^2 x, \text{ т.е. } \frac{1}{4} \leq y \leq \frac{9}{4};$$

$$4) y = 10 - 9\sin^2 3x; \quad 1 \leq y \leq 10;$$

$$5) y = 1 - 2|\cos x|; \quad -1 \leq y \leq 1;$$

$$6) y = \sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right);$$

$$y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right); \quad y = \sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right), \text{ т.е. } -\sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{3}.$$

$$697. y = 3\cos 2x - 4\sin 2x = 5\left(\frac{3}{5}\cos 2x - \frac{4}{5}\sin 2x\right) = 5\sin(\varphi - 2x), \text{ где}$$

$$\varphi = \arcsin \frac{3}{5}, \text{ т.е. } y_{\text{наим}} = -5, \text{ а } y_{\text{наиб}} = 5.$$

$$698. y = \sqrt{26}\left(\frac{1}{\sqrt{26}}\sin x - \frac{5}{\sqrt{26}}\cos x\right) = \sqrt{26}\sin(x - \varphi), \text{ где } \varphi = \arcsin \frac{5}{\sqrt{26}},$$

$$\text{т.е. } -\sqrt{26} \leq y \leq \sqrt{26}.$$

$$699. y = 10\cos^2 x - 6\sin x \cos x + 2\sin^2 x; \quad y = 4(2\cos^2 x - 1) - 3\sin 2x + 6;$$

$$y = 4\cos 2x - 3\sin 2x + 6;$$

$$y = 5\sin(\varphi - 2x) + 6, \text{ где } \varphi = \arcsin \frac{4}{5} \text{ т.е. } 1 \leq y \leq 11.$$

$$700. 1) y = \cos 3x; \quad y(-x) = \cos(-3x) = \cos 3x = y(x) \text{ — четная;}$$

$$2) y = 2\sin 4x; \quad y(-x) = 2\sin(-4x) = -2\sin 4x = -y(x) \text{ — нечетная;}$$

$$3) y = \frac{x}{2}\text{tg}^2 x; \quad y(-x) = -\frac{x}{2}\text{tg}^2(-x) = -\frac{x}{2}\text{tg}^2 x = -y(x) \text{ — нечетная;}$$

$$4) y = x \cos \frac{x}{2}; \quad y(-x) = -x \cos\left(-\frac{x}{2}\right) = -x \cos \frac{x}{2} = -y(x) \text{ — нечетная;}$$

$$5) y = x \sin x; \quad y(-x) = -x \sin(-x) = x \sin x = y(x) \text{ — четная;}$$

$$6) y = 2\sin^2 x; \quad y(-x) = 2\sin^2(-x) = 2\sin^2 x = y(x) \text{ — четная.}$$

$$701. 1) y = \sin x + x; \quad y(-x) = \sin(-x) - x = -(\sin x + x) = -y(x) \text{ — нечетная;}$$

$$2) y = \cos(x - \frac{\pi}{2}) - x^2; \quad y = \sin x - x^2;$$

$$y(-x) = -\sin x - x^2 \text{ — не является четной или нечетной};$$

$$3) y = 3 - \cos(\frac{\pi}{2} + x)\sin(\pi - x); \quad y = 3 + \sin^2 x; \quad y(-x) = 3 + \sin^2 x = y(x) \text{ —}$$

четная;

$$4) y = \frac{1}{2} \cos 2x \sin(\frac{3}{2}\pi - 2x) + 3;$$

$$y = -\frac{1}{2} \cos 3x + 3; \quad y(-x) = -\frac{1}{2} \cos^2 2x + 3 = y(x) \text{ — четная};$$

$$5) y = \frac{\sin x}{x} + \sin x \cos x; \quad y(-x) = \frac{\sin x}{x} - \sin x \cos x \text{ — не является чет-$$

ной или нечетной};

$$6) y = x^2 + \frac{1 + \cos x}{2}; \quad y(-x) = x^2 + \frac{1 + \cos x}{2} = y(x) \text{ — четная.}$$

$$702. 1) y = \cos x - 1; \quad y(x + 2\pi) = \cos(x + 2\pi) - 1 = \cos x - 1 = y(x);$$

$$2) y = \sin x + 1; \quad y(x + 2\pi) = \sin(x + 2\pi) + 1 = \sin x + 1 = y(x);$$

$$3) y = 3\sin x; \quad y(x + 2\pi) = 3\sin(x + 2\pi) = 3\sin x = y(x);$$

$$4) y = \frac{\cos x}{2}; \quad y(x + 2\pi) = \frac{\cos(x + 2\pi)}{2} = \frac{\cos x}{2} = y(x);$$

$$5) y = \sin(x - \frac{\pi}{4}); \quad y(x + 2\pi) = \sin(x - \frac{\pi}{4} + 2\pi) = \sin(x - \frac{\pi}{4}) = y(x);$$

$$6) y = \cos(x + \frac{2\pi}{3}); \quad y(x + 2\pi) = \sin(x + \frac{2\pi}{3} + 2\pi) = \cos(x + \frac{2\pi}{3}) = y(x).$$

$$703. 1) y = \sin 2x, \quad T = \pi; \quad y(x + T) = \sin(2(x + \pi)) = \sin(2x + 2\pi) = \sin 2x = y(x);$$

$$2) y = \cos \frac{x}{2}, \quad T = 4\pi; \quad y(x + T) = \cos \frac{x + 4\pi}{2} = \cos(\frac{x}{2} + 2\pi) = \cos \frac{x}{2} = y(x);$$

$$3) y = \operatorname{tg} 2x, \quad T = \frac{\pi}{2}; \quad y(x + T) = \operatorname{tg}(2(x + \frac{\pi}{2})) = \operatorname{tg}(2x + \pi) = \operatorname{tg} 2x = y(x);$$

$$4) y = \sin \frac{4x}{5}, \quad T = \frac{5}{2}\pi; \quad y(x + T) = \sin(\frac{4}{5}(x + \frac{5}{2}\pi)) = \sin(\frac{4x}{5} + 2\pi) = \sin \frac{4x}{5} = y(x).$$

$$704. 1) y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}; \quad y(-x) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = y(x) \text{ — четная};$$

$$2) y = \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{1 + \cos 2x}; \quad y(-x) = \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{1 + \cos 2x} = y(x) \text{ — четная};$$

$$3) y = \frac{\cos 2x - x^2}{\cos x}; \quad y(-x) = \frac{\cos 2x - x^2}{-\sin x} = -y(x) \text{ — нечетная};$$

$$4) y = \frac{x^3 + \sin 2x}{\cos x}; \quad y(-x) = \frac{-x^3 - \sin 2x}{\cos x} = -y(x) \text{ — нечетная};$$

$$5) y = 3^{\cos x}; \quad y(-x) = 3^{\cos x} = y(x) \text{ — четная};$$

$$6) y = x|\sin x|\sin^3 x; \quad y(-x) = -x|\sin x| \cdot (-\sin^3 x) = y(x) \text{ — четная.}$$

$$705. 1) y = \cos \frac{2}{5}x. \text{ Т.к. наименьший период функции } \cos t \text{ равен } 2\pi, \text{ и}$$

$y(x + T) = y(x)$, то $\cos(\frac{2}{5}(x + T)) = \cos(\frac{2}{5}x + 2\pi)$, т.е. $T = 5\pi$.

2) $y = \sin \frac{3}{2}x$. Т.к. наименьший период функции $\sin t$ равен 2π , и

$y(x + T) = y(x)$, то $\sin(\frac{3}{2}(x + T)) = \sin(\frac{3}{2}x + 2\pi)$, $T = \frac{4\pi}{3}$.

3) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$. Т.к. наименьший период функции $\operatorname{tg} t$ равен π , и

$y(x + T) = y(x)$, то $\operatorname{tg} \frac{x+T}{2} = \operatorname{tg}(\frac{x}{2} + \pi)$, т.е. $T = 2\pi$.

4) $y = |\sin x|$. Т.к. $y(x + \pi) = |\sin(x + \pi)| = |-\sin x| = |\sin x| = y(x)$, то $T = \pi$ — наименьший период функции $y = |\sin x|$.

706. 1) $y = \sin x + \cos x$.

Наименьший положительный период функции $\sin x$ равен 2π , и наименьший положительный период функции $\cos x$ равен 2π , значит, значения функции будут повторены через 2π единиц.

2) $y = \sin x + \operatorname{tg} x$.

Наименьший положительный период функции $\sin x$ равен 2π , а наименьший положительный период функции $\operatorname{tg} x$ равен π , то значения функции будут повторены через 2π единиц.

707. 1) $f(x) + f(-x)$ — четная функция.

Пусть $F_1(x) = f(x) + f(-x)$; $F_1(-x) = f(-x) + f(x) = F_1(x)$, ч.т.д.

2) $f(x) - f(-x)$ — нечетная функция.

Пусть $F_2(x) = f(x) - f(-x)$; $F_2(-x) = f(-x) - f(x) = -F_2(x)$, ч.т.д.

Используя эти функции, представить $f(x)$ в виде суммы четной и нечетной функции.

Т.к. $F_1(x) + F_2(x) = f(x) + f(-x) - f(x) - f(-x) = 2f(x)$, то $f(x) = \frac{F_1(x) + F_2(x)}{2}$.

708. 1) значения, равные 0, 1, -1;

0 при $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$; 1 при 0, 2π ; -1 при $\pi, 3\pi$;

2) положительные значения при $x \in (0; \frac{\pi}{2})$, $x \in (\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2})$;

3) отрицательные значения при $x \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$, $x \in (\frac{5\pi}{2}; 3\pi)$.

709. 1) $[3\pi; 4\pi]$ — возрастает; 2) $[-2\pi; -\pi]$ — убывает;

3) $[2\pi; \frac{5\pi}{2}]$ — убывает; 4) $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ — возрастает;

5) $[1; 3]$ — убывает; 6) $[-2; -1]$ — возрастает.

710. 1) $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$; $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ — убывает, $[\pi; \frac{3\pi}{2}]$ — возрастает;

2) $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$; $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ — возрастает, $[0; \frac{\pi}{2}]$ — убывает;

3) $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$; $[0; \pi]$ — убывает, $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ — возрастает;

4) $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$; $[-\pi; 0]$ — возрастает, $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ — убывает.

711. 1) $\cos \frac{\pi}{7}$ и $\cos \frac{8\pi}{9}$. Т.к. функция $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$ и $\frac{\pi}{7} < \frac{8\pi}{9}$,

то $\cos \frac{\pi}{7} > \cos \frac{8\pi}{9}$.

2) $\cos \frac{8\pi}{7}$ и $\cos \frac{10\pi}{7}$. Т.к. $\cos x$ возрастает на $[\pi; 2\pi]$ и $\frac{8\pi}{7} < \frac{10\pi}{7}$, то

$\cos \frac{8\pi}{7} < \cos \frac{10\pi}{7}$.

3) $\cos\left(-\frac{6\pi}{7}\right)$ и $\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)$. Т.к. $\cos x$ возрастает на $[-\pi; 0]$ и $-\frac{6\pi}{7} < -\frac{\pi}{8}$,

то $\cos\left(-\frac{6\pi}{7}\right) < \cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)$.

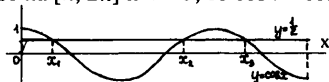
4) $\cos\left(-\frac{8\pi}{7}\right)$ и $\cos\left(-\frac{9\pi}{7}\right)$. Т.к. $\cos x$ убывает на $[-2\pi; -\pi]$ и $-\frac{8\pi}{7} > -\frac{9\pi}{7}$,

то $\cos\left(-\frac{8\pi}{7}\right) < \cos\left(-\frac{9\pi}{7}\right)$.

5) $\cos 1$ и $\cos 3$. Т.к. $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$, а $1 < 3$, то $\cos 1 > \cos 3$.

6) $\cos 4$ и $\cos 5$. Т.к. $\cos x$ возрастает на $[\pi; 2\pi]$ и $4 < 5$, то $\cos 4 < \cos 5$.

712. 1) $\cos x = \frac{1}{2}$.



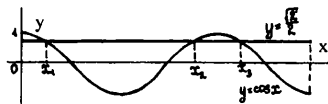
Построим графики функций

$y = \cos x$ и $y = \frac{1}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$. Эти графики пересекаются в трех

точках, абсциссы которых x_1 , x_2 и x_3 , являются корнями уравнения

$$\cos x = \frac{1}{2}; x_1 = \frac{\pi}{3}, x_2 = \frac{5\pi}{3}, x_3 = \frac{7\pi}{3}.$$

2) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



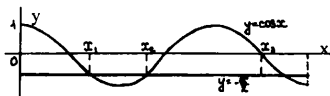
Построим графики функций $y = \cos x$ и

$y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$. Эти графики пересекаются в трех точках, абс-

циссы которых x_1 , x_2 и x_3 являются корнями уравнения $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$$x_1 = \frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{7\pi}{4}, x_3 = \frac{9\pi}{4}.$$

3) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.



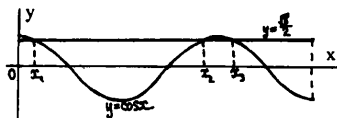
Построим графики функций $y = \cos x$

и $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$. Эти графики пересекаются в трех точках, абсциссы которых x_1, x_2 и x_3 являются решением уравнения $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$$x_1 = \frac{3\pi}{4}, x_2 = \frac{5\pi}{4}, x_3 = \frac{11\pi}{4}.$$

$$4) \cos x = -\frac{1}{2}.$$

Построим графики функций $y = \cos x$



и $y = -\frac{1}{2}$. Эти графики пересекаются в трех точках, абсциссы которых x_1, x_2 и x_3 являются корнями уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$; $x_1 = \frac{2\pi}{3}, x_2 = \frac{4\pi}{3}, x_3 = \frac{8\pi}{3}$.

$$713. 1) \cos x \geq \frac{1}{2}.$$

График функции $y = \cos x$ лежит не ниже графика функции $y = \frac{1}{2}$ при $x \in [0; x_1], x \in [x_2; x_3]$. Значит, решение неравенства $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ и $\left[\frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right]$.

$$2) \cos x \geq -\frac{1}{2}.$$

График функции $y = \cos x$ лежит не ниже графика функции $y = -\frac{1}{2}$ при $x \in [0; x_1], x \in [x_2; x_3]$. Значит, решение неравенства — $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ и $\left[\frac{4\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}\right]$.

$$3) \cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

График функции $y = \cos x$ лежит ниже графика функции $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ при $x \in [x_1; x_2], x \in [x_2; x_3]$. Значит, решение неравенства — $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right)$ и $\left(\frac{11\pi}{4}; 3\pi\right)$.

$$4) \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

График функции $y = \cos x$ лежит ниже графика функции $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ при $x \in [x_1; x_2], x \in [x_3; 3\pi]$. Значит, решение неравенства — $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right)$ и $\left(\frac{13\pi}{6}; 3\pi\right)$.

714.

$$1) \cos \frac{\pi}{5} \text{ и } \sin \frac{\pi}{5};$$

$$\sin \frac{\pi}{5} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = \cos \frac{3\pi}{10}.$$

Т.к. $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$, и $\frac{\pi}{5} < \frac{3\pi}{10}$, то $\cos \frac{\pi}{5} > \cos \frac{3\pi}{10}$, т.е. $\cos \frac{\pi}{5} > \sin \frac{\pi}{5}$.

2) $\sin \frac{\pi}{7}$ и $\cos \frac{\pi}{7}$; $\sin \frac{\pi}{7} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} \right) = \cos \frac{5\pi}{14}$.

Т.к. $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$, и $\frac{\pi}{7} < \frac{5\pi}{14}$, то $\cos \frac{\pi}{7} > \cos \frac{5\pi}{14}$, т.е. $\cos \frac{\pi}{7} > \sin \frac{\pi}{7}$.

3) $\cos \frac{3\pi}{8}$ и $\sin \frac{3\pi}{8}$; $\sin \frac{3\pi}{8} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8} \right) = \cos \frac{\pi}{8}$.

Т.к. $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$, и $\frac{3\pi}{8} > \frac{\pi}{8}$, то $\cos \frac{3\pi}{8} < \cos \frac{\pi}{8}$, т.е. $\cos \frac{3\pi}{8} < \sin \frac{3\pi}{8}$.

4) $\sin \frac{3\pi}{5}$ и $\cos \frac{\pi}{5}$; $\sin \frac{3\pi}{5} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{10} \right) = \cos \frac{\pi}{10}$.

Т.к. $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$, и $\frac{\pi}{5} > \frac{\pi}{10}$, то $\cos \frac{\pi}{5} < \cos \frac{\pi}{10}$, т.е. $\cos \frac{\pi}{5} < \sin \frac{3\pi}{5}$.

5) $\cos \frac{\pi}{6}$ и $\sin \frac{5\pi}{14}$; $\sin \frac{5\pi}{14} = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} \right) = \cos \frac{\pi}{7}$.

Т.к. $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$, и $\frac{\pi}{6} > \frac{\pi}{7}$, то $\cos \frac{\pi}{6} < \cos \frac{\pi}{7}$, т.е. $\cos \frac{\pi}{6} < \sin \frac{5\pi}{14}$.

6) $\cos \frac{\pi}{8}$ и $\sin \frac{3\pi}{10}$; $\sin \frac{3\pi}{10} = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5} \right) = \cos \frac{\pi}{5}$.

Т.к. $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$, и $\frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{5}$, то $\cos \frac{\pi}{8} > \cos \frac{\pi}{5}$, т.е. $\cos \frac{\pi}{8} > \sin \frac{3\pi}{10}$.

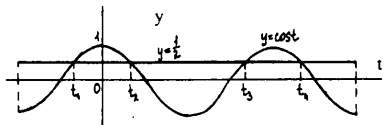
715. 1) $\cos 2x = \frac{1}{2}$. Обозначим $2x = t$, т.к. $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, то $-\pi \leq 2x = t \leq 3\pi$.

Построим графики функции $y = \cos t$ и $y = \frac{1}{2}$ на отрезке $[-\pi; 3\pi]$. Эти графики пересекаются в четырех точках, абсциссы которых t_1, t_2, t_3, t_4 являются решением уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$.

$t_1 = -\frac{\pi}{3}, t_2 = \frac{\pi}{3}, t_3 = \frac{5\pi}{3}, t_4 = \frac{7\pi}{3}$, т.е. $x_1 = -\frac{\pi}{6}, x_2 = \frac{\pi}{6}, x_3 = \frac{5\pi}{6}, x_4 = \frac{7\pi}{6}$.

2) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Обозначим $3x = t$, т.к.

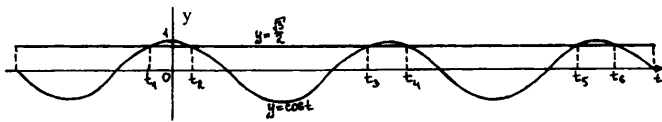


$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, то $-\frac{3\pi}{2} \leq 2x \leq \frac{9\pi}{2}$.

Построим графики функций $y = \cos t$ и $y = \frac{1}{2}$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{9\pi}{2} \right]$. Эти графики пересекаются в шести точках $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$, абсциссы которых являются решением уравнения $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$t_1 = -\frac{\pi}{6}, t_2 = \frac{\pi}{6}, t_3 = \frac{11\pi}{6}, t_4 = \frac{13\pi}{6}, t_5 = \frac{23\pi}{6}, t_6 = \frac{25\pi}{6}, \text{ т.е.}$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{18}, x_2 = \frac{\pi}{18}, x_3 = \frac{11\pi}{18}, x_4 = \frac{13\pi}{18}, x_5 = \frac{23\pi}{18}, x_6 = \frac{25\pi}{18}.$$



716. 1) $\cos 2x < \frac{1}{2}$. Обозначим $2x = t$, тогда $-\pi \leq t \leq 3\pi$.

График функции $y = \cos t$ лежит ниже графика функции $y = \frac{1}{2}$ при

$$t \in [-\pi; t_1) \cup (t_2; t_3) \cup (t_4; 3\pi], \text{ т.е. } t \in \left[-\pi; -\frac{\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{7\pi}{3}; 3\pi\right],$$

$$\text{а } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{7\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}\right].$$

2) $\cos 3x > \frac{\sqrt{3}}{2}$. Обозначим $3x = t$; $-\frac{3\pi}{2} \leq t \leq \frac{9\pi}{2}$.

График функции $y = \cos t$ лежит выше графика функции $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ при

$$t \in (t_1; t_2) \cup (t_3; t_4) \cup (t_5; t_6), \text{ т.е. } t \in \left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{23\pi}{6}; \frac{25\pi}{6}\right), \text{ а}$$

$$x \in \left(-\frac{\pi}{18}; \frac{\pi}{18}\right) \cup \left(\frac{11\pi}{18}; \frac{13\pi}{18}\right) \cup \left(\frac{23\pi}{18}; \frac{25\pi}{18}\right).$$

717. 1) $y = 1 + \cos x$.

а) Область определения $x \in \mathbb{R}$;

б) Множество значений

$$0 \leq y \leq 2;$$

в) Функция периодическая с периодом 2π ;

г) Функция четная;

д) принимает наименьшее значение, равное 0, при $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

принимает наибольшее значение, равное 2, при $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; функция неотрицательная;

е) возрастает при $x \in [\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k], k \in \mathbb{Z}$;

убывает при $x \in [2\pi k; \pi + 2\pi k], k \in \mathbb{Z}$.

2) $y = \cos 2x$.

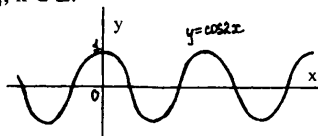
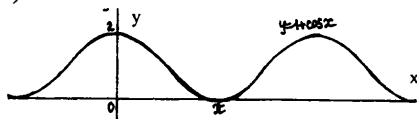
а) Область определения $x \in \mathbb{R}$.

б) множество значений $-1 \leq y \leq 1$.

в) периодическая с периодом π .

г) четная.

д) принимает наименьшее значение, равное -1 , при $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;



принимает наибольшее значение, равное 1, при $x = \pi k$, $k \in Z$ принимает положительные значения при $x \in (-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k)$, $k \in Z$ принимает отрицательные значения при $x \in (\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{3\pi}{4} + \pi k)$, $k \in Z$;

е) возрастает при $x \in [\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k]$, $k \in Z$; убывает при $x \in [\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k]$, $k \in Z$.

3) $y = 3 \cos x$.

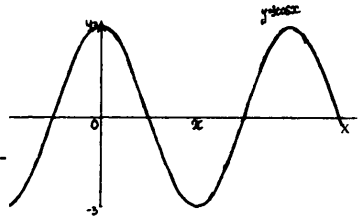
а) Область определения $x \in R$;

б) множество значений $-3 \leq y \leq 3$;

в) периодическая с периодом 2π ;

г) четная;

д) принимает наименьшее значение, равное -3 , при $x = \pi + 2\pi k$, $k \in Z$



принимает наибольшее значение, равное 3, при $x = 2\pi k$, $k \in Z$ принимает положительные значения при $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k)$, $k \in Z$ принимает отрицательные значения при $x \in (\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k)$, $k \in Z$;

е) возрастает при $x \in [\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k]$, $k \in Z$ убывает при $x \in [2\pi k; \pi + 2\pi k]$, $k \in Z$.

718. 1) $[\frac{\pi}{3}; \pi]$. Т.к. $\cos x$ убывает на $[0; \pi]$, то $\cos \pi \leq \cos x \leq \cos \frac{\pi}{3}$ для

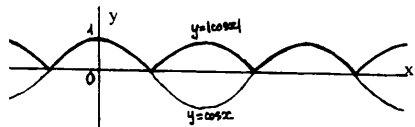
всех $x \in [\frac{\pi}{3}; \pi]$, т.е. $-1 \leq y \leq \frac{1}{2}$.

2) $(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4})$. Т.к. $\cos x$ возрастает на $[\pi; 2\pi]$, то $\cos \frac{5\pi}{4} < \cos x < \cos \frac{7\pi}{4}$

для всех $x \in (\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4})$, т.е. $-\frac{\sqrt{2}}{2} < y < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

719. 1) $y = |\cos x|$.

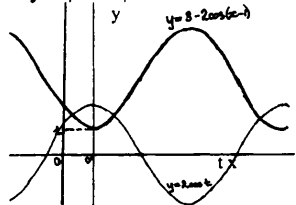
Т.к. при $\cos x \geq 0$; $y = \cos x$, а при $\cos x < 0$; $y = -\cos x$, то отразим части графика функции



$y = \cos x$, расположенные ниже оси абсцисс в верхнюю часть плоскости. Полученная кривая и будет графиком функции $y = |\cos x|$.

2) $y = 3 - 2\cos(x - 1)$.

Построим график функции $y = 2\cos t$, в системе координат $O'ty'$. Графиком функции $y = 2\cos(x - 1)$ является эта же кривая в системе координат Oxy , где $x - 1 = t$, а $y' = y$ (т.е. $0 = O' - 1$). Затем зеркально отобразим полученный гра-



фик относительно оси Ox , получим график функции $y = -2\cos(x - 1)$. Подняв его на 3 единицы вверх, получим исходный график $y = 3 - 2\cos(x - 1)$.

720. 1) Значение, равное 0, 1, -1; 0 при 0, π , 2π , 3π ;

1 при $\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$; -1 при $\frac{3\pi}{2}$;

2) положительные значения: (0; π), (2π ; 3π);

3) отрицательные значения: (π ; 2π).

721. 1) $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ — возрастает; 2) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ — убывает;

3) $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ — убывает; 4) $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ — убывает;

5) [2; 4] — убывает; 6) [6; 7] — возрастает.

722. 1) $[0; \pi]$; $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ — возрастает, $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ — убывает;

2) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$; $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ — убывает, $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ — возрастает;

3) $[-\pi; 0]$; $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ — убывает, $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ — возрастает;

4) $[-2\pi; -\pi]$; $\left[-2\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ — возрастает, $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$ — убывает.

723. 1) $\sin \frac{7\pi}{10}$ и $\sin \frac{13\pi}{10}$.

Т.к. $\sin x$ убывает на $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ и $\frac{7\pi}{10} < \frac{13\pi}{10}$, то $\sin \frac{7\pi}{10} > \sin \frac{13\pi}{10}$.

2) $\sin \frac{13\pi}{7}$ и $\sin \frac{11\pi}{7}$.

Т.к. $\sin x$ возрастает на $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ и $\frac{13\pi}{7} > \frac{11\pi}{7}$, то $\sin \frac{13\pi}{7} > \sin \frac{11\pi}{7}$.

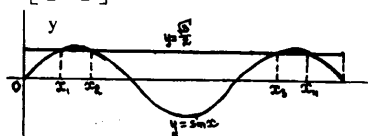
3) $\sin\left(-\frac{8\pi}{7}\right)$ и $\sin\left(-\frac{9\pi}{8}\right)$.

Т.к. $\sin x$ убывает на $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ и $-\frac{8\pi}{7} < -\frac{9\pi}{8}$, то $\sin\left(-\frac{8\pi}{7}\right) > \sin\left(-\frac{9\pi}{8}\right)$.

4) $\sin 7$ и $\sin 6$. Т.к. $\sin x$ возрастает на $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ и $7 > 6$, то $\sin 7 > \sin 6$.

724. 1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Построим графики функций $y = \sin x$



и $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$. Эти графики пересекаются в четырех точках,

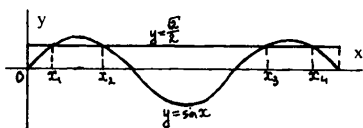
абсциссы которых x_1, x_2, x_3, x_4 являются корнями уравнения $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$x_1 = \frac{\pi}{3}, x_2 = \frac{2\pi}{3}, x_3 = \frac{7\pi}{3}, x_4 = \frac{8\pi}{3}.$$

$$2) \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Построим графики функций $y = \sin x$

и $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$. Эти графики пересекаются в четырех точках,



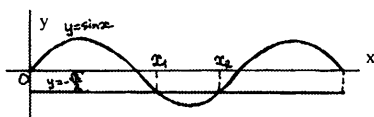
абсциссы которых x_1, x_2, x_3, x_4 являются корнями уравнения $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$$x_1 = \frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{3\pi}{4}, x_3 = \frac{9\pi}{4}, x_4 = \frac{11\pi}{4}.$$

$$3) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Построим графики функций $y = \sin x$

и $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$. Эти графики пересекаются в двух точках, абс-



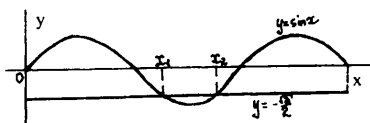
циссы которых x_1 и x_2 являются корнями уравнения $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$$x_1 = \frac{5\pi}{4}, x_2 = \frac{7\pi}{4}.$$

$$4) \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Построим графики функций $y = \sin x$

и $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$. Эти графики пересекаются в двух точках, абсцис-



сы которых x_1, x_2 являются корнями уравнения $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x_1 = \frac{4\pi}{3}, x_2 = \frac{5\pi}{3}$.

$$725. \sin x > \frac{1}{2}.$$

График функции $y = \sin x$ лежит выше графика функции $y = \frac{1}{2}$ при

$$x \in (x_1; x_2) \cup (x_3; x_4), \text{ т.е. } x \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{13\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}\right).$$

$$1) \sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

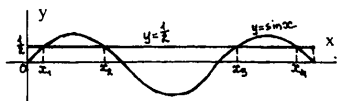


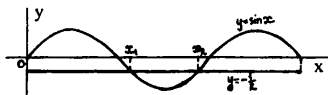
График функции $y = \sin x$ лежит не выше графика функции $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

при $x \in [0; x_1] \cup [x_2; x_3] \cup [x_4; 3\pi]$, т.е. $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{4}; 3\pi\right]$.

$$2) \sin x \geq -\frac{1}{2}.$$

График функции $y = \sin x$ лежит

не ниже графика функции $y = -\frac{1}{2}$



при $x \in [0; x_1] \cup [x_2; 3\pi]$, т.е. $x \in \left[0; \frac{7\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{6}; 3\pi\right]$.

$$3) \sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

График функции $y = \sin x$ лежит ниже графика функции $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ при

$x \in (x_1; x_2)$, т.е. $x \in \left(\frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right)$.

$$726. 1) \sin \frac{\pi}{9} \text{ и } \cos \frac{\pi}{9}; \quad \cos \frac{\pi}{9} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{18}\right) = \sin \frac{7\pi}{18};$$

Т.к. $\sin x$ возрастает на $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ и $\frac{\pi}{9} < \frac{7\pi}{18}$, то $\sin \frac{\pi}{9} < \sin \frac{7\pi}{18}$, т.е. $\sin \frac{\pi}{9} < \cos \frac{\pi}{9}$;

$$2) \sin \frac{9\pi}{8} \text{ и } \cos \frac{9\pi}{8}; \quad \cos \frac{9\pi}{8} = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{11\pi}{8}\right) = \sin \frac{11\pi}{8};$$

Т.к. $\sin x$ убывает на $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ и $\frac{9\pi}{8} < \frac{11\pi}{8}$, то $\sin \frac{9\pi}{8} > \sin \frac{11\pi}{8}$, т.е. $\sin \frac{9\pi}{8} > \cos \frac{9\pi}{8}$;

$$3) \sin \frac{\pi}{5} \text{ и } \cos \frac{5\pi}{14}; \quad \cos \frac{5\pi}{14} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \sin \frac{\pi}{7};$$

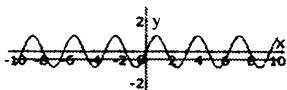
Т.к. $\sin x$ возрастает на $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ и $\frac{\pi}{5} > \frac{\pi}{7}$, то $\sin \frac{\pi}{5} > \sin \frac{\pi}{7}$, т.е. $\sin \frac{\pi}{5} > \cos \frac{5\pi}{14}$

$$4) \sin \frac{\pi}{8} \text{ и } \cos \frac{3\pi}{10}; \quad \cos \frac{3\pi}{10} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = \sin \frac{\pi}{5};$$

Т.к. $\sin x$ возрастает на $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ и $\frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{5}$, то $\sin \frac{\pi}{8} < \sin \frac{\pi}{5}$, т.е. $\sin \frac{\pi}{8} < \cos \frac{3\pi}{10}$.

$$727. 1) \sin 2x = -\frac{1}{2}.$$

Построим графики функций $y = \sin 2x$ и



$y = -\frac{1}{2}$ на данном отрезке. Эти графики пересекаются в шести точках, абсциссы которых являются корнями уравнения $\sin 2x = -\frac{1}{2}$. На отрезке

$[0; \pi]$ имеем два решения: $x_1 = \frac{7\pi}{12}$; $x_2 = \frac{11\pi}{12}$.

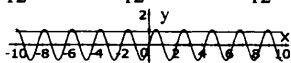
$$\begin{aligned}
 &2) 2\sin^2 x - 5\cos x + 1 > 0; \quad 2 - 2\cos^2 x - 5\cos x + 1 > 0; \\
 &2\cos^2 x + 5\cos x - 3 < 0; \quad \cos x = a \quad 2a^2 + 5a - 3 < 0; \\
 &-3 < a < \frac{1}{2}; \quad -3 < \cos x < \frac{1}{2}; \quad \frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$

Период функции $y = \sin 2x$ равен π , поэтому так же будет решением $x = \frac{7\pi}{12} + \pi n$ и $x = \frac{11\pi}{12} + \pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$.

Согласно графику имеем следующие решения:

$$x = -\frac{17\pi}{12}; \quad -\frac{13\pi}{12}; \quad -\frac{5\pi}{12}; \quad -\frac{\pi}{12}; \quad \frac{7\pi}{12}; \quad \frac{11\pi}{12}.$$

$$2) \sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Постройте графики функций $y = \sin 3x$ и $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ на данном отрезке. Эти

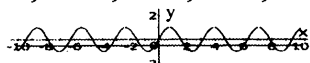
графики пересекаются в восьми точках. Период функции $y = \sin 3x$ равен $\frac{2\pi}{3}$.

На отрезке $[0, \frac{2\pi}{3}]$ имеем два решения: $3x = \frac{\pi}{3}$ и $3x = \frac{2\pi}{3}$; $x = \frac{\pi}{9}$ и $x = \frac{2\pi}{9}$.

Согласно графику, учитывая период $\frac{2\pi}{3}$, получаем все решения:

$$x = -\frac{11\pi}{9}; \quad -\frac{10\pi}{9}; \quad -\frac{5\pi}{9}; \quad -\frac{4\pi}{9}; \quad \frac{\pi}{9}; \quad \frac{2\pi}{9}; \quad \frac{7\pi}{9}; \quad \frac{8\pi}{9}$$

$$728. 1) \sin 2x \geq -\frac{1}{2}.$$

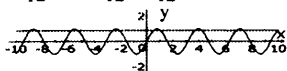


Построив графики $y = \sin 2x$ и $y = -\frac{1}{2}$, видим, что график функции $y = \sin 2x$ лежит выше графика функции $y = -\frac{1}{2}$ на промежутках

$$\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{17\pi}{12}\right]; \left[-\frac{13\pi}{12}; -\frac{5\pi}{12}\right]; \left[-\frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right]; \left[\frac{11\pi}{12}; \pi\right].$$

$$\text{Значит, } -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq -\frac{17\pi}{12}, \quad -\frac{13\pi}{12} \leq x \leq -\frac{5\pi}{12}, \quad -\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{7\pi}{12}, \quad \frac{11\pi}{12} \leq x \leq \pi.$$

$$2) \sin 3x < \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Построив графики $y = \sin 3x$ и $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$, видим, что график функции $y = \sin$

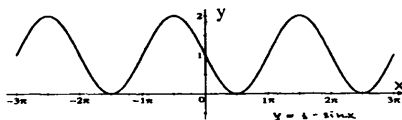
$3x$ лежит ниже графика функции $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутках:

$$\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{11\pi}{9}\right]; \left(-\frac{10\pi}{9}; -\frac{5\pi}{9}\right); \left(-\frac{4\pi}{9}; \frac{\pi}{9}\right); \left(\frac{2\pi}{9}; \frac{7\pi}{9}\right); \left(\frac{8\pi}{9}; \pi\right), \text{ значит,}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x < -\frac{11\pi}{9}, \quad -\frac{10\pi}{9} < x < -\frac{5\pi}{9}, \quad -\frac{4\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}, \quad \frac{2\pi}{9} < x < \frac{7\pi}{9}, \quad \frac{8\pi}{9} < x \leq \pi.$$

729. 1) $y=1-\sin x$;

1. область определения — множество \mathbb{R} всех действительных чисел;



2. множество значений — $[0; 2]$;

3. функция $y=1-\sin x$ периодическая, $T=2\pi$;

4. функция $y=1-\sin x$ не нечетная и не четная;

5. функция $y=1-\sin x$ принимает:

значение, равное 0, при $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

наименьшее значение, равное 0, при $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

наибольшее значение, равное 2, при $x=\frac{3\pi}{2}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

положительные значения на всей области определения;

отрицательных значений не принимает;

возрастает на отрезках $[\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{3\pi}{2}+2\pi n], n \in \mathbb{Z}$;

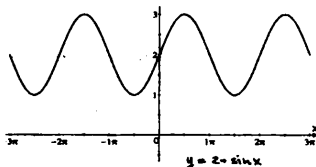
убывает на отрезках $[-\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n], n \in \mathbb{Z}$.

2) $y = 2 + \sin x$;

1. область определения — множество \mathbb{R} всех действительных чисел

2. множество значений — $[1; 3]$;

3. функция $y = 2 + \sin x$ периодическая, $T = 2\pi$;



4. функция $y = 2 + \sin x$ не нечетная и не четная

5. функция $y = 2 + \sin x$ принимает:

значение, равное 0, не принимает;

наименьшее значение, равное 1, при $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

наибольшее значение, равное 3, при $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

положительна на всей области определения;

отрицательных значений не принимает;

возрастает на отрезке $[-\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n], n \in \mathbb{Z}$;

убывает на отрезке $[\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{3\pi}{2}+2\pi n], n \in \mathbb{Z}$.

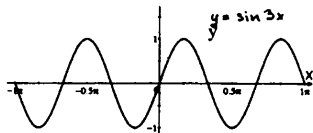
3) $y=\sin 3x$;

1. область определения — множество \mathbb{R} всех действительных чисел;

2. множество значений — $[-1; 1]$;

3. функция $y=\sin 3x$ периодическая, $T=\frac{2\pi}{3}$;

4. функция $y=\sin 3x$ нечетная;



5. функция $y = \sin 3x$ принимает:

значение, равное 0, при $x = \frac{n\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$;

наибольшее значение, равное 1, при $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$;

наименьшее значение, равное -1, при $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$;

положительные значения на отрезках $\left[\frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}\right]$, $n \in \mathbb{Z}$;

отрицательные значения на отрезках $\left[\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}\right]$, $n \in \mathbb{Z}$;

возрастает на отрезках $\left[-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}\right]$, $n \in \mathbb{Z}$;

убывает на отрезке $\left[\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n}{3}\right]$, $n \in \mathbb{Z}$.

4) $y = 2\sin x$;

1. область определения — множество \mathbb{R} всех действительных чисел;

2. множество значений — $[-2; 2]$;

3. функция $y = 2\sin x$ периодическая, $T = 2\pi$;

4. функция $y = 2\sin x$ нечетная;

5. функция $y = 2\sin x$ принимает:

значение, равное 0, при $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

наибольшее значение, равное 2, при $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

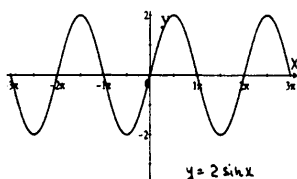
наименьшее значение, равное -2, при $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

положительные значения на отрезках $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$;

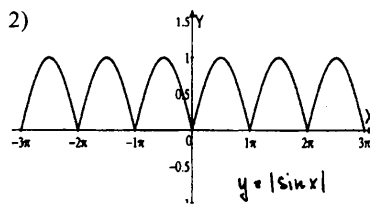
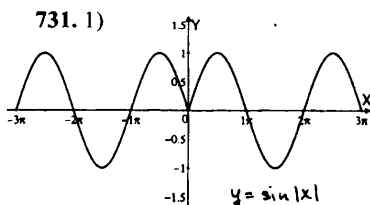
отрицательные значения на отрезках $[-\pi + 2\pi n, 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$;

возрастает на отрезках $[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$;

убывает на отрезках $[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

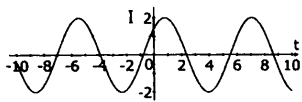


730. 1) множество значений $[0; 1]$; 2) множество значений $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

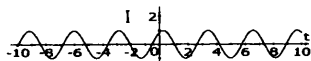


732. $I=A \sin (\omega t+\varphi)$;

1) $A=2$; $\omega=1$; $\varphi=\frac{\pi}{4}$; $I=2 \sin \left(t+\frac{\pi}{4}\right)$;



2) $A=1$; $\omega=2$; $\varphi=\frac{\pi}{3}$; $I=\sin \left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$.



733. 1) $\operatorname{tg} x=0$ при $x=\pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) $\operatorname{tg} x > 0$ при $x \in [\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n], n \in \mathbb{Z}$;

3) $\operatorname{tg} x < 0$ при $x \in [-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n], n \in \mathbb{Z}$.

734. 1) возрастает; 3) возрастает; 2) возрастает; 4) возрастает.

735. 1) $\operatorname{tg} x$ возрастает на $[0; \frac{\pi}{2})$ и $0 < \frac{\pi}{7} < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{2}$, следовательно, $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5} > \operatorname{tg} \frac{\pi}{7}$;

2) $\operatorname{tg} x$ возрастает на $(\frac{\pi}{2}; \pi]$ и $\frac{\pi}{2} < \frac{7\pi}{8} = \frac{63\pi}{8 \cdot 9} < \frac{64\pi}{8 \cdot 9} = \frac{8\pi}{9} < \pi$ следовательно, но, $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8} > \operatorname{tg} \frac{8\pi}{9}$;

3) $\operatorname{tg} x$ возрастает на $[-\pi; -\frac{\pi}{2})$ и

$-\pi < -\frac{8\pi}{9} = -\frac{64\pi}{8 \cdot 9} < -\frac{63\pi}{8 \cdot 9} = -\frac{7\pi}{8} < -\frac{\pi}{2}$ следовательно, $\operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{8}\right) > \operatorname{tg}\left(-\frac{8\pi}{9}\right)$;

4) $\operatorname{tg} x$ возрастает на $(-\frac{\pi}{2}; 0]$ и $-\frac{\pi}{2} < -\frac{\pi}{5} < -\frac{\pi}{7} < 0$ следовательно, $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{5}\right) < \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{7}\right)$;

5) $\operatorname{tg} x$ возрастает на $(\frac{\pi}{2}; \pi]$ и $\frac{\pi}{2} < \frac{4}{2} = 2 < 3 < \pi$ следовательно, $\operatorname{tg} 2 < \operatorname{tg} 3$;

6) $\operatorname{tg} x$ возрастает на $[0; \frac{\pi}{2})$ и $0 < 1 < 1,5 < \frac{\pi}{2}$ следовательно, $\operatorname{tg} 1 < \operatorname{tg} 1,5$.

736. 1) $\operatorname{tg} x = 1$;

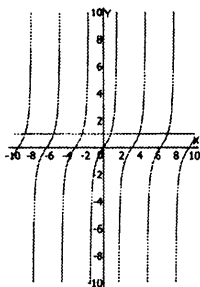
Постройте графики функций $y=\operatorname{tg} x$ и $y=1$ на промежутке $(-\pi; 2\pi)$. На этом промежутке мы имеем 3 пересечения. На промежутке $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ имеем решение

$\operatorname{tg} x = 1$; $x = \frac{\pi}{4}$.

Из периодичности функции $\operatorname{tg} x$ ($T = \pi$) имеем остальные решения: $x = -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$.

2) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$.

Аналогично 1) строим графики $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\sqrt{3}$.



Имеем три пересечения на заданном промежутке.

Зная, одно решение $x = \frac{\pi}{3}$ и учитывая периодичность, находим решения: $x = -\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$.

3) $\text{tg } x = -\sqrt{3}$.

Строим графики $y = \text{tg } x$ и $y = -\sqrt{3}$. Имеем три пересечения на заданном промежутке. Зная одно решение $x = -\frac{\pi}{3}$ и учитывая периодичность, находим решения: $x = -\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$.

4) $\text{tg } x = -1$.

Строим графики $y = \text{tg } x$ и $y = -1$. Имеем три пересечения на заданном промежутке. Зная, одно решение $x = -\frac{\pi}{4}$ и учитывая периодичность, находим решения: $x = -\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}$.

737. 1) $\text{tg } x \geq 1$.

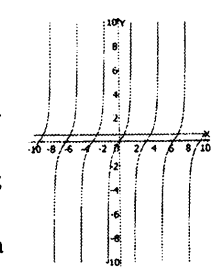
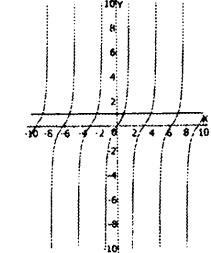
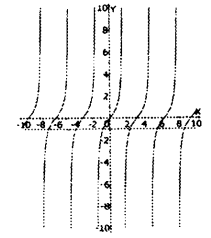
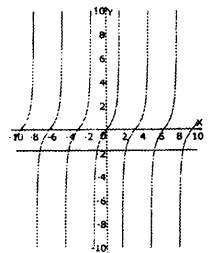
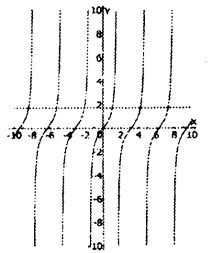
Строим графики $y = \text{tg } x$ и $y = 1$. Находим решения $\text{tg } x = 1$. Они и будут являться точками пересечения. График $y = \text{tg } x$ лежит выше $y = 1$ на промежутках $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right), \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right), \left[\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Значит, решением неравенства будут эти промежутки:

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x < -\frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{2}.$$

2) $\text{tg } x < \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Строим графики $y = \text{tg } x$ и $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$. По алгоритму задачи 736 находим решения уравнения $\text{tg } x = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

$x = -\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}$. График $y = \text{tg } x$ лежит ниже $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ на



промежутках $\left[-\pi; -\frac{5\pi}{6}\right), \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right), \left(\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}\right), \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$. Значит, решением неравенства будут следующие промежутки.

$$-\pi \leq x < -\frac{5\pi}{6}, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{6}, \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{7\pi}{6}, \quad \frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi.$$

3) $\operatorname{tg} x < -1$.

Решение $\operatorname{tg} x = -1$ приведено в № 736. График $y = \operatorname{tg} x$ лежит ниже $y = -1$ на промежутках

$\left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right), \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right), \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right)$, значит, решением

неравенства будут следующие промежутки:

$$-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{4}, \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{2} < x < \frac{7\pi}{4}.$$

4) $\operatorname{tg} x \geq -\sqrt{3}$.

Решение $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ см. № 736. График $y = \operatorname{tg} x$ лежит выше $y = -\sqrt{3}$ на промежутках:

$\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right), \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right), \left[\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right), \left[\frac{5\pi}{3}; 2\pi\right]$, значит,

решением неравенства будут следующие промежутки:

$$-\pi \leq x < -\frac{\pi}{2}, \quad -\frac{\pi}{3} \leq x < \frac{\pi}{2}, \quad \frac{2\pi}{3} \leq x < \frac{3\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{3} \leq x \leq 2\pi.$$

738. 1) $\operatorname{tg} x < 1$.

Рассмотрим это неравенство на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Очевидно,

что решением этого неравенства будет промежуток $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right)$.

Учитывая периодичность функции $\operatorname{tg} x$, имеем общее решение:

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n\right), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

2) $\operatorname{tg} x \geq \sqrt{3}$.

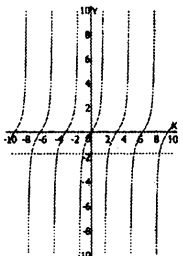
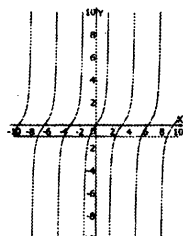
Рассмотрим это неравенство на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Очевидно,

что решением этого неравенства будет промежуток $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$. Учиты-

вая периодичность функции $\operatorname{tg} x$, имеем общее решение:

$$x \in \left[\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

3) $\operatorname{tg} x \leq -\frac{\sqrt{3}}$.



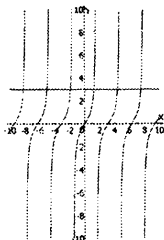
Рассмотрим это неравенство на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Очевидно, что решением этого неравенства будет промежуток $\left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}\right]$. Учитывая периодичность функции $\operatorname{tg} x$, имеем общее решение: $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

4) $\operatorname{tg} x > -1$.

Рассмотрим это неравенство на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Очевидно, что решением этого неравенства будет промежуток $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$. Учитывая периодичность функции $\operatorname{tg} x$, имеем общее решение: $x \in \left(-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

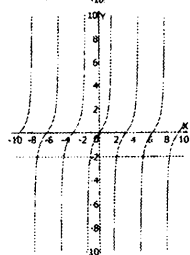
739. 1) $\operatorname{tg} x = 3$.

Построим графики $y = \operatorname{tg} x$ и $y = 3$. Имеем три точки пересечения. Одно решение очевидно: $x = \operatorname{arctg} 3$. Из периодичности функции получим остальные решения: $x = \operatorname{arctg} 3 + \pi n, n = 0, 1, 2$.



2) $\operatorname{tg} x = -2$.

Рассуждения, аналогичные рассуждениям в п.1, приведут к ответу: $x = \operatorname{arctg}(-2) + \pi n, n = 1, 2, 3$.



740. 1) $\operatorname{tg} x > 4$.

Рассмотрим это неравенство на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Решение $x \in \left(\operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{2}\right)$. Из периодичности получили: $x \in \left(\operatorname{arctg} 4 + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

2) $\operatorname{tg} x < 5$.

Рассмотрим это неравенство на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \operatorname{arctg} 5\right]$. Общее решение: $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \operatorname{arctg} 5 + \pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.

3) $\operatorname{tg} x < -4$.

Рассмотрим это неравенство на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \operatorname{arctg}(-4)\right)$.

Общее решение: $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, -\operatorname{arctg} 4 + \pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.

4) $\operatorname{tg} x \geq -5$.

Рассмотрим это неравенство на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

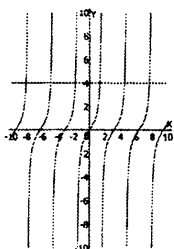
Решение $x \in \left[-\operatorname{arctg} 5; \frac{\pi}{2}\right)$. Общее решение: $x \in \left[-\operatorname{arctg} 5 + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

741. 1) $\operatorname{tg} x \geq 3$.

Построив графики $y = \operatorname{tg} x$ и $y = 3$, найдем решения $\operatorname{tg} x = 3$ на этом промежутке: $x = \operatorname{arctg} 3, \operatorname{arctg} 3 + \pi, \operatorname{arctg} 3 + 2\pi$.

График $y = \operatorname{tg} x$ лежит выше $y = 3$ на промежутках

$$\operatorname{arctg} 3 \leq x < \frac{\pi}{2}, \operatorname{arctg} 3 + \pi \leq x < \frac{3\pi}{2}, \operatorname{arctg} 3 + 2\pi \leq x < \frac{5\pi}{2}.$$



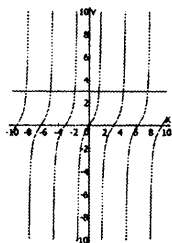
2) $\operatorname{tg} x < 4$.

Построив графики $y = \operatorname{tg} x$ и $y = 4$, найдем решения $\operatorname{tg} x = 4$ на этом промежутке: $x = \operatorname{arctg} 4, \operatorname{arctg} 4 + \pi, \operatorname{arctg} 4 + 2\pi$.

График $y = \operatorname{tg} x$ лежит ниже $y = 4$ на промежутках

$$0 \leq x < \operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{2} < x < \operatorname{arctg} 4 + \pi, \frac{3\pi}{2} < x < \operatorname{arctg} 4 + 2\pi,$$

$$\frac{5\pi}{2} < x \leq 3\pi.$$



3) $\operatorname{tg} x \leq -4$.

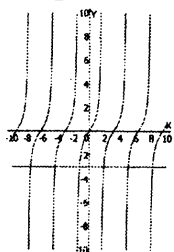
Решим уравнение $\operatorname{tg} x = -4$ с учетом, что $x \in [0; 3\pi]$:

$$x = -\operatorname{arctg} 4 + \pi, -\operatorname{arctg} 4 + 2\pi, -\operatorname{arctg} 4 + 3\pi.$$

График $y = \operatorname{tg} x$ лежит ниже $y = -4$ на промежутках

$$\frac{\pi}{2} < x \leq -\operatorname{arctg} 4 + \pi, \frac{3\pi}{2} < x \leq -\operatorname{arctg} 4 + 2\pi,$$

$$\frac{5\pi}{2} < x \leq -\operatorname{arctg} 4 + 3\pi.$$



4) $\operatorname{tg} x > -3$.

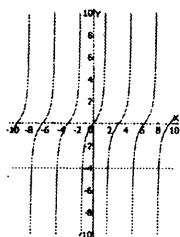
Решим уравнение $\operatorname{tg} x = -3$ с учетом, что $x \in [0; 3\pi]$:

$$x = -\operatorname{arctg} 3 + \pi n, n = 1, 2, 3.$$

График $y = \operatorname{tg} x$ лежит выше $y = -3$ на промежутках

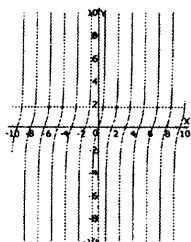
$$0 \leq x < \frac{\pi}{2}, -\operatorname{arctg} 3 + \pi < x < \frac{3\pi}{2}, -\operatorname{arctg} 3 + 2\pi < x < \frac{5\pi}{2},$$

$$\operatorname{arctg} 3 + 3\pi < x \leq 3\pi.$$



742. 1) $\text{tg } 2x = \sqrt{3}$.

Построим графики $y = \text{tg } 2x$ и $y = \sqrt{3}$. Пересечение состоит из трех точек, значит, три решения. Одно очевидно — $x = \frac{\pi}{6}$. Учитывая периодичность, которая в



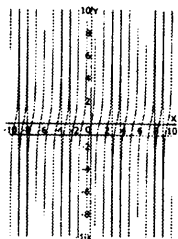
данном случае равна $T = \frac{\pi}{2}$, получили $x = -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}$.

2) $\text{tg } 3x = -1$.

Построим графики $y = \text{tg } 3x$ и $y = -1$. Пересечение — пять точек. Одно решение очевидно: $x = -\frac{\pi}{12}$.

Учитывая период $\frac{\pi}{3}$, получаем:

$$x = -\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}.$$



743. 1) $\text{tg } 2x \leq 1$.

Решение уравнения $\text{tg } 2x = 1$ будет: $x = -\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$. График $y = \text{tg } 2x$

лежит ниже $y = 1$ на промежутках $\left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{3\pi}{8}\right], \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{8}\right], \left(\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{8}\right], \left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$.

2) $\text{tg } 3x < -\sqrt{3}$.

Решением уравнения $\text{tg } 3x = -\sqrt{3}$ будет: $x = -\frac{4\pi}{9}, -\frac{\pi}{9}, \frac{2\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}$.

График $y = \text{tg } 3x$ лежит ниже $y = -\sqrt{3}$ на промежутках

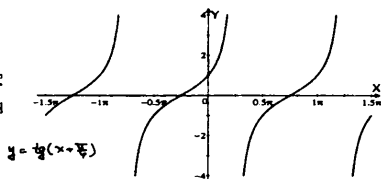
$$-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{4\pi}{9}, \quad -\frac{\pi}{6} < x < -\frac{\pi}{9}, \quad \frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{9}, \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{9},$$

$$\frac{5\pi}{6} < x < \frac{8\pi}{9}.$$

744. 1) $y = \text{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

1. Область определения — все действительные числа, исключая

точки $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;



2. множество значений — $(-\infty; +\infty)$;

3. функция $y = \text{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ периодична $T = \pi$;

4. функция $y = \text{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ не обладает четностью–нечетностью;

5. функция $y = \text{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ принимает:

значение 0 при $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

положительные значения на промежутках $(-\frac{\pi}{4} + \pi n, \frac{\pi}{4} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$;

отрицательные значения на промежутках $(\frac{\pi}{4} + \pi n, \frac{3\pi}{4} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$;

возрастает на $(-\frac{3\pi}{4} + \pi n, \frac{\pi}{4} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$.

2) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

1. Область определения — все действительные числа, исключая точки $\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2. множество значений — $(-\infty; +\infty)$

3. функция $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ периодична $T=2\pi$

4. функция $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ нечетна

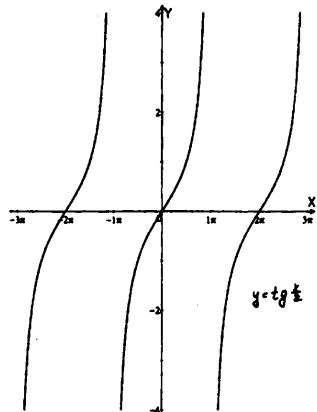
5. функция $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ принимает:

значение 0 при $x=2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

положительные значения при $x \in (2\pi n, \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$;

отрицательные значения при $x \in (-\pi + 2\pi n, 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$;

возрастает на $(-\pi + 2\pi n, \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$.



745. 1) $[-1; \sqrt{3}]$;

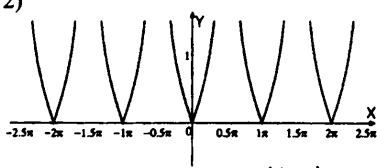
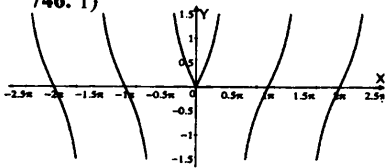
2) $(-1; +\infty)$;

3) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

4) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

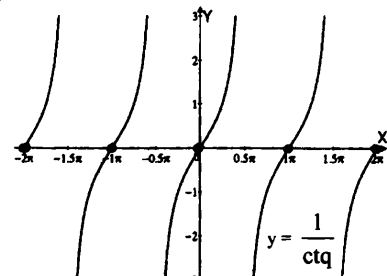
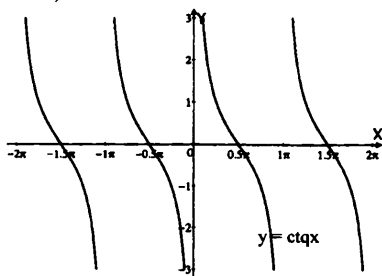
746. 1)

2)

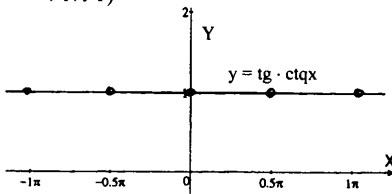


3)

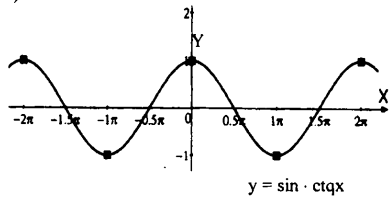
4)



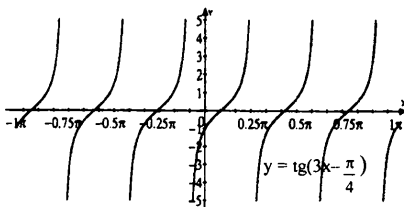
747. 1)



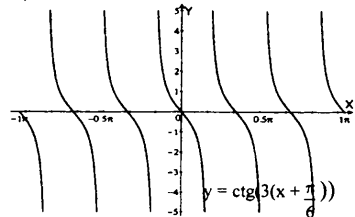
2)



748. 1)



2)



749. 1) $\text{tg}^2 x < 1$.

Построим график функции $\text{tg}^2 x = y$ и $y=1$ на промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$. Видим, две

точки пересечения с абсциссами $\frac{\pi}{4}$ и $-\frac{\pi}{4}$.

График $y = \text{tg}^2 x$ лежит ниже $y=1$ на промежутке $(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4})$. Значит, в об-

щем случае решение неравенства — промежутки $(-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

2) $\text{tg}^2 x \geq 3$.

На том же графике построим $y=3$. Опять на промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ видим, две точки

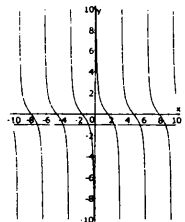
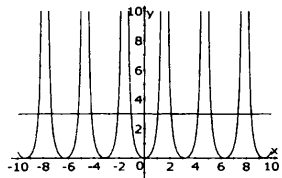
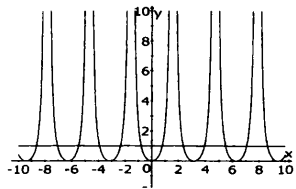
пересечения с абсциссами $-\frac{\pi}{3}$ и $\frac{\pi}{3}$ и график

$y = \text{tg}^2 x$ лежит выше $y=3$ на промежутках $(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3})$ и $(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2})$. Общее

решение $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n)$ и $(\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

3) $\text{ctg} x \geq -1$.

Построим графики $y = \text{ctg} x$ и $y = -1$. Рассмотрим промежуток $[0, \pi]$. Имеем на нем одно пересечение $x = \frac{3\pi}{4}$ и график $y = \text{ctg} x$ лежит выше $y = -1$ на проме-



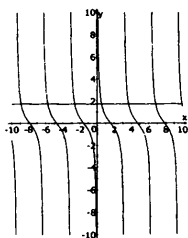
жутке $(0; \frac{3\pi}{4}]$. Общее решение $(\pi n; \frac{3\pi}{4} + \pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

$$4) \operatorname{ctg} x > \sqrt{3}$$

На том же графике построим $y = \sqrt{3}$. На промежутке $[0; \pi]$ имеем одно пересечение $x = \frac{\pi}{6}$ и график функции

$y = \operatorname{ctg} x$ лежит выше $y = \sqrt{3}$ на промежутке $(0; \frac{\pi}{6})$ и общее

решение: $(\pi n, \frac{\pi}{6} + \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.



$$750. 1) \frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{2}{\sqrt{10}}, \quad \frac{1}{3} < \frac{2}{5}; \quad \frac{5}{15} < \frac{6}{15}.$$

Функция $y = \arcsin x$ возрастающая, значит, $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} < \arcsin \frac{2}{\sqrt{10}}$.

$$2) -\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}; \quad -\frac{8}{12} > -\frac{9}{12}.$$

Функция $y = \arcsin x$ возрастающая, значит, $\arcsin -\frac{2}{3} > \arcsin -\frac{3}{4}$.

$$751. 1) \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Т.к. функция $y = \arccos x$ убывающая, то $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}} < \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}$.

$$2) -\frac{4}{5} < -\frac{1}{3}, \text{ т.к. } -\frac{12}{15} < -\frac{5}{12}.$$

Т.к. функция $y = \arccos x$ убывающая, то $\arccos \left(-\frac{4}{5}\right) > \arccos \left(-\frac{1}{3}\right)$.

$$752. 1) 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}, \text{ т.к. } 12 < 18.$$

Т.к. функция $y = \arctg x$ возрастающая, то $\arctg 2\sqrt{3} < \arctg 3\sqrt{2}$.

$$2) -\frac{1}{\sqrt{2}} < -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Т.к. функция $y = \arctg x$ возрастает, то $\arctg \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) < \arctg \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$.

$$753. 1) \arcsin (2-3x) = \frac{\pi}{6}; \quad \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \text{ следовательно, } 2-3x = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2};$$

$$2-3x = \frac{1}{2} \quad x = \frac{1}{2}.$$

$$2) \arcsin (3-2x) = \frac{\pi}{4}; \quad \frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \text{ следовательно, } 3-2x = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$3-2x = \frac{\sqrt{2}}{2}; x = \frac{6-\sqrt{2}}{4}.$$

3) $\arcsin \frac{x-2}{4} = -\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, следовательно, по определению

$$\frac{x-2}{4} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \frac{x-2}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}; x = 2 - 2\sqrt{2}.$$

4) $\arcsin \frac{x+3}{2} = -\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, следовательно, по определению

$$\frac{x+3}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \frac{x+3}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; x = -3 - \sqrt{3}.$$

754. 1) $\arccos(2x+3) = \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \in [0; \pi]$, следовательно, по определению

$$2x+3 = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad 2x+3 = \frac{1}{2}; x = -\frac{5}{4}.$$

2) $\arccos(3x+1) = \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \in [0; \pi]$, следовательно, по определению

$$3x+1 = \cos \frac{\pi}{2} = 0; \quad 3x+1 = 0; x = -\frac{1}{3}.$$

3) $\arccos \frac{x+1}{3} = \frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \in [0; \pi]$, следовательно, по определению

$$\frac{x+1}{3} = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}; \quad \frac{x+3}{2} = -\frac{1}{2}; x = -\frac{5}{2}.$$

4) $\arccos \frac{2x-1}{3} = \pi; \pi \in [0; \pi]$, следовательно, по определению

$$\frac{2x-1}{3} = \cos \pi = -1; \quad \frac{2x-1}{3} = -1; x = -1.$$

755. 1) $\arctg \frac{1-x}{4} = \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, следовательно, по определению

$$\frac{1-x}{4} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}; \quad \frac{1-x}{4} = \sqrt{3}; x = 1 - 4\sqrt{3}.$$

2) $\arctg \frac{1+2x}{3} = \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, следовательно, по определению

$$\frac{1+2x}{3} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1; \quad \frac{1+2x}{3} = 1; x = 1.$$

3) $\arctg(2x+1) = -\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{3} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, следовательно, по определению

$$2x+1 = \operatorname{tg} -\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}; \quad 2x+1 = -\sqrt{3}; x = \frac{-\sqrt{3}-1}{2}.$$

4) $\operatorname{arctg}(2-3x) = -\frac{\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{4} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, следовательно, по определению

$$2-3x = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1; \quad 2-3x = -1; x=1.$$

756. 1) $-1 \leq \frac{x-3}{2} \leq 1$, следовательно, $1 \leq x \leq 5$.

2) $-1 \leq 2-3x \leq 1$, следовательно, $1 \geq x \geq \frac{1}{3}$.

3) $-1 \leq x\sqrt{x} - 3 \leq 1$; $1 \leq \sqrt{x} \leq 2$; $1 \leq x \leq 4$.

4) $-1 \leq \frac{2x^2-5}{3} \leq 1$; $1 \leq x^2 \leq 4$ $\begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ -2 \leq x \leq -1 \end{cases}$.

757. Проведем параллельный перенос графика $y = \arccos x$ на $\frac{\pi}{2}$ вниз по оси y так, чтобы совпала точка $(0, \frac{\pi}{2})$ с точкой $(0, 0)$. Теперь он имеет вид

$$f(x) = \arccos x - \frac{\pi}{2}$$

Рассмотрим $f(-x)$, учитывая, что $\arccos x + \arccos(-x) = \pi$, получим $f(-x) = \arccos(-x) - \frac{\pi}{2} = \pi - \arccos x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \arccos x = -(\arccos x - \frac{\pi}{2}) = -f(x)$. Следовательно, это функция нечетна и симметрична относительно точки $(0, \frac{\pi}{2})$.

758. 1) $y = \sin x + \cos x$. Область определения — множество действительных чисел.

2) $y = \sin x + \operatorname{tg} x$. Область определения — множество действительных чисел, исключая точки $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

3) $y = \sqrt{\sin x}$. Область определения — $x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$.

4) $y = \sqrt{\cos x}$. Область определения — $x \in [-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$.

5) $y = \frac{2x}{2\sin x - 1}$; $2\sin x \neq 1$. Область определения — множество действительных чисел, исключая точки $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, и $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

6) $y = \frac{\cos x}{2\sin^2 x - \sin x}$; $\sin x (2\sin x - 1) \neq 0$; $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ 2\sin x \neq 0 \end{cases}$.

Область определения — множество действительных чисел, исключая точки $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, и $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

759. 1) $y = 1 - 2\sin^2 x$;

- $\sin x \in [-1; 1]$; $\sin^2 x \in [0; 1]$; $2\sin^2 x \in [0; 2]$; $1-2\sin^2 x \in [-1; 1]$;
 2) $y=2\cos^2 x - 1$; $\cos^2 x \in [0; 1]$; $2\cos^2 x \in [0; 2]$; $2\cos^2 x - 1 \in [-1; 1]$;
 3) $y=3-2\sin^2 x$; $2\sin^2 x \in [0; 2]$; $3-2\sin^2 x \in [1; 3]$;
 4) $y=2\cos^2 x + 5$; $2\cos^2 x \in [0; 2]$; $2\cos^2 x + 5 \in [5; 7]$;
 5) $y=\cos 3x \sin x - \sin 3x \cos x + 4$; $y=\sin(x-3x)+4=4-\sin 2x$;
 $\sin 2x \in [-1; 1]$; $4-\sin 2x \in [3; 5]$;
 6) $y=\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x - 3$; $y=\cos(2x-x)-3=\cos x - 3$;
 $\cos x \in [-1; 1]$; $\cos x - 3 \in [-4; -2]$.

760. 1) $y=x^2 + \cos x$; $y(-x)=(-x)^2 + \cos(-x)=x^2 + \cos x = y(x)$ — четная;

2) $y=x^3 - \sin x$

$y(-x)=(-x)^3 - \sin(-x) = -x^3 + \sin x = -(x^3 - \sin x) = -y(x)$ — функция нечетная;

3) $y=(1-x^2)\cos x$; $y(-x)=(1-(-x)^2)\cos(-x)=(1-x^2)\cos x=y(x)$ — четная;

4) $y=(1+\sin x)\sin x$; $y(-x)=(1+\sin(-x))\sin(-x)=(1-\sin x)(-\sin x)$;

Не является четной и нечетной.

761. 1) $y=\cos 7x$.

Период функции $y=\cos 7x$ $T=2\pi$; $\cos(7x+2\pi)=\cos 7x = \cos 7(x+T_1)$;

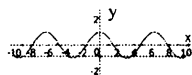
$7x+2\pi=7x+7T_1$; $2\pi=7T_1$; $T_1=\frac{2\pi}{7}$.

2) $y=\sin \frac{x}{7}$.

Период функции $y=\sin t$ $T=2\pi$;

$\sin(\frac{x}{7}+2\pi)=\sin \frac{x}{7}=\sin \frac{x+T_1}{7}$; $\frac{x}{7}+2\pi=\frac{x}{7}+\frac{T_1}{7}$; $2\pi=\frac{T_1}{7}$; $T_1=14\pi$.

762. 1) $2\cos x + \sqrt{3} = 0$; $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

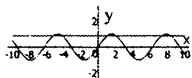


Построим графики $y=\cos x$ и $y=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Рассмотрим их пересечения на промежутке $[0; 3\pi]$. Точек пересечения три. Два решения очевидны: $\frac{5\pi}{6}$ и $\frac{7\pi}{6}$. Учитывая периодичность, полу-

чаем ответ: $x=\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$.

2) $\sqrt{3} - \sin x = \sin x$; $2\sin x = \sqrt{3}$; $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



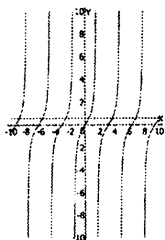
Рассмотрим пересечение графиков $y=\sin x$ и $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутке $[0;$

$3\pi]$. Имеем четыре пересечения. Два очевидны и два — из периодичности:

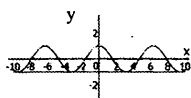
$x=\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}$.

3) $3\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$; $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Рассмотрим пересечение графиков $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ на промежутке $[0; 3\pi]$. Имеем три пересечения. Одно очевидно, остальные — из периодичности: $x = \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}$.



4) $\cos x + 1 = 0; \quad \cos x = -1.$



Рассмотрим пересечение графиков $y = \cos x$ и $y = -1$ на промежутке $[0; 3\pi]$. Имеем два пересечения. Одно очевидно, остальные — из периодичности: $x = \pi, 3\pi$.

763. 1) $1 + 2\cos x \geq 0; \quad \cos x \geq -\frac{1}{2}.$

Найдем решение уравнения $\cos x = -\frac{1}{2}$ на промежутке $[-2\pi; -\pi]$: $x = -\frac{4\pi}{3}$.

На этом промежутке график $y = \cos x$ лежит выше $y = -\frac{1}{2}$ при $x \in [-2\pi; -\frac{4\pi}{3}]$.

2) $1 - 2\sin x < 0; \quad \sin x > \frac{1}{2}.$

Найдем решение уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[-2\pi; -\pi]$. $x = -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$.

График функции $y = \sin x$ выше $y = \frac{1}{2}$ на промежутке $x \in (-\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6})$

3) $2 + \operatorname{tg} x > 0; \quad \operatorname{tg} x > -2.$

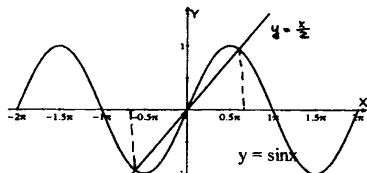
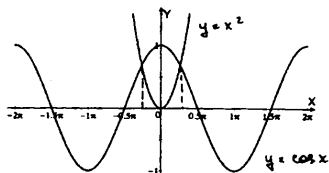
Рассмотрим решение уравнения $\operatorname{tg} x = -2$ на промежутке $[-2\pi; -\pi]$: $x = -\arctg 2 - \pi$. График $y = \operatorname{tg} x$ лежит выше $y = -2$ на этом промежутке при $x \in [-2\pi; -\frac{3\pi}{2}) \cup (-\arctg 2 - \pi; -\pi]$.

4) $1 - 2\operatorname{tg} x \leq 0; \quad \operatorname{tg} x \geq \frac{1}{2}.$

Рассмотрим решение уравнения $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[-2\pi; -\pi]$: $x = \arctg \frac{1}{2} - 2\pi$. График $y = \operatorname{tg} x$ лежит выше $y = \frac{1}{2}$ на этом промежутке при $x \in [\arctg \frac{1}{2} - 2\pi; -\frac{3\pi}{2})$.

764. 1) $\cos x = x^2$ — два решения;

2) $\sin x = \frac{x}{2}$ — три решения;



$$765. 1) y = \operatorname{tg} \left(2x + \frac{\pi}{6} \right).$$

Все действительные числа, исключая $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

$$2x = \frac{\pi}{3} + \pi n; \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z};$$

$$2) y = \sqrt{\operatorname{tg} x}; \quad \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \operatorname{tg} x \geq 0 \end{cases}.$$

Область определения — $x \in [\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n], n \in \mathbb{Z}$.

$$766. 1) y = \cos^4 x - \sin^4 x;$$

$$\cos^4 x \in [0; 1]; \quad \max(\cos^4) = 1, \min(\cos^4) = 0;$$

$$\sin^4 x \in [0; 1]; \quad (-\sin^4 x) \in [-1; 0]; \quad \max(-\sin^4 x) = 0, \min(-\sin^4 x) = -1;$$

$$\max y = 1 + 0 = 1; \quad \min y = 1 + (-1) = -1;$$

$$2) y = \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \left(\sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(\sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} (\sin^2 x - \cos^2 x);$$

$$\max(\sin^2 x) = 1, \text{ т.к. } \sin^2 x \in [0; 1];$$

$$\min(\sin^2 x) = 0;$$

$$\max(-\cos^2 x) = 0, \text{ т.к. } \cos^2 x \in [0; 1];$$

$$\min(-\cos^2 x) = -1;$$

$$\max y = \frac{1}{2} (1 + 0) = \frac{1}{2};$$

$$\min y = \frac{1}{2} (0 + (-1)) = -\frac{1}{2};$$

$$3) y = 1 - 2|\sin 3x|;$$

$$\sin 3x \in [-1; 1];$$

$$|\sin 3x| \in [0; 1];$$

$$2|\sin 3x| \in [0; 2];$$

$$-2|\sin 3x| \in [-2; 0]; \quad \max(-2|\sin 3x|) = 0 \quad \min(-2|\sin 3x|) = -2;$$

$$\max y = 1 + 0 = 1 \quad \min y = 1 + (-2) = -1;$$

$$4) y = \sin^2 x - \cos^2 x = 1 - 3\cos^2 x;$$

$$\cos^2 x \in [0; 1]; \quad 3\cos^2 x \in [0; 3]; \quad -3\cos^2 x \in [-3; 0];$$

$$\max(-3\cos^2 x) = 0 \quad \min(-3\cos^2 x) = -3; \quad \max y = 1 + 0 = 1 \quad \min y = 1 + (-3) = -2.$$

$$767. 1) y = \sin x + \operatorname{tg} x;$$

$$y(-x) = \sin(-x) + \operatorname{tg}(-x) = -\sin x - \operatorname{tg} x = -(\sin x + \operatorname{tg} x) = -y(x) \text{ — нечетная};$$

$$2) y = \sin x \cdot \operatorname{tg} x;$$

$$y(-x) = \sin(-x) \cdot \operatorname{tg}(-x) = (-\sin x) \cdot (-\operatorname{tg} x) = \sin x \cdot \operatorname{tg} x = y(x) \text{ — четная};$$

$$3) y = \sin x |\cos x|;$$

$$y(-x) = \sin(-x) \cdot |\cos(-x)| = -\sin x \cdot |\cos x| = -(\sin x \cdot |\cos x|) = -y(x) \text{ — нечетная}.$$

$$768. 1) y = 2\sin(2x+1). \quad \text{Период функции } y = \sin x; \quad T = 2\pi;$$

$$\sin((2x+1)+2\pi) = \sin(2x+1) = \sin(2(x+T_1)+1);$$

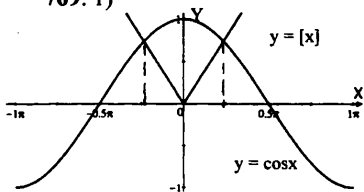
$$2x+1+2\pi = 2x+2T_1+1; \quad T_1 = \pi;$$

$$2) y = 3\operatorname{tg} \frac{1}{4}(x+1). \quad \text{Период функции } y = \operatorname{tg} x; \quad T = \pi;$$

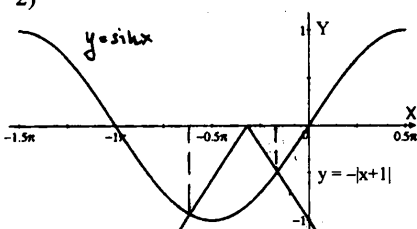
$$\operatorname{tg} \left(\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \right) + \pi \right) = \operatorname{tg} \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \right) = \operatorname{tg} \frac{1}{4}(x+T_1+1);$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + \pi = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}T_1 + \frac{1}{4}T_1 = 4\pi.$$

769. 1)



2)



770. 1) $y = \cos^2 x - \cos x = \cos x (\cos x - 1)$;
 $\cos x (\cos x - 1) = 0$;

либо $\cos x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

либо $\cos x = 1$; $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

2) $y = \cos x - \cos 2x - \sin 3x = 2\sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2} - 2\sin \frac{3x}{2} \cos \frac{3x}{2} =$

$= 2\sin \frac{3x}{2} (\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{3x}{2}) = 0$;

либо $\sin \frac{3x}{2} = 0$; $\frac{3x}{2} = \pi n$;

$x = \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z}$; либо $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{3x}{2} = 0$,

тогда $\sin \frac{x}{2} - \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2} \right) = 2\cos \frac{\pi - 2x}{4} \sin \frac{4x - \pi}{4} = 0$;

либо $\cos x \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) = 0$; $\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} - 2\pi n$;

$x = \frac{\pi}{2} - 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

либо $\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$;

$x - \frac{\pi}{4} = \pi n$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

771. $y = 1,5 - 2\sin^2 \frac{x}{2} > 0$;

$1,5 - 2\sin^2 \frac{x}{2} > 0$;

$\sin^2 \frac{x}{2} < \frac{3}{4}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2} < \sin \frac{x}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2}$.

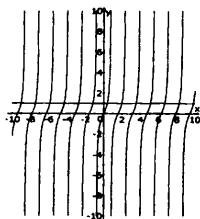
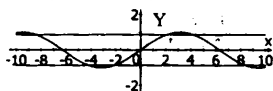
Соответственно графику имеем решение:

$x \in \left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}$.

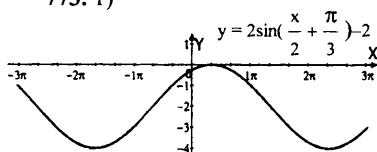
772. $y = \operatorname{tg} 2x - 1$;

$\operatorname{tg} 2x - 1 < 0$; $\operatorname{tg} 2x < 1$;

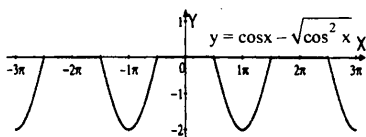
Из графика видно, что $y = \operatorname{tg} 2x$ лежит ниже $y = -1$ на промежутках $x \in \left(\frac{\pi}{4} - 2\pi n; \frac{3\pi}{4} - 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}$.



773. 1)



2)



$$774. 1) y = 12\sin x - 5\cos x = 13 \cdot \sin(x - \varphi); \quad \varphi = \arccos \frac{12}{13} \quad y \in [-13; 13];$$

$$2) y = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - \sin^2 x - \sin x = \\ = -(\sin^2 x + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin x + \frac{1}{4}) + \frac{5}{5} \cdot \frac{5}{4} - (\sin x + \frac{1}{2})^2; \\ -1 \leq y \leq \frac{5}{4}.$$

$$775. 1) \sin x \geq \cos x; \quad \sin x - \cos x \geq 0;$$

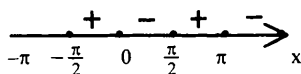
$$\sqrt{2} (\sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}) \geq 0;$$

$$\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \geq 0; \quad \sin(x - \frac{\pi}{4}) \geq 0;$$

$$2\pi n \leq x - \frac{\pi}{4} \leq \pi + 2\pi n \quad \frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$2) \operatorname{tg} x > \sin x;$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x > 0; \quad \frac{\sin x(1 - \cos x)}{\cos x} > 0; \quad \operatorname{tg} x(1 - \cos x) > 0 \quad \text{для } \operatorname{tg} x;$$



$$\left. \begin{array}{l} |\cos x| < 1; \\ 1 - \cos x \geq 0 \\ 1 - \cos x = 0 \end{array} \right\}; \quad \text{значит, } \operatorname{tg} x(1 - \cos x) > 0$$

$$\text{при } x = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad \text{при } x \in (0; \frac{\pi}{2}) \text{ и } (-\pi; -\frac{\pi}{2})$$

$$\text{или в общем при } 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ и } -\pi + 2\pi n < x < -\frac{\pi}{2} + 2\pi n.$$